149　X_1+X_2 のとりうる値は，$\varphi(X_1,\,X_2)=X_1+X_2$ とおくと，

$$\varphi(0,\,0)=0$$
$$\varphi(0,\,1)=\varphi(1,\,0)=1$$
$$\varphi(0,\,2)=\varphi(1,\,1)=\varphi(2,\,0)=2$$
$$\varphi(1,\,2)=\varphi(2,\,1)=3$$
$$\varphi(2,\,2)=4$$

よって，**0, 1, 2, 3, 4**

また，確率分布表は，

k	0	1	2	3	4	計
$P(X_1+X_2=k)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

150　1 回目に 0, 1, 2 の数字の書かれた玉から 0 の玉を抽出するとき，

$$P(X_1=0)=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

2 回目に 1 の玉を抽出するとき，1 回目は 0 または 2 の玉である．

$$\begin{aligned}&P(X_2=1)\\&=P(X_1=0\cap X_2=1)+P(X_1=2\cap X_2=1)\\&=P(X_1=0)P_{X_1=0}(X_2=1)\\&\quad+P(X_1=2)P_{X_1=2}(X_2=1)\\&=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\\&=\boldsymbol{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

1 回目に 0 の玉，2 回目に 1 の玉を抽出するとき，その事象は 1 通りなので

$$P(X_1=0,\,X_2=1)=\frac{1}{{}_3\mathrm{P}_2}=\boldsymbol{\frac{1}{6}}$$

したがって，

$$P(X_1=0,\,X_2=1)\neq P(X_1=0)P(X_2=1)$$

より，X_1，X_2 は**互いに独立でない**.

151　(1)　X_1 のとりうる値は 0, 1, 2.

X_1 の全事象は，5 個から 2 個選ぶ事象なので ${}_5\mathrm{C}_2$ 通り．それぞれの確率分布は，

$X_1=0$ のときの事象は，白玉 2 個から 2 個選ぶ ${}_2\mathrm{C}_2$ 通りなので，

$$P(X_1=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$$

$X_1=1$ のときの事象は，白玉 2 個から 1 個，赤玉 3 個から 1 個選ぶ ${}_2\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 通りなので，

$$P(X_1=1)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{6}{10}$$

$X_1=2$ のときの事象は，赤玉 3 個から 2 個選ぶ ${}_3\mathrm{C}_2$ 通りなので，

$$P(X_1=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$$

以上より確率分布表は，

k	0	1	2	計
$P(X_1=k)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

(2)

$$\begin{aligned}E[X_1]=E[X_2]&=0\cdot\frac{1}{10}+1\cdot\frac{6}{10}+2\cdot\frac{3}{10}\\&=\frac{6}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E\left[\frac{X_1+X_2}{2}\right]&=\frac{1}{2}E[X_1]+\frac{1}{2}E[X_2]\\&=\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}\\&=\boldsymbol{\frac{6}{5}}\end{aligned}$$

復元抽出なので，

$$\begin{aligned}E[X_1X_2]&=E[X_1]E[X_2]\\&=\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{5}\\&=\boldsymbol{\frac{36}{25}}\end{aligned}$$

152　X_1，X_2 はそれぞれ正規分布 $N\left(\frac{1}{3},\,1\right)$．$N\,(2,\,3)$ に従うので，$E[X_1]=\frac{1}{3}$，$E[X_2]=2$

よって，

$$\begin{aligned}E\left[\frac{X_1+X_2}{2}\right]&=\frac{1}{2}E[X_1]+\frac{1}{2}E[X_2]\\&=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot 2\\&=\boldsymbol{\frac{7}{6}}\end{aligned}$$

153 X_1，X_2 はそれぞれポアソン分布 $P_o(\lambda_1)$，$P_o(\lambda_2)$ に従うので，$E[X_1]=V[X_1]=\lambda_1$，$E[X_2]=V[X_2]=\lambda_2$ よって，

$$E[X_1+X_2]=E[X_1]=E[X_2]=\boldsymbol{\lambda_1+\lambda_2}$$

$$V[X_1+X_2]=V[X_1]=V[X_2]=\boldsymbol{\lambda_1+\lambda_2}$$

154 i 回目のカードの数字を表す確率変数を X_i とおくと，復元抽出より各 X_i は，次の母平均 μ，母分散 σ^2 をもつ母集団分布に従う無作為標本となる．

$$\begin{aligned}\mu &= E[X_i]\\ &= \frac{1}{5}(1+2+3+4+5)\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= V[X_i]\\ &= E[(X_i-\mu)^2]\\ &= E[{X_i}^2]-\mu^2\\ &= \frac{1}{5}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2)-3^2\\ &= 2\end{aligned}$$

したがって，標本平均 $\overline{X}$ の平均と分散は，

$$E[\overline{X}]=\mu=\mathbf{3}$$

$$V[\overline{X}]=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{2}{50}=\mathbf{\frac{1}{25}}$$

155 標本平均 $\overline{X}$ は正規分布 $N\left(12,\ \frac{5}{20}\right)$ に従う．

したがって，$Z=\dfrac{\overline{X}-12}{\sqrt{5/20}}$ は $N(0,\ 1)$ に従う．

$$\begin{aligned}P(\overline{X}\geq 12.8) &= P\left(Z\geq\frac{12.8-12}{\sqrt{5/20}}\right)\\ &= P(Z\geq 2(12.8-12))\\ &= P(Z\geq 1.6)\\ &= \mathbf{0.0548}\end{aligned}$$

156 標本平均 $\overline{X}$ は，$n=100$ が大きいとすると，中心極限定理より近似的に正規分布 $N\left(23.4,\ \frac{4.35}{100}\right)$ に従う．

したがって，$Z=\dfrac{\overline{X}-23.4}{\sqrt{4.35/100}}$ は近似的に $N(0,\ 1)$ に従う．

$$\begin{aligned}P(\overline{X}<23.0) &\fallingdotseq P\left(Z<\frac{23.0-23.4}{\sqrt{4.35/100}}\right)\\ &= P(Z<-1.917\cdots)\\ &\fallingdotseq P(Z<-1.92)\\ &= P(Z>1.92)\\ &= \mathbf{0.0274}\end{aligned}$$

157 χ^2 分布表より，

(1) $P(X\geq 17)=\mathbf{0.0301}$

(2) $P(X\leq 4.2)=\mathbf{0.1614}$

158

$$\begin{aligned}X &= \sum_{i=1}^{25}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{3}\right)^2\\ &= \frac{(25-1)U^2}{9}\\ &= \frac{8}{3}U^2\end{aligned}$$

は自由度 24 の χ^2 分布に従う．

$$\begin{aligned}P(U^2\geq 15) &= P\left(X\geq\frac{8}{3}\cdot 15\right)\\ &= P(X\geq 40)\\ &= \mathbf{0.0214}\end{aligned}$$

159 t 分布表より，

(1) $P(T_1\geq 3.1)=\mathbf{0.0087}$

(2) $P(T_2\geq 1.9)=\mathbf{0.0378}$

160 t 分布表，正規分布表より，

$$P(T_1\geq 2.3)=\mathbf{0.0221}$$

$$P(T_2\geq 2.3)=\mathbf{0.0143}$$

$$P(Z\geq 2.3)=\mathbf{0.0107}$$