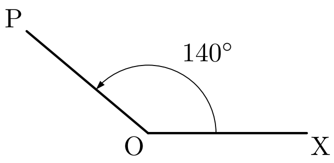
5章　三角関数

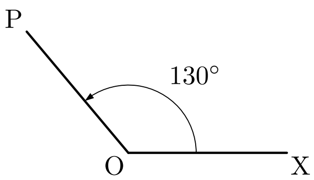
§ 2　三角関数　(p.137〜p.150)

問 1　OX を始線，OP を角の動径とする．

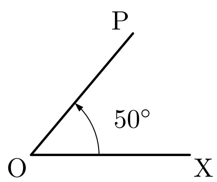
（1）　$500^\circ = 140^\circ + 360^\circ \times 1$



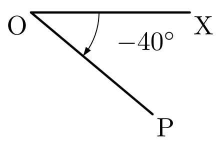
（2）　$1210^\circ = 130^\circ + 360^\circ \times 3$



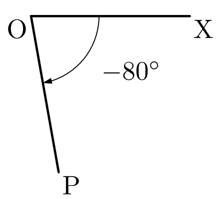
（3）　$-310^\circ = 50^\circ + 360^\circ \times (-1)$



（4）　$-400^\circ = -40^\circ + 360^\circ \times (-1)$



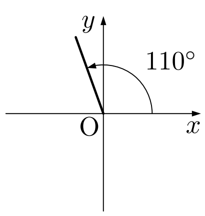
（5）　$-1520^\circ = -80^\circ + 360^\circ \times (-4)$



問 2

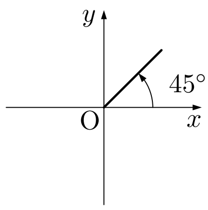
（1）　$470^\circ = 110^\circ + 360^\circ \times 1$

よって，**第 2 象限**



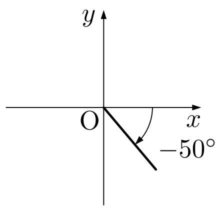
（2）　$-315^\circ = 45^\circ + 360^\circ \times (-1)$

よって，**第 1 象限**



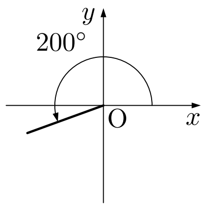
（3）　$-410^\circ = -50^\circ + 360^\circ \times (-1)$

よって，**第 4 象限**



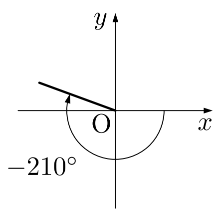
（4）　$1280^\circ = 200^\circ + 360^\circ \times 3$

よって，**第 3 象限**



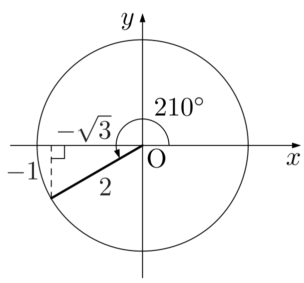
（5）　$-570^\circ = -210^\circ + 360^\circ \times (-1)$

よって，**第 2 象限**



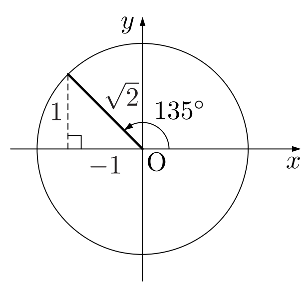
問 3

（1）



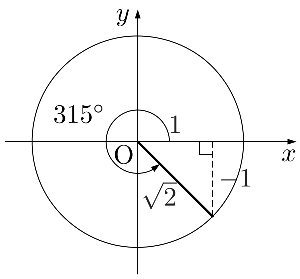
$\sin 210^\circ = -\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

（2）$495^\circ = 135^\circ + 360^\circ \times 1$



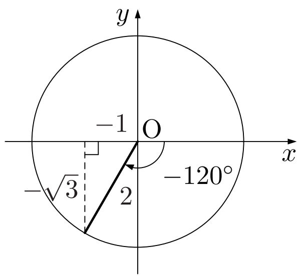
$\cos 495^\circ = -\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

（3）



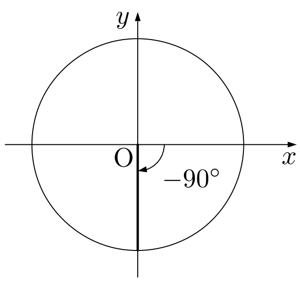
$\tan 315° = \mathbf{-1}$

（4）$-840° = -120° + 360° \times (-2)$



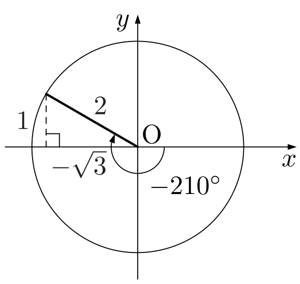
$\sin(-840°) = \boldsymbol{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

（5）$-450° = -90° + 360° \times (-1)$



$\cos(-450°) = \mathbf{0}$

（6）$-570° = -210° + 360° \times (-1)$



$\tan(-570°) = \boldsymbol{-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$

問 4

（1）　$15° = \theta$（ラジアン）とすると

$15 : 180 = \theta : \pi$

$180\theta = 15\pi$

よって，$\theta = \dfrac{15\pi}{180} = \boldsymbol{\dfrac{\pi}{12}}$

（2）　$60° = \theta$（ラジアン）とすると

$60 : 180 = \theta : \pi$

$180\theta = 60\pi$

よって，$\theta = \dfrac{60\pi}{180} = \boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}$

（3）　$120° = \theta$（ラジアン）とすると

$120 : 180 = \theta : \pi$

$180\theta = 120\pi$

よって，$\theta = \dfrac{120\pi}{180} = \boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$

（4）　$270° = \theta$（ラジアン）とすると

$270 : 180 = \theta : \pi$

$180\theta = 270\pi$

よって，$\theta = \dfrac{270\pi}{180} = \boldsymbol{\dfrac{3}{2}\pi}$

（5）　$-135° = \theta$（ラジアン）とすると

$-135 : 180 = \theta : \pi$

$180\theta = -135\pi$

よって，$\theta = \dfrac{-135\pi}{180} = \boldsymbol{-\dfrac{3}{4}\pi}$

問 5

（1）　$\dfrac{180}{\pi} \cdot \dfrac{\pi}{4} = \mathbf{45°}$

（2）　$\dfrac{180}{\pi} \cdot \dfrac{5}{6}\pi = \mathbf{150°}$

（3）　$\dfrac{180}{\pi} \cdot \dfrac{7}{4}\pi = \mathbf{315°}$

（4）　$\dfrac{180}{\pi} \cdot \left(-\dfrac{\pi}{5}\right) = \mathbf{-36°}$

（5）　$\dfrac{180}{\pi} \cdot \dfrac{11}{6}\pi = \mathbf{330°}$

問 6

弧の長さを l，面積を S とすると

$l = r\theta = 9 \cdot \dfrac{2}{3}\pi$

$= \boldsymbol{6\pi}$ (cm)

$S = \dfrac{1}{2}rl = \dfrac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6\pi$

$= \boldsymbol{27\pi}$ (cm^2)

問 7

中心角の大きさを θ とすると，$l = r\theta$ であるから

$3\pi = 10\theta$

よって，$\theta = \boldsymbol{\frac{3}{10}\pi}$

問 8

扇形 OAB の面積は，$\frac{1}{2}r^2\theta$

△OAB の面積は，$\frac{1}{2}r^2\sin\theta$

よって，弓形の面積は

$\frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2}r^2\sin\theta = \boldsymbol{\frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta)}$

問 9

（1）　与式 $= \sin 45^\circ = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

（2）　与式 $= \cos 135^\circ = \boldsymbol{-\frac{1}{\sqrt{2}}}$

（3）　与式 $= \tan 120^\circ = \boldsymbol{-\sqrt{3}}$

問 10

（1）左辺 $= 1 + \dfrac{1}{\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$

$= 1 + \dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin^2\theta} =$ 右辺

（2）左辺 $= \dfrac{\sin^2\theta}{(1-\cos\theta)\sin\theta} - \dfrac{\cos\theta(1-\cos\theta)}{\sin\theta(1-\cos\theta)}$

$= \dfrac{\sin^2\theta - \cos\theta(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta - \cos\theta + \cos^2\theta}{(1-\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta - \cos\theta}{(1-\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{1-\cos\theta}{(1-\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin\theta} =$ 右辺

（3）左辺 $= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta)$

$= (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta\cos\theta) =$ 右辺

問 11

$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より

$\dfrac{1}{\cos^2\theta} = 1 + (-2)^2 = 5$

よって，$\cos^2\theta = \dfrac{1}{5}$

θ は，第 4 象限の角だから，$\cos\theta > 0$

したがって，$\cos\theta = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}}$

$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta$

$= -2 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$= \boldsymbol{-\frac{2}{\sqrt{5}}}$

問 12

（1）　左辺 $= \cos\left\{\pi - \left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)\right\}$

$= -\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$

$= -\sin\theta =$ 右辺

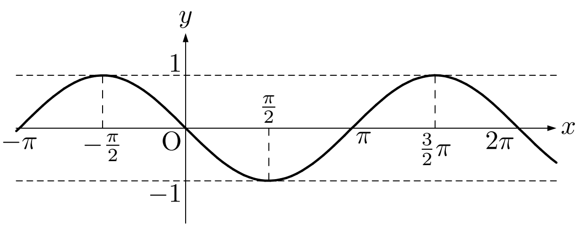
（2）　左辺 $= \tan\left\{\pi - \left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)\right\}$

$= -\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$

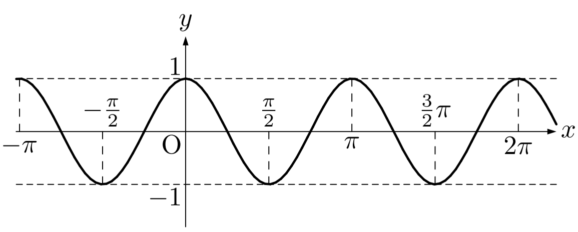
$= -\dfrac{1}{\tan\theta} =$ 右辺

問 13

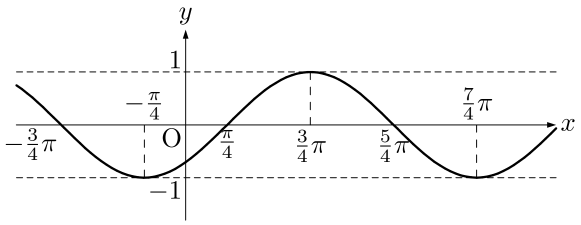
（1）　この関数のグラフは，$y = \sin x$ のグラフを y 軸方向に -1 倍したものだから，周期は $\boldsymbol{2\pi}$ であり，グラフは次のようになる．



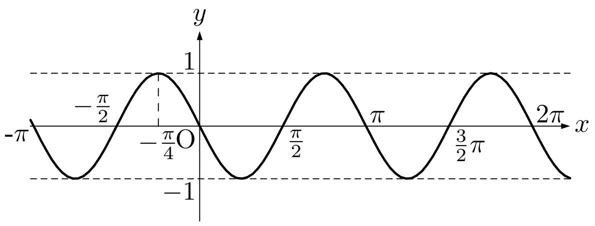
（2）　この関数のグラフは，$y = \cos x$ のグラフを x 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍したものだから，周期は $2\pi \cdot \frac{1}{2} = \boldsymbol{\pi}$ であり，グラフは次のようになる．



（3）　この関数のグラフは，$y = \sin x$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{\pi}{4}$ 平行移動したものだから，周期は $\boldsymbol{2\pi}$ であり，グラフは次のようになる．

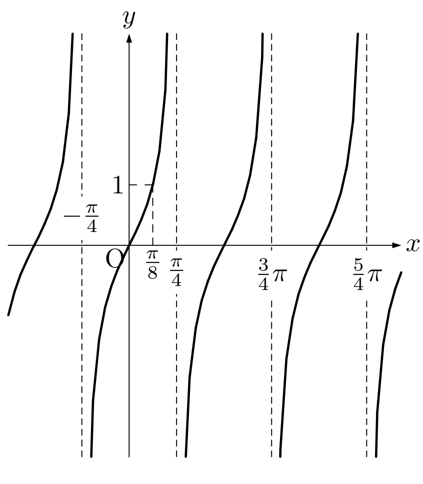


（4）　$y = \cos 2\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ であるから，この関数のグラフは，$y = \cos 2x$ のグラフを x 軸方向に $-\dfrac{\pi}{4}$ 平行移動したものだから，周期は $2\pi \cdot \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{\pi}$ であり，グラフは次のようになる．

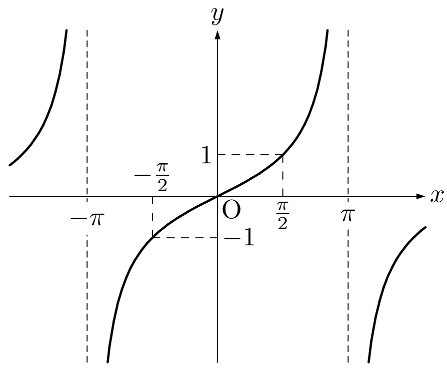


問 14

（1）　この関数のグラフは，$y = \tan x$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍したものだから，周期は $\pi \cdot \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{\dfrac{1}{2}\pi}$ であり，グラフは次のようになる．

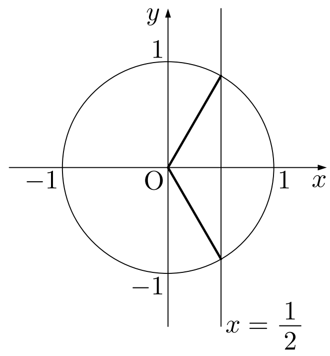


（2）　この関数のグラフは，$y = \tan x$ のグラフを x 軸方向に 2 倍したものだから，周期は $\pi \cdot 2 = \boldsymbol{2\pi}$ であり，グラフは次のようになる．



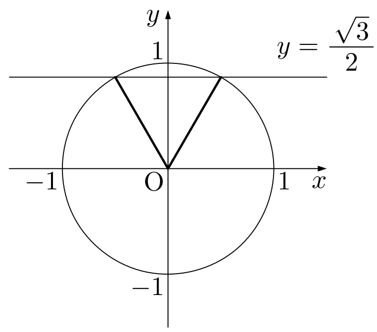
問 15

（1）



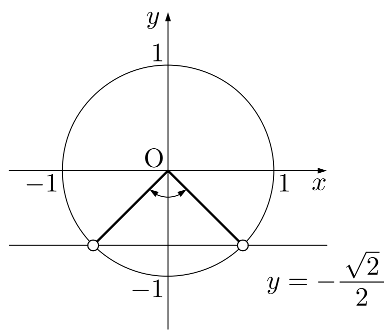
$\boldsymbol{x = \dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{5}{3}\pi}$

（2）



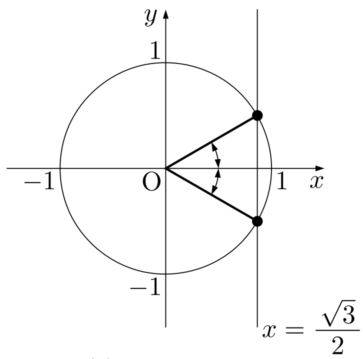
$\boldsymbol{x = \dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2}{3}\pi}$

（3）



$\boldsymbol{\dfrac{5}{4}\pi < x < \dfrac{7}{4}\pi}$

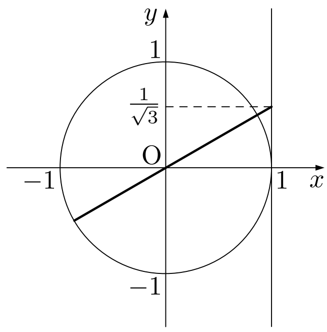
（4）



$$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{6},\quad \frac{11}{6}\pi \leqq x < 2\pi}$$

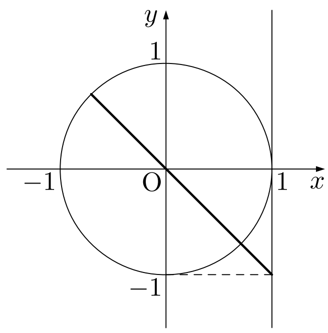
問 16

（1）



$$\boldsymbol{x = \frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi}$$

（2）



$$\boldsymbol{x = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi}$$