185　母平均 μ の推定値 $\overline{x}$ は

$$\overline{x} = \frac{1}{10}(5.36 + 5.41 + 5.43 + 5.29 + 5.33 + 5.40 + 5.47 + 5.35 + 5.45 + 5.31)$$

$$= \mathbf{5.38}$$

186　母平均 μ の推定値 $\overline{x}$ は

$$\overline{x} = \frac{1}{6}(3.60 + 4.01 + 3.98 + 3.71 + 3.68 + 3.82)$$

$$= 3.8$$

したがって，母分散 σ^2 の推定値 u^2 は

$$u^2 = \frac{1}{6-1}\left\{(3.60-3.8)^2 + (4.01-3.8)^2 + (3.98-3.8)^2 + (3.71-3.8)^2 + (3.68-3.8)^2 + (3.82-3.8)^2\right\}$$

$$= \mathbf{0.02788}$$

187　題意より，$\overline{x} = 20.52$，$u^2 = 5.67$，$n = 6$

$t_{n-1}(\alpha/2)$ は信頼係数によって

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \therefore \alpha = 0.05$$

$$t_{n-1}(\alpha/2) = t_{6-1}(0.05/2) = t_5(0.025) = 2.571$$

よって母平均 μ の 95％ 信頼区間は,

$$\overline{x} - t_{n-1}(\alpha/2)\sqrt{\frac{u^2}{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{n-1}(\alpha/2)\sqrt{\frac{u^2}{n}}$$

$$20.52 - 2.571\sqrt{\frac{5.67}{6}} \leq \mu \leq 20.52 + 2.571\sqrt{\frac{5.67}{6}}$$

$$18.020\cdots \leq \mu \leq 23.019\cdots$$

$$\therefore \quad \mathbf{18.02} \leq \mu \leq \mathbf{23.02}$$

188　題意より，$n = 5$．標本平均と不偏分散の実現値は

$$\overline{x} = \frac{1}{5}(10.69 + 11.06 + 10.04 + 10.83 + 9.88)$$

$$= 10.5$$

$$u^2 = \frac{1}{5-1}\left\{(10.69-10.5)^2 + (11.06-10.5)^2 + (10.04-10.5)^2 + (10.83-10.5)^2 + (9.88-10.5)^2\right\}$$

$$= 0.26365$$

$t_{n-1}(\alpha/2)$ は信頼係数によって

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \therefore \alpha = 0.05$$

$$t_{n-1}(\alpha/2) = t_{5-1}(0.05/2) = t_4(0.025) = 2.776$$

よって母平均 μ の 95％ 信頼区間は,

$$\overline{x} - t_{n-1}(\alpha/2)\sqrt{\frac{u^2}{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{n-1}(\alpha/2)\sqrt{\frac{u^2}{n}}$$

$$10.5 - 2.776\sqrt{\frac{0.26365}{5}} \leq \mu \leq 10.5 + 2.776\sqrt{\frac{0.26365}{5}}$$

$$9.862\cdots \leq \mu \leq 11.137\cdots$$

$$\therefore \quad \mathbf{9.86} \leq \mu \leq \mathbf{11.14}$$

189　標本の大きさ $n = 200$ は十分に大きいと考える．

題意より，$\overline{x} = 6.44$，$u^2 = 1.86$

$z_{\alpha/2}$ は信頼係数によって,

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \therefore \alpha = 0.05$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.05/2} = z_{0.025} \fallingdotseq 1.960$$

よって母平均 μ の 95％ 信頼区間は,

$$\overline{x} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{u^2}{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{u^2}{n}}$$

$$6.44 - 1.960\sqrt{\frac{1.86}{200}} \leq \mu \leq 6.44 + 1.960\sqrt{\frac{1.86}{200}}$$

$$6.250\cdots \leq \mu \leq 6.629\cdots$$

$$\therefore \quad \mathbf{6.25} \leq \mu \leq \mathbf{6.63}$$

190　題意より，$n = 300$，$p = 0.65$

よって, 標本比率を $\hat{P}$ とすると, $\hat{P}$ の平均と標準偏差は

$$E[\hat{P}] = p$$

$$= \mathbf{0.65}$$

$$\sqrt{V[\hat{P}]} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.65\cdot(1-0.65)}{300}}$$

$$= 0.02753\cdots$$

$$\fallingdotseq \mathbf{0.0275}$$

$n = 300$ は十分に大きいと考えると，$Z = \dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{pq/n}}$ は

近似的に $N(0,\,1)$ に従うので,

$$P(\hat{P} \geq 0.70) \fallingdotseq P\left(Z \geq \frac{0.70-0.65}{0.0275}\right)$$
$$= P(Z \geq 1.818\cdots)$$
$$\fallingdotseq P(Z \geq 1.82)$$
$$= \mathbf{0.0344}$$

191　標本の大きさ $n = 400$ は十分に大きいと考える．標本比率の実現値 $\hat{p}$ は,

$$\hat{p} = \frac{10}{400} = 0.025$$

$z_{\alpha/2}$ は信頼係数によって,

$$1-\alpha = 0.95 \quad \therefore \alpha = 0.05$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.05/2} = z_{0.025} \fallingdotseq 1.960$$

よって母比率 $\hat{p}$ の $95\,\%$ 信頼区間は,

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$0.025 - 1.960\sqrt{\frac{0.025(1-0.025)}{400}}$$
$$\leq p \leq 0.025 + 1.960\sqrt{\frac{0.025(1-0.025)}{400}}$$

$$0.009\cdots \leq p \leq 0.040\cdots$$

$$\therefore \quad \mathbf{0.01} \leq p \leq \mathbf{0.04}$$

192　標本の大きさ $n = 300$ は十分に大きいと考える．標本比率の実現値 $\hat{p}$ は,

$$\hat{p} = \frac{168}{300} = 0.56$$

$z_{\alpha/2}$ は信頼係数によって,

$$1-\alpha = 0.95 \quad \therefore \alpha = 0.05$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.05/2} = z_{0.025} \fallingdotseq 1.960$$

よって母比率 $\hat{p}$ の $95\,\%$ 信頼区間は,

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$0.56 - 1.960\sqrt{\frac{0.56(1-0.56)}{300}}$$
$$\leq p \leq 0.56 + 1.960\sqrt{\frac{0.56(1-0.56)}{300}}$$

$$0.5038\cdots \leq p \leq 0.6161\cdots$$

$$\therefore \quad \mathbf{0.504} \leq p \leq \mathbf{0.616}$$

193　標本の大きさを n とする．$95\,\%$ 信頼区間の区間幅は,

$$2 \times 1.960\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

ここで

$$\hat{p}(1-\hat{p}) = \frac{1}{4} - \left(\hat{p} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$$

となるから，次の不等式が成り立つ n を定めればよい．

$$2 \times 1.960\sqrt{\frac{1}{4n}} \leq 0.03$$
$$4 \times (1.960)^2\frac{1}{4n} \leq (0.03)^2$$
$$n \geq \left(\frac{1.960}{0.03}\right)^2 = 4268.4\cdots$$

したがって，**4269 以上**の標本が必要となる．