6章　図形と式

§1　点と直線　(p.164〜p.172)

問 1

$$\begin{aligned}\mathrm{AB} &= \sqrt{(4-1)^2+\{3-(-2)\}^2}\\ &= \sqrt{9+25}\\ &= \boldsymbol{\sqrt{34}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{OA} &= \sqrt{1^2+(-2)^2}\\ &= \sqrt{1+4}\\ &= \boldsymbol{\sqrt{5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{OB} &= \sqrt{4^2+3^2}\\ &= \sqrt{16+9}\\ &= \sqrt{25} = \mathbf{5}\end{aligned}$$

問 2

求める点を $\mathrm{P}(0,\ y)$ とすると，$\mathrm{AP}=\mathrm{BP}$ であるから，$\mathrm{AP}^2=\mathrm{BP}^2$

$$(0-2)^2+(y-3)^2=(0-5)^2+(y-2)^2$$
$$4+y^2-6y+9=25+y^2-4y+4$$
$$2y=-16$$
$$y=-8$$

よって，求める座標は，$\mathbf{(0,\ -8)}$

問 3

点 P の座標を $(x,\ 0)$ とする．

$\sqrt{2}\mathrm{AP}=\mathrm{BP}$ より，$2\mathrm{AP}^2=\mathrm{BP}^2$ であるから，

$$2\{(x-2)^2+(0-3)\}^2=(x-5)^2+(0-2)^2$$
$$2(x^2-4x+4+9)=x^2-10x+25+4$$
$$x^2+2x-3=0$$
$$(x+3)(x-1)=0$$
$$x=-3,\ 1$$

よって，点 P の座標は，$\mathbf{(-3,\ 0)}$，$\mathbf{(1,\ 0)}$

問 4

点 P の座標を $(p_x,\ p_y)$ とする．

$$p_x=\frac{2\cdot1+1\cdot(-6)}{1+2}=\frac{-4}{3}$$

$$p_y=\frac{2\cdot(-5)+1\cdot2}{1+2}=\frac{-8}{3}$$

よって，点 P の座標は，$\boldsymbol{\left(-\frac{4}{3},\ -\frac{8}{3}\right)}$

点 Q の座標を $(q_x,\ q_y)$ とする．

$$q_x=\frac{1\cdot1+2\cdot(-6)}{2+1}=\frac{-11}{3}$$

$$q_y=\frac{1\cdot(-5)+2\cdot2}{2+1}=\frac{-1}{3}$$

よって，点 Q の座標は，$\boldsymbol{\left(-\frac{11}{3},\ -\frac{1}{3}\right)}$

点 M の座標を $(m_x,\ m_y)$ とする．

$$m_x=\frac{1+(-6)}{2}=\frac{-5}{2}$$

$$m_y=\frac{-5+2}{2}=\frac{-3}{2}$$

よって，点 M の座標は，$\boldsymbol{\left(-\frac{5}{2},\ -\frac{3}{2}\right)}$

問 5

三角形の重心の座標を $\mathrm{G}(g_x,\ g_y)$ とする．

$$g_x=\frac{2+3+(-4)}{3}=\frac{1}{3}$$

$$g_y=\frac{-3+5+(-4)}{3}=\frac{-2}{3}$$

よって，点 G の座標は，$\boldsymbol{\left(\frac{1}{3},\ -\frac{2}{3}\right)}$

問 6

$\triangle\mathrm{ABC}$ の重心の座標を $\mathrm{G}(g_x,\ g_y)$ とすると

$$g_x=\frac{1+6+x}{3}=\frac{x+7}{3}$$

$$g_y=\frac{5+1+y}{3}=\frac{y+6}{3}$$

よって，点 G の座標は，$\left(\frac{x+7}{3},\ \frac{y+6}{3}\right)$

ここで，点 G が原点であることから

$$\frac{x+7}{3}=0,\quad \frac{y+6}{3}=0$$

これを解いて，$\boldsymbol{x=-7,\ y=-6}$

問 7

(1) $y-0=3(x-2)$

$\boldsymbol{y=3x-6}$

（2）直線の傾きは，$\tan 60° = \sqrt{3}$ であるから，

$y - 3 = \sqrt{3}\{x - (-2)\}$

$\boldsymbol{y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} + 3}$

問 8

（1）$y - 2 = \dfrac{10-2}{5-3}(x-3)$

$y - 2 = 4(x-3)$

$\boldsymbol{y = 4x - 10}$

（2）$y - 0 = \dfrac{3-0}{0-2}(x-2)$

$y = -\dfrac{3}{2}(x-2)$

$\boldsymbol{y = -\dfrac{3}{2}x + 3}$

（3）$y - (-3) = \dfrac{4-(-3)}{-7-1}(x-1)$

$y + 3 = -\dfrac{7}{8}(x-1)$

$y = -\dfrac{7}{8}x + \dfrac{7}{8} - 3$

$\boldsymbol{y = -\dfrac{7}{8}x - \dfrac{17}{8}}$

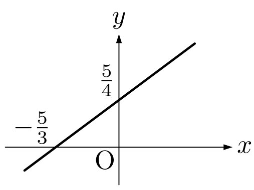
（4）$\boldsymbol{x = -3}$

問 9

（1）$3x - 4y + 5 = 0$

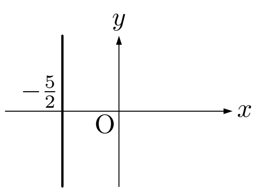
$-4y = -3x + 5$

$y = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{5}{4}$



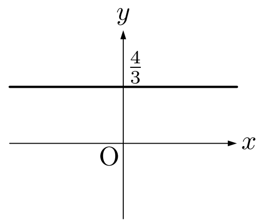
（2）$2x + 5 = 0$

$x = -\dfrac{5}{2}$



（3）$3y - 4 = 0$

$y = \dfrac{4}{3}$



問 10

（1）求める直線の傾きは 1 であるから

$y - 3 = 1(x-5)$

$\boldsymbol{y = x - 2}$

または，

$\boldsymbol{x - y - 2 = 0}$

（2）$2x + 4y + 5 = 0$ より

$y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{4}$

よって，求める直線の傾きは 2 となるので

$y - (-1) = 2(x-3)$

$\boldsymbol{y = 2x - 7}$

または，

$\boldsymbol{2x - y - 7 = 0}$

（3）直線 $x + 1 = 0$ は，y 軸に平行な直線なので，求める直線は，点 $(-3,\ 2)$ を通り，x 軸に平行な直線である．

$\boldsymbol{y = 2}$

（4）$\boldsymbol{x = -2}$

問 11

直線 AB の傾きは

$\dfrac{-2-3}{5-2} = -\dfrac{5}{3}$

よって，線分 AB の垂直二等分線の傾きは，$\dfrac{3}{5}$ である．

また，線分 AB の中点の座標は，

$$\left(\frac{2+5}{2},\ \frac{3-2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2},\ \frac{1}{2}\right)$$

したがって，求める直線の方程式は

$y - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{5}\left(x - \dfrac{7}{2}\right)$

$y = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{21}{10} + \dfrac{1}{2}$

$\boldsymbol{y = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{8}{5}}$

または，

$\boldsymbol{3x - 5y - 8 = 0}$

∎