

### 3章 関数とグラフ

#### BASIC

172  $y = f(x)$  とする.

$$(1) \quad \begin{aligned} f(-x) &= 3 \cdot (-x) \\ &= -(3x) = -f(x) \end{aligned}$$

よって, 奇関数

$$(2) \quad \begin{aligned} f(-x) &= (-x) - 1 \\ &= -x - 1 \end{aligned}$$

よって, 偶関数でも奇関数でもない.

$$(3) \quad \begin{aligned} f(-x) &= -(-x)^2 \\ &= -x^2 = f(x) \end{aligned}$$

よって, 偶関数

$$(4) \quad \begin{aligned} f(-x) &= (-x)^4 + 3(-x)^2 \\ &= x^4 + 3x^2 = f(x) \end{aligned}$$

よって, 偶関数

$$(5) \quad \begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 + (-x) \\ &= x^2 - x \end{aligned}$$

よって, 偶関数でも奇関数でもない.

$$(6) \quad \begin{aligned} f(-x) &= (-x - 1)^3 \\ &= \{-(x + 1)\}^3 \\ &= -(x + 1)^3 \end{aligned}$$

よって, 偶関数でも奇関数でもない.

$$(7) \quad \begin{aligned} f(-x) &= \frac{1}{2} \cdot (-x)^3 \\ &= \frac{1}{2} \cdot (-x^3) \\ &= -\frac{1}{2}x^3 = -f(x) \end{aligned}$$

よって, 奇関数

$$(8) \quad \begin{aligned} f(-x) &= \frac{1}{-x} \\ &= -\frac{1}{x} = -f(x) \end{aligned}$$

よって, 奇関数

$$(9) \quad \begin{aligned} f(-x) &= \frac{-x + 1}{-x} \\ &= \frac{x - 1}{x} \end{aligned}$$

よって, 偶関数でも奇関数でもない.

以上より

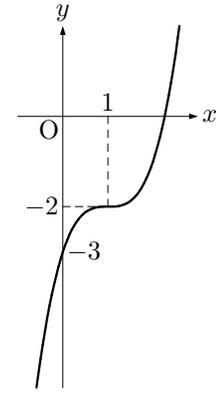
偶関数は, (3), (4)

奇関数は, (1), (7), (8)

173 (1) この関数のグラフは,  $y = x^3$  のグラフを  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に  $-2$  平行移動したものである.

また,  $x = 0$  のとき

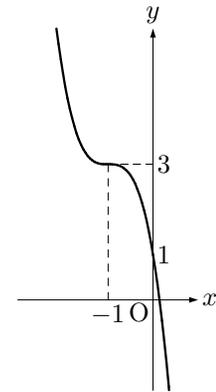
$$y = (0 - 1)^3 - 2 = -1 - 2 = -3$$



(2) この関数のグラフは,  $y = -2x^3$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $3$  平行移動したものである.

また,  $x = 0$  のとき

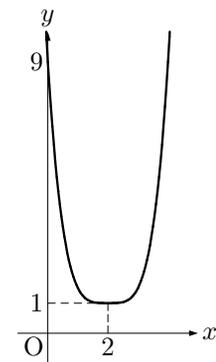
$$y = -2(0 + 1)^3 + 3 = -2 + 3 = 1$$



(3) この関数のグラフは,  $y = \frac{1}{2}x^4$  のグラフを  $x$  軸方向に  $2$ ,  $y$  軸方向に  $1$  平行移動したものである.

また,  $x = 0$  のとき

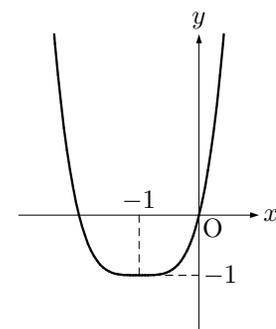
$$y = \frac{1}{2}(0 - 2)^4 + 1 = 8 + 1 = 9$$



(4) この関数のグラフは,  $y = x^4$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである.

また,  $x = 0$  のとき

$$y = (0 + 1)^4 - 1 = 1 - 1 = 0$$

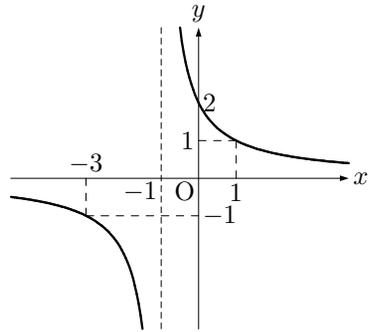


174(1) この関数のグラフは、 $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = -1, y = 0$ 。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = \frac{2}{0+1} = 2$$

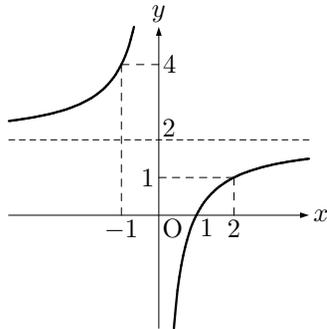


(2) この関数のグラフは、 $y = -\frac{2}{x}$  のグラフを  $y$  軸方向に  $2$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = 0, y = 2$ 。

また、 $y = 0$  のとき

$$0 = 2 - \frac{2}{x} \text{ より, } x = 1$$



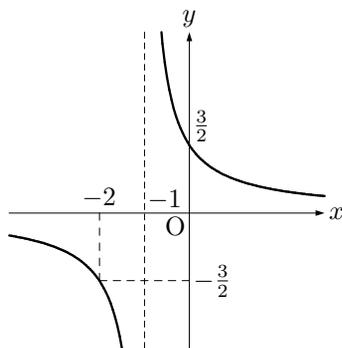
(3)  $y = \frac{3}{2(x+1)} = \frac{\frac{3}{2}}{x+1}$

この関数のグラフは、 $y = \frac{3}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = -1, y = 0$ 。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = \frac{3}{0+2} = \frac{3}{2}$$



(4)  $y = \frac{(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 1$

この関数のグラフは、 $y = \frac{3}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $1$  平行移動したものである。

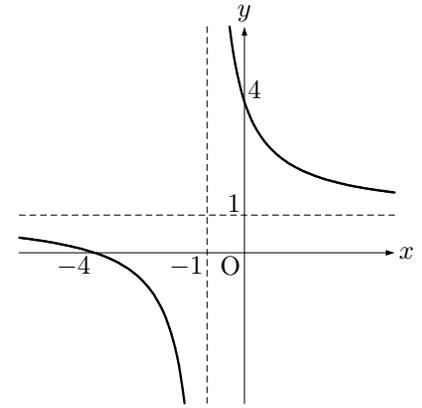
漸近線は、 $x = -1, y = 1$ 。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = \frac{0+4}{0+1} = 4$$

$y = 0$  のとき

$$0 = \frac{x+4}{x+1} \text{ より, } x = -4$$



(5)  $y = \frac{-3(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 3$

この関数のグラフは、 $y = -\frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $1$ ,  $y$  軸方向に  $-3$  平行移動したものである。

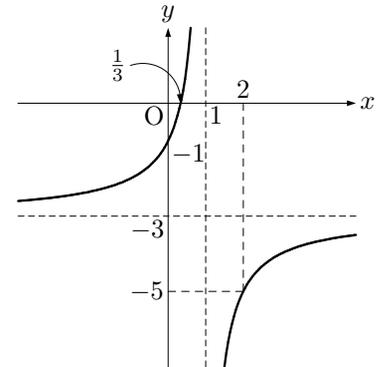
漸近線は、 $x = 1, y = -3$ 。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = \frac{1-0}{0-1} = -1$$

$y = 0$  のとき

$$0 = \frac{1-3x}{x-1} \text{ より, } x = \frac{1}{3}$$



175(1)  $x+2 \geq 0$  より、 $x \geq -2$

(2)  $x+1 > 0$  より、 $x > -1$

(3)  $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$  より

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$(x+1)(x-4) \leq 0$$

よって、 $-1 \leq x \leq 4$

(4)  $x^2 - 4x + 5 \geq 0$  より

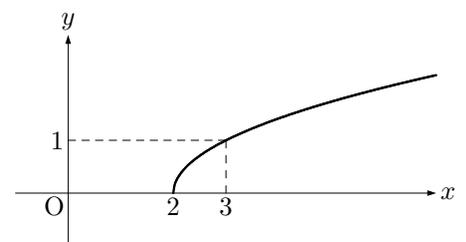
$$(x-2)^2 + 1 \geq 0$$

左辺  $> 0$  であるから、これは、常に成り立つ。

よって、定義域はすべての実数

176(1) この関数のグラフは、 $y = \sqrt{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $2$  平行移動したものである。

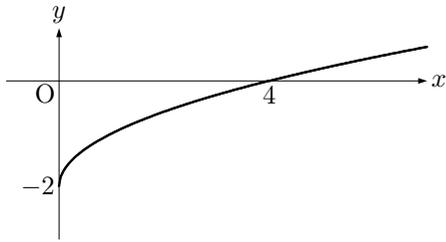
定義域は、 $x-2 \geq 0$  より、 $x \geq 2$ , 値域は、 $y \geq 0$



- (2) この関数のグラフは、 $y = \sqrt{x}$  のグラフを  $y$  軸方向に  $-2$  平行移動したものである。

定義域は、 $x \geq 0$ 、値域は、 $y \geq -2$

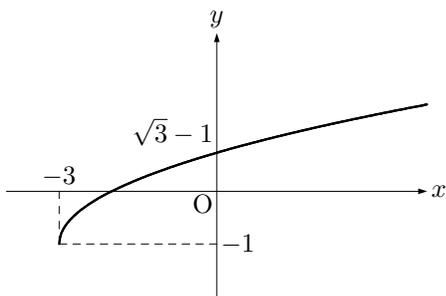
また、 $y = 0$  のとき、 $0 = \sqrt{x} - 2$  より、 $x = 4$



- (3) この関数のグラフは、 $y = \sqrt{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-3$ 、 $y$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである。

定義域は、 $x + 3 \geq 0$  より、 $x \geq -3$ 、値域は、 $y \geq -1$

また、 $x = 0$  のとき、 $y = \sqrt{0+3} - 1 = \sqrt{3} - 1$



177 (1)  $y = -(x^3 - 2x^2)$

$$= -x^3 + 2x^2$$

よって、 $y = -x^3 + 2x^2$

(2)  $y = (-x)^3 - 2(-x)^2$

$$= -x^3 - 2x^2$$

よって、 $y = -x^3 - 2x^2$

(3)  $y = -\{(-x)^3 - 2(-x)^2\}$

$$= -(-x^3 - 2x^2)$$

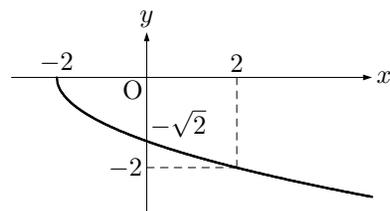
$$= x^3 + 2x^2$$

よって、 $y = x^3 + 2x^2$

- 178 (1) この関数のグラフは、 $y = -\sqrt{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-2$  平行移動したものである。

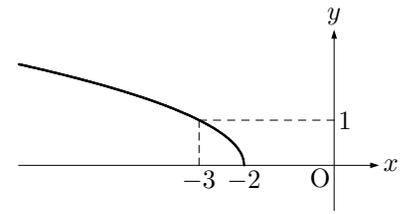
定義域は、 $x + 2 \geq 0$  より、 $x \geq -2$ 、値域は、 $y \leq 0$

また、 $x = 0$  のとき、 $y = -\sqrt{0+2} = -\sqrt{2}$



- (2)  $y = \sqrt{-(x+2)}$  であるから、この関数のグラフは、 $y = \sqrt{-x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-2$  平行移動したものである。

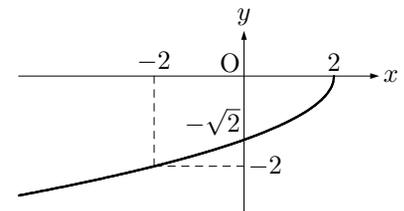
定義域は、 $-x - 2 \geq 0$  より、 $x \leq -2$ 、値域は、 $y \geq 0$



- (3)  $y = -\sqrt{-(x-2)}$  であるから、この関数のグラフは、 $y = -\sqrt{-x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $2$  平行移動したものである。

定義域は、 $-x + 2 \geq 0$  より、 $x \leq 2$ 、値域は、 $y \leq 0$

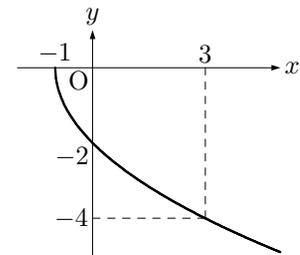
また、 $x = 0$  のとき、 $y = -\sqrt{-0+2} = -\sqrt{2}$



- (4) この関数のグラフは、 $y = -2\sqrt{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである。

定義域は、 $x + 1 \geq 0$  より、 $x \geq -1$ 、値域は、 $y \leq 0$

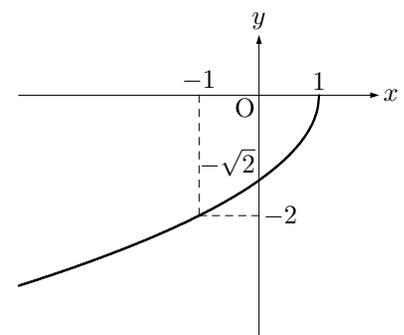
また、 $x = 0$  のとき、 $y = -2\sqrt{0+1} = -2$



- (5)  $y = -\sqrt{-2(x-1)}$  であるから、この関数のグラフは、 $y = -\sqrt{-2x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $1$  平行移動したものである。

定義域は、 $2 - 2x \geq 0$  より、 $x \leq 1$ 、値域は、 $y \leq 0$

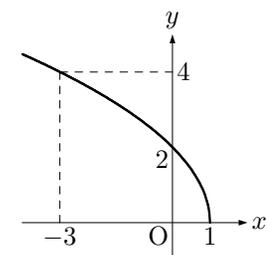
また、 $x = 0$  のとき、 $y = -\sqrt{2-0} = -\sqrt{2}$



- (6)  $y = 2\sqrt{-(x-1)}$  であるから、この関数のグラフは、 $y = 2\sqrt{-x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $1$  平行移動したものである。

定義域は、 $1 - x \geq 0$  より、 $x \leq 1$ 、値域は、 $y \geq 0$

また、 $x = 0$  のとき、 $y = 2\sqrt{1-0} = 2$



179 (1) この関数の定義域は、 $x \neq 1$ 、値域は、 $y \neq 0$ であるから、  
逆関数の定義域、値域はそれぞれ

$$x \neq 0, y \neq 1$$

$$\text{逆関数は, } x = \frac{1}{y-1}$$

$$\text{これを, } y \text{ について解くと}$$

$$(y-1)x = 1$$

$$yx - x = 1$$

$$yx = x + 1$$

$$y = \frac{x+1}{x} \quad (x \neq 0 \text{ より})$$

$$= \frac{1}{x} + 1$$

よって、逆関数は、 $y = \frac{1}{x} + 1$

定義域、値域はそれぞれ

$$x \neq 0, y \neq 1$$

(2) この関数の定義域は、 $x \geq 0$ 、値域は、 $y \geq -1$ であるから、  
逆関数の定義域、値域はそれぞれ

$$x \geq -1, y \geq 0$$

$$\text{逆関数は, } x = 2y^2 - 1$$

$$\text{これを } y \text{ について解くと}$$

$$2y^2 - 1 = x$$

$$2y^2 = x + 1$$

$$y^2 = \frac{x+1}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{2}} \quad (y \geq 0 \text{ より})$$

よって、逆関数は、 $y = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$

定義域、値域はそれぞれ

$$x \geq -1, y \geq 0$$

(3) この関数の定義域は、 $x \geq 0$ 、値域は、 $y \leq 0$ であるから、  
逆関数の定義域、値域はそれぞれ

$$x \leq 0, y \geq 0$$

$$\text{逆関数は, } x = -\sqrt{y}$$

$$\text{これを } y \text{ について解くと}$$

$$\sqrt{y} = -x$$

$$y = (-x)^2$$

$$= x^2$$

よって、逆関数は、 $y = x^2$

定義域、値域はそれぞれ

$$x \leq 0, y \geq 0$$

(4) この関数の定義域は、 $1-2x \geq 0$ より、 $x \leq \frac{1}{2}$ 、値域は、  
 $y \geq -1$ であるから、逆関数の定義域、値域はそれぞれ

$$x \geq -1, y \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{逆関数は, } x = \sqrt{1-2y} - 1$$

$$\text{これを } y \text{ について解くと}$$

$$\sqrt{1-2y} = x + 1$$

$$1 - 2y = (x+1)^2$$

$$2y = -(x+1)^2 + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$$

よって、逆関数は、 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$

定義域、値域はそれぞれ

$$x \geq -1, y \leq \frac{1}{2}$$

## CHECK

180

$$(1) \quad f(-x) = -x$$

$$= -(x) = -f(x)$$

よって、奇関数

$$(2) \quad f(-x) = (-x)^2 - 1$$

$$= x^2 - 1 = f(x)$$

よって、偶関数

$$(3) \quad f(-x) = -x\{(-x)^2 - 1\}$$

$$= -x(x^2 - 1)$$

$$= -\{x(x^2 - 1)\} = -f(x)$$

よって、奇関数

$$(4) \quad f(-x) = 1 = f(x)$$

よって、偶関数

$$(5) \quad f(-x) = 1 + (-x)^4$$

$$= 1 + x^4 = f(x)$$

よって、偶関数

$$(6) \quad f(-x) = 1 + (-x)^3$$

$$= 1 - x^3$$

よって、偶関数でも奇関数でもない。

$$181 (1) \quad y = \frac{2(x+2) - 5}{x+2} = -\frac{5}{x+2} + 2$$

定義域は、 $x \neq -2$ 、値域は、 $y \neq 2$

(2) 定義域は、 $x+3 \geq 0$ より、 $x \geq -3$   
値域は

$$\sqrt{x+3} \geq 0$$

$$-\sqrt{x+3} \leq 0$$

$$-\sqrt{x+3} + 3 \leq 0 + 3$$

すなわち、 $y \leq 3$

182 求める関数の式は

$$y = -\frac{2}{x-(-1)} + 3$$

$$\text{すなわち, } y = -\frac{2}{x+1} + 3$$

183 求める関数の式は

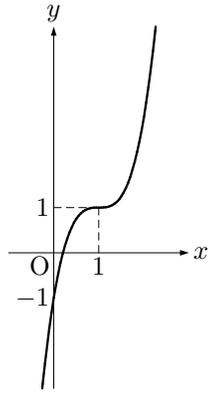
$$y = \sqrt{2\{x-(-2)\}} - 3$$

$$\text{すなわち, } y = \sqrt{2(x+2)} - 3$$

184 (1) この関数のグラフは、 $y = 2x^3$ のグラフを  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に 1 平行移動したものである。

また、 $x = 0$  のとき

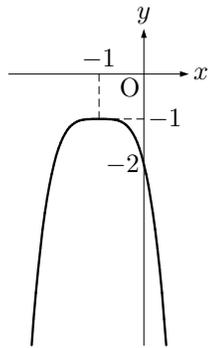
$$y = 2(0-1)^3 + 1 = -2 + 1 = -1$$



(2) この関数のグラフは、 $y = -x^4$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$ 、 $y$  軸方向に  $-1$  平行移動したものである。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = -(0+1)^4 - 1 = -1 - 1 = -2$$



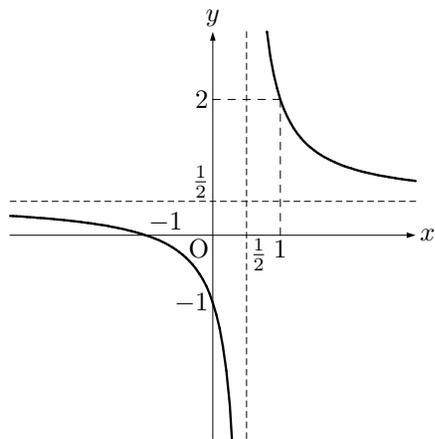
(3) 
$$y = \frac{(x - \frac{1}{2}) + \frac{3}{2}}{2(x - \frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{4}}{x - \frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$$

この関数のグラフは、 $y = \frac{3}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\frac{1}{2}$ 、 $y$  軸方向に  $\frac{1}{2}$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = \frac{1}{2}$ 。

また、 $x = 0$  のとき

$$y = \frac{0+1}{0-1} = -1$$



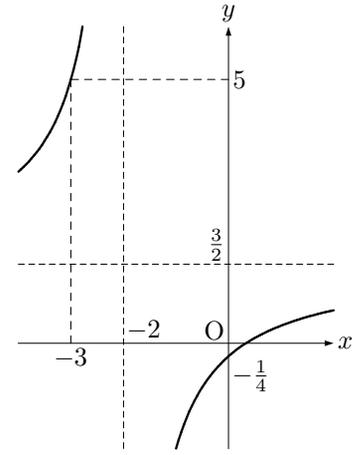
(4) 
$$y = \frac{3(x+2) - 7}{2(x+2)} = -\frac{7}{2(x+2)} + \frac{3}{2}$$

この関数のグラフは、 $y = \frac{7}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-2$ 、 $y$  軸方向に  $\frac{3}{2}$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = -2$ 、 $y = \frac{3}{2}$ 。

また、 $x = 0$  のとき

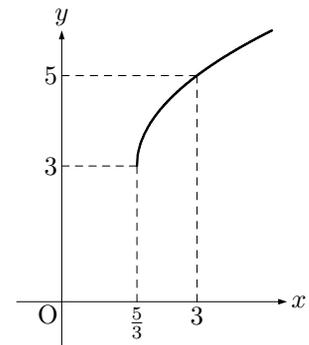
$$y = \frac{0-1}{0+4} = -\frac{1}{4}$$



185 (1) 
$$y = \sqrt{3(x - \frac{5}{3})} + 3$$
 であるから、この関数のグラフは、

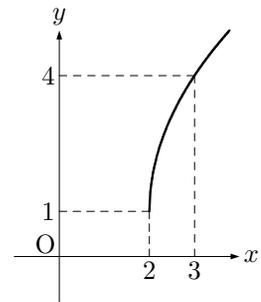
$y = \sqrt{3x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\frac{5}{3}$ 、 $y$  軸方向に  $3$  平行移動したものである。

定義域は、 $3x - 5 \geq 0$  より、 $x \geq \frac{5}{3}$ 、値域は、 $y \geq 3$



(2) この関数のグラフは、 $y = 3\sqrt{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $2$ 、 $y$  軸方向に  $1$  平行移動したものである。

定義域は、 $x - 2 \geq 0$  より、 $x \geq 2$ 、値域は、 $y \geq 1$



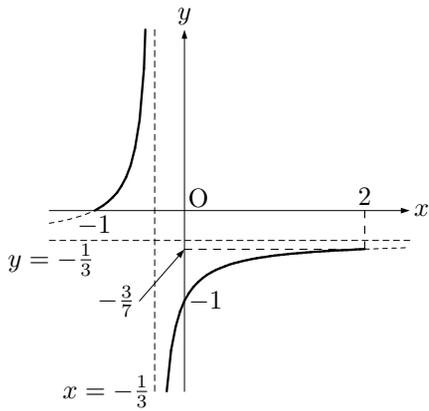
186 
$$y = \frac{-(x + \frac{1}{3}) - \frac{2}{3}}{3(x + \frac{1}{3})} = -\frac{\frac{2}{9}}{x + \frac{1}{3}} - \frac{1}{3}$$

よって、この関数のグラフは、 $y = -\frac{9}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-\frac{1}{3}$ 、 $y$  軸方向に  $-\frac{1}{3}$  平行移動したものである。

漸近線は、 $x = -\frac{1}{3}$ 、 $y = -\frac{1}{3}$

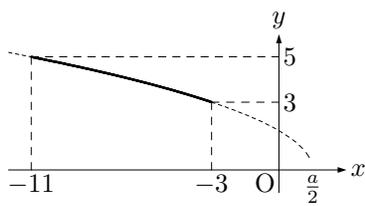
また、 $x = -1$  のとき、 $y = \frac{1-1}{3+1} = 0$

$x = 2$  のとき、 $y = \frac{-2-1}{6+1} = -\frac{3}{7}$



グラフより、値域は、 $y \leq -\frac{3}{7}$ ,  $y \geq 0$

187  $y = \sqrt{-2(x - \frac{a}{2})}$  であるから、この関数のグラフは、 $y = \sqrt{-2x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\frac{a}{2}$  平行移動したものである。



このグラフは単調に減少するので、 $x = -11$  のとき、 $y = 5$ 、 $x = -3$  のとき、 $y = 3$  となる。

$y = \sqrt{-2x + a} + 3$  に、これらを代入して

$$\begin{cases} 3 = \sqrt{-2 \cdot (-3) + a} & \dots \textcircled{1} \\ 5 = \sqrt{-2 \cdot (-11) + a} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より

$$3 = \sqrt{6 + a}$$

$$9 = 6 + a$$

$$a = 3$$

②より

$$5 = \sqrt{22 + a}$$

$$25 = 22 + a$$

$$a = 3$$

よって、 $a = 3$

188 (1)  $y = (x - 2)^2$  とすると、この関数の値域は、 $y \geq 0$  であるから、逆関数の定義域、値域はそれぞれ

$$x \geq 0, y \leq 2$$

$$\text{逆関数は、} x = (y - 2)^2$$

これを、 $y$  について解くと

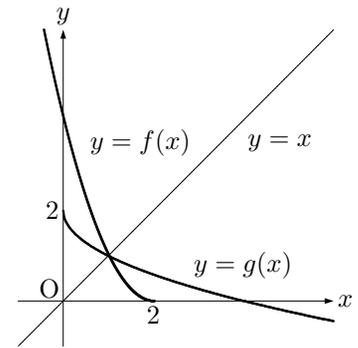
$$(y - 2)^2 = x$$

$$y - 2 = -\sqrt{x} \quad (y \leq 2 \text{ より})$$

$$y = -\sqrt{x} + 2$$

$$\text{よって、} g(x) = -\sqrt{x} + 2 \quad (x \geq 0)$$

(2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフは、直線  $y = x$  に関して対称であるから、 $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフの交点は、 $y = f(x)$  と直線  $y = x$  のグラフの交点と一致する。



$$\begin{cases} y = (x - 2)^2 & (x \leq 2) \\ y = x \end{cases}$$

を解くと

$$x = (x - 2)^2$$

$$x = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$$x \leq 2 \text{ より、} x = 1$$

これより、 $y = 1$  であるから、求める交点は、 $(1, 1)$

189 与えられた関数のグラフを、 $x$  軸方向に 2 倍に拡大したグラフの式は

$$y = \frac{1}{\frac{1}{2}x - 3} = \frac{2}{x - 6}$$

この関数のグラフを、 $y$  軸方向に 2 倍に拡大したグラフの式は

$$y = 2 \left( \frac{2}{x - 6} \right)$$

$$\text{よって、} y = \frac{4}{x - 6}$$

### STEP UP

190 (1) 求める双曲線の方程式を  $y = \frac{a}{x + 2} + q$  とおくと、この双曲線が 2 点  $(2, 4)$ ,  $(-1, 7)$  を通ることから

$$\begin{cases} 4 = \frac{a}{2 + 2} + q & \dots \textcircled{1} \\ 7 = \frac{a}{-1 + 2} + q & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より

$$4 = \frac{a}{4} + q$$

$$16 = a + 4q$$

②より

$$7 = \frac{a}{1} + q$$

$$7 = a + q$$

したがって

$$\begin{cases} a + 4q = 16 \\ a + q = 7 \end{cases}$$

これを解いて、 $a = 4$ ,  $q = 3$

$$\text{よって、} y = \frac{4}{x + 2} + 3$$

(2) 求める双曲線の方程式を  $y = \frac{a}{x - p} + 2$  とおくと、この双曲線が 2 点  $(4, 6)$ ,  $(2, -2)$  を通ることから

$$\begin{cases} 6 = \frac{a}{4 - p} + 2 & \dots \textcircled{1} \\ -2 = \frac{a}{2 - p} + 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

ただし、 $p \neq 2, 4$ ,  $a \neq 0$

①より

$$4 = \frac{a}{4 - p}$$

$$4(4 - p) = a$$

$$16 = a + 4p$$

②より

$$-4 = \frac{a}{2-p}$$

$$-4(2-p) = a$$

$$-8 = a - 4p$$

したがって

$$\begin{cases} a + 4p = 16 \\ a - 4p = -8 \end{cases}$$

これを解いて,  $a = 4, q = 3$

$$\text{よって, } y = \frac{4}{x-3} + 2$$

(3) 求める双曲線の方程式を  $y = \frac{3}{x-p} + q$  とおくと, この双曲線が2点  $(-2, 8), (-4, 10)$  を通ることから

$$\begin{cases} 8 = \frac{3}{-2-p} + q & \dots \text{①} \\ 10 = \frac{3}{-4-p} + q & \dots \text{②} \end{cases}$$

ただし,  $p \neq -2, -4, q \neq 8, 10$

① - ② より

$$-2 = \frac{3}{-2-p} - \frac{3}{-4-p}$$

$$2 = \frac{3}{p+2} - \frac{3}{p+4}$$

両辺に  $(p+2)(p+4)$  をかけて

$$2(p+2)(p+4) = 3(p+4) - 3(p+2)$$

$$2(p^2 + 6p + 8) = 3p + 12 - 3p - 6$$

$$p^2 + 6p + 5 = 0$$

$$(p+5)(p+1) = 0$$

したがって,  $p = -5, -1$

$p = -5$  のとき

$$q = 8 - \frac{3}{-2 - (-5)}$$

$$= 8 - 1 = 7$$

$p = -1$  のとき

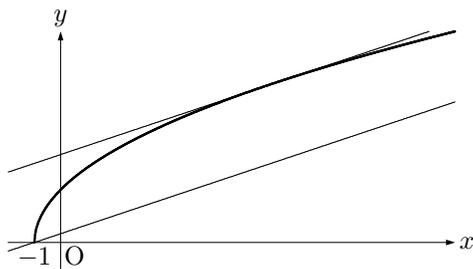
$$q = 8 - \frac{3}{-2 - (-1)}$$

$$= 8 + 3 = 11$$

よって,  $(p, q) = (-5, 7), (-1, 11)$  であるから

$$y = \frac{3}{x+5} + 7, y = \frac{3}{x+1} + 11$$

191 2つのグラフの共有点が2個となるのは, 下の図のように, 点  $(-1, 0)$  を通る直線と, 曲線に接する直線との間に直線がある場合である.



直線が点  $(-1, 0)$  を通るときは,  $y = \frac{1}{3}x + k$  に  $x = -1, y = 0$  を代入して

$$0 = -\frac{1}{3} + k, \text{ すなわち } k = \frac{1}{3}$$

2つの方程式を連立させると

$$2\sqrt{x+1} = \frac{1}{3}x + k$$

$$6\sqrt{x+1} = x + 3k$$

両辺を2乗して整理すると

$$36(x+1) = x^2 + 6kx + 9k^2$$

$$x^2 + 6(k-6)x + 9(k^2-4) = 0$$

判別式を  $D$  とすると

$$\frac{D}{4} = \{3(k-6)\}^2 - 9(k^2-4)$$

$$= 9(k^2 - 12k + 36) - 9(k^2 - 4)$$

$$= 9(k^2 - 12k + 36 - k^2 + 4)$$

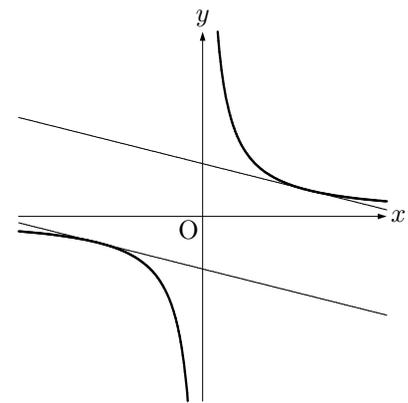
$$= 9(-12k + 40)$$

2つのグラフが接するのは,  $D = 0$  のときなので

$$-12k + 40 = 0, \text{ すなわち } k = \frac{10}{3}$$

よって, 求める  $k$  の範囲は,  $\frac{1}{3} \leq k < \frac{10}{3}$

192 2つのグラフが共有点がをもたないのは, 下の図のように, 曲線に接する2本の直線の間に直線がある場合である.



2つの方程式を連立させると

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{4}x + k$$

$$4 = -x^2 + 4kx$$

$$x^2 - 4kx + 4 = 0$$

判別式を  $D$  とすると

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 4$$

$$= 4k^2 - 4$$

2つのグラフが接するのは,  $D = 0$  のときなので

$$4k^2 - 4 = 0, \text{ すなわち } k = \pm 1$$

よって, 求める  $k$  の範囲は,  $-1 < k < 1$

193 (1) i)  $1 - x^2 \geq 0$  のとき

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$(x+1)(x-1) \leq 0$$

すなわち,  $-1 \leq x \leq 1$  のとき

$$y = 1 - x^2$$

$$= -x^2 + 1$$

ii)  $1 - x^2 < 0$  のとき

$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x+1)(x-1) > 0$$

すなわち,  $x < -1, 1 < x$  のとき

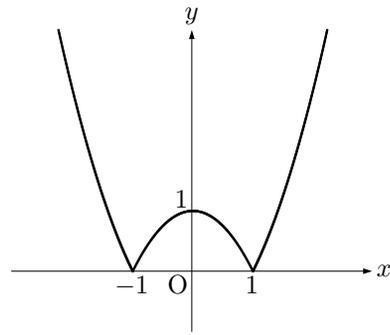
$$y = -(1 - x^2)$$

$$= x^2 - 1$$

以上より

$$y = \begin{cases} -x^2 + 1 & (-1 \leq x \leq 1) \\ x^2 - 1 & (x < -1, 1 < x) \end{cases}$$

よって、グラフは次のようになる。



(2) i)  $x \geq 0$  のとき  

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$= (x - 1)^2$$

ii)  $x < 0$  のとき  

$$y = x^2 - 2 \cdot (-x) + 1$$

$$= x^2 + 2x + 1$$

$$= (x + 1)^2$$

以上より

$$y = \begin{cases} (x - 1)^2 & (x \geq 0) \\ (x + 1)^2 & (x < 0) \end{cases}$$

よって、グラフは次のようになる。

