35 スペードの素数は 2, 3, 5, 7, 11, 13 の 6 枚なので、$P(A)=\dfrac{6}{52}$
絵札は J, Q, K でそれぞれの数字はハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから $3\times 4=12$ 枚。$P(B)=\dfrac{12}{52}$
スペードの素数で絵札なのは J, K の 2 枚。$P(A\cap B)=\dfrac{2}{52}$ したがって求める確率 $P_A(B)$, $P_B(A)$ は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{52}}{\frac{6}{52}}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$
$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{52}}{\frac{12}{52}}=\boldsymbol{\frac{1}{6}}$$

36 (1) 大小 2 個のさいころを同時に投げるときの全事象は $6^2=36$ 通り。大きいさいころの出る目が偶数である事象 A は、2, 4, 6 の 3 通り。小さいさいころは 1〜 6 の 6 通りから任意に取れるので、$n(A)=3\times 6=18$ 通り。
したがって求める確率 $P(A)$ は

$$P(A)=\frac{18}{36}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

(2) 大きいさいころの出る目が偶数かつ出る目の和が 7 である事象 $A\cap B$ は、（大きいさいころの出る目, 小さいさいころの出る目）で表すと、

(2, 5), (4, 3), (6, 1)

の 3 通りなので、$n(A\cap B)=3$。
したがって求める確率 $P_A(B)$ は

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{3}{18}=\boldsymbol{\frac{1}{6}}$$

(3) 確率の乗法定理より、求める確率 $P(A\cap B)$ は

$$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\boldsymbol{\frac{1}{12}}$$

37 (1) 野球観戦が好きな会員である事象を A、サッカー観戦が好きな会員である事象を B とすると、

$$P(A)=\frac{40}{100},\quad P_A(B)=\frac{70}{100},$$
$$P_A(\overline{B})=1-P_A(B)=\frac{30}{100}$$

確率の乗法定理より、野球は好きだがサッカーは好きでない確率 $P(A\cap\overline{B})$ は

$$\begin{aligned}P(A\cap\overline{B})&=\frac{40}{100}\times\frac{30}{100}\\&=\boldsymbol{\frac{3}{25}}\end{aligned}$$

(2) テニス観戦が好きな会員である事象を C とすると、

$$P_{A\cap B}(C)=\frac{80}{100}$$

したがって野球観戦もサッカー観戦もテニス観戦も好きな確率 $P(A\cap B\cap C)$ は

$$\begin{aligned}P(A\cap B\cap C)&=P(A)P_A(B)P_{A\cap B}(C)\\&=\frac{40}{100}\times\frac{70}{100}\times\frac{80}{100}\\&=\boldsymbol{\frac{28}{125}}\end{aligned}$$

(3) $P_{A\cap B}(C)$ の余事象を考えて

$$\begin{aligned}P_{A\cap B}(\overline{C})&=1-P_{A\cap B}(C)\\&=1-\frac{80}{100}\\&=\frac{20}{100}\end{aligned}$$

これより、野球観戦もサッカー観戦も好きだがテニス観戦は好きではない確率 $P(A\cap B\cap\overline{C})$ は

$$\begin{aligned}P(A\cap B\cap\overline{C})&=P(A)P_A(B)P_{A\cap B}(\overline{C})\\&=\frac{40}{100}\times\frac{70}{100}\times\frac{20}{100}\\&=\boldsymbol{\frac{7}{125}}\end{aligned}$$

38 (1) 20 本のくじから当たりくじ 4 本を引く確率なので、求める確率を $P(A)$ とすると

$$P(A)=\frac{4}{20}=\boldsymbol{\frac{1}{5}}$$

(2) 全事象は $n(\Omega)={}_{20}\mathrm{P}_3$ 通り。

「B が当たる事象」=「A が当たり B も当たる事象」$\cup$「A がはずれ B が当たる事象」。

「A が当たり B も当たる事象」は

$$n(A\cap B)=4\cdot 3\cdot 18 \text{ 通り}$$

「A がはずれ B が当たる事象」は

$$n(\overline{A}\cap B)=16\cdot 4\cdot 18 \text{ 通り}$$

したがって求める確率を $P(B)$ とすると

$$\begin{aligned}P(B)&=P\left((A\cap B)\cup(\overline{A}\cap B)\right)\\&=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)\\&=\frac{n(A\cap B)}{n(\Omega)}+\frac{n(\overline{A}\cap B)}{n(\Omega)}\\&=\frac{4\cdot 3\cdot 18}{{}_{20}\mathrm{P}_3}+\frac{16\cdot 4\cdot 18}{{}_{20}\mathrm{P}_3}\\&=\boldsymbol{\frac{1}{5}}\end{aligned}$$

(3) 「A も B も C も当たる事象」は

$$n(A\cap B\cap C)=4\cdot 3\cdot 2 \text{ 通り}$$

したがって求める確率を $P(A\cap B\cap C)$ とすると

$$\begin{aligned}P(A\cap B\cap C)&=\frac{n(A\cap B\cap C)}{n(\Omega)}\\&=\frac{4\cdot 3\cdot 2}{{}_{20}\mathrm{P}_3}\\&=\boldsymbol{\frac{1}{285}}\end{aligned}$$

(4) 「A が当たり B がはずれて C が当たる事象」は

$$n(A\cap\overline{B}\cap C)=4\cdot 16\cdot 3 \text{ 通り}$$

したがって求める確率を $P(A\cap\overline{B}\cap C)$ とすると

$$\begin{aligned}P(A\cap\overline{B}\cap C)&=\frac{n(A\cap\overline{B}\cap C)}{n(\Omega)}\\&=\frac{4\cdot 16\cdot 3}{{}_{20}\mathrm{P}_3}\\&=\boldsymbol{\frac{8}{285}}\end{aligned}$$

(5) 「C が当たる事象」=「A も B も C も当たる事象」$\cup$「A がはずれ B と C が当たる事象」$\cup$「B がはずれ A と C が当たる事象」$\cup$「A と B がはずれ C が当たる事象」。

「A がはずれ B と C が当たる事象」は

$$n(\overline{A}\cap B\cap C)=16\cdot 4\cdot 3 \text{ 通り}$$

「A と B がはずれ C が当たる事象」は

$$n(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)=16\cdot 15\cdot 4 \text{ 通り}$$

したがって求める確率を $P(C)$ とすると

$$\begin{aligned}P(C)&=P(A\cap B\cap C)+P(\overline{A}\cap B\cap C)\\&\quad+P(A\cap\overline{B}\cap C)+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)\\&=\frac{n(A\cap B\cap C)}{n(\Omega)}+\frac{n(\overline{A}\cap B\cap C)}{n(\Omega)}\\&\quad+\frac{n(A\cap\overline{B}\cap C)}{n(\Omega)}+\frac{n(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)}{n(\Omega)}\\&=\frac{4\cdot 3\cdot 2}{{}_{20}\mathrm{P}_3}+\frac{16\cdot 4\cdot 3}{{}_{20}\mathrm{P}_3}+\frac{4\cdot 16\cdot 3}{{}_{20}\mathrm{P}_3}+\frac{16\cdot 15\cdot 4}{{}_{20}\mathrm{P}_3}\\&=\boldsymbol{\frac{1}{5}}\end{aligned}$$

39 (1) 3 の倍数は $\dfrac{600}{3}=200$ 個、5 の倍数は $\dfrac{600}{5}=120$ 個なので、

$$P(A)=\frac{200}{600}=\frac{1}{3},\quad P(B)=\frac{120}{600}=\frac{1}{5}$$

また、3 の倍数かつ 5 の倍数は、$\dfrac{600}{3\times 5}=40$ 個なので、

$$P(A\cap B)=\frac{40}{600}=\frac{1}{15}=P(A)P(B)$$

したがって A と B は**互いに独立である。**

1 から 400 の場合、

3 の倍数は $\dfrac{400}{3}=133.3\cdots\fallingdotseq 133$ 個、

5 の倍数は $\dfrac{400}{5}=80$ 個なので、

$$P(A)=\frac{133}{400},\quad P(B)=\frac{80}{400}=\frac{1}{5}$$

また、3 の倍数かつ 5 の倍数は、

$\dfrac{400}{3\times 5}=26.6\cdots\fallingdotseq 26$ 個なので、

$$P(A\cap B)=\frac{26}{400}=\frac{130}{2000}\neq P(A)P(B)$$

したがって A と B は**互いに独立でない。**

(2)　素数の目が出る事象は、1, 2, 3, 5 のときの 4 通りなので

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2 の倍数の目が出る事象は 2, 4, 6 のときの 3 通りなので

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3 の倍数の目が出る事象は 3, 6 のときの 2 通りなので

$$P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

素数かつ 2 の倍数が出る事象 $A \cap B$ は 2 のときの 1 通りのなので

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \neq P(A)P(B)$$

したがって、A と B は**互いに独立でない。**

2 の倍数かつ 3 の倍数の目が出る事象 $B \cap C$ は 6 のときの 1 通りのなので

$$P(B \cap C) = \frac{1}{6} = P(B)P(C)$$

したがって、B と C は**互いに独立である。**

3 の倍数かつ素数の目が出る事象 $C \cap A$ は 3 のときの 1 通りのなので

$$P(C \cap A) = \frac{1}{6} \neq P(C)P(A)$$

したがって、C と A は**互いに独立でない。**

コメント

解答では「互いに独立である」となっている

40 (1)　A と B は互いに独立なので、事象の独立性より求める確率 $P(A \cap B)$ は

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \mathbf{\frac{2}{15}}$$

(2)　確率の加法定理と (1) の結果より、求める確率 $P(A \cup B)$ は

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{15} \\ &= \mathbf{\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

41 (1)　1 回目に赤玉が出る事象を A_1、2 回目に白玉が出る事象を B_2、3 回目に白玉が出る事象を B_3 とする。復元抽出より A_1, B_2, B_3 は互いに独立だから、この事象の確率を $P(A_1 \cap B_2 \cap B_3)$ とすると

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap B_2 \cap B_3) &= P(A_1)P(B_2)P(B_3) \\ &= \frac{3}{9} \times \frac{6}{9} \times \frac{6}{9} \\ &= \frac{4}{27} \end{aligned}$$

同様に、2 回目に赤玉、3 回目に赤玉が出る事象を考えて、それぞれの事象の確率を $P(B_1 \cap A_2 \cap B_3)$, $P(B_1 \cap B_2 \cap A_3)$ とし、求める確率を P とおけば

$$\begin{aligned} P &= P(A_1 \cap B_2 \cap B_3) \\ &\quad + P(B_1 \cap A_2 \cap B_3) \\ &\quad + P(B_1 \cap B_2 \cap A_3) \\ &= 3 \times \frac{4}{27} \\ &= \mathbf{\frac{4}{9}} \end{aligned}$$

(2)　1 回目に赤玉が出る事象を A_1、2 回目に白玉が出る事象を B_2、3 回目に白玉が出る事象を B_3 とする。非復元抽出より A_1, B_2, B_3 は互いに独立でないから、この事象の確率を $P(A_1 \cap B_2 \cap B_3)$ とすると、確率の乗法定理より

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap B_2 \cap B_3) &= P(A_1)P_{A_1}(B_2)P_{A_1 \cap B_2}(B_3) \\ &= \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{5}{28} \end{aligned}$$

同様に、2 回目に赤玉、3 回目に赤玉が出る事象を考えて、それぞれの事象の確率を $P(B_1 \cap A_2 \cap B_3)$, $P(B_1 \cap B_2 \cap A_3)$ とし、

求める確率を P とすれば

$$
\begin{aligned}
P &= P(A_1 \cap B_2 \cap B_3) \\
&\quad + P(B_1 \cap A_2 \cap B_3) \\
&\quad + P(B_1 \cap B_2 \cap A_3) \\
&= 3 \times \frac{5}{28} \\
&= \mathbf{\frac{15}{28}}
\end{aligned}
$$

42 (1)　1 個のさいころを 1 回投げるとき、1 の目が出る確率 p は $p = \frac{1}{6}$
反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$P = {}_4\mathrm{C}_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{4-3} = \mathbf{\frac{5}{324}}$$

(2)　1 枚の硬貨を 1 回投げるとき、表が出る確率 p は $p = \frac{1}{2}$
反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$P = {}_7\mathrm{C}_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{7-2} = \mathbf{\frac{21}{128}}$$

(3)　1 回玉を復元抽出するとき、白玉が出る確率 p は $p = \frac{2}{5}$
反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$P = {}_3\mathrm{C}_2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{5}\right)^{3-2} = \mathbf{\frac{36}{125}}$$

43 (1)　1 の目が 1 回、2 の目が 2 回出る事象は、(1 回目の目, 2 回目の目, 3 回目の目) とすれば、(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1) の 3 通り。各出目は $\frac{1}{6}$ の確率で出るので、求める確率 P は

$$P = 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \mathbf{\frac{1}{72}}$$

(2)　1 個のさいころを 1 回投げるとき、奇数の目が出る確率 p は $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$P = {}_3\mathrm{C}_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-3} = \mathbf{\frac{1}{8}}$$

(3)　少なくとも 1 回奇数の目が出る事象は、すべて偶数の目が出る事象の余事象。偶数の目が出る確率 p は $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$。反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$
\begin{aligned}
P &= 1 - {}_3\mathrm{C}_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-3} \\
&= 1 - \frac{1}{8} \\
&= \mathbf{\frac{7}{8}}
\end{aligned}
$$

(4)　奇数の目が出る回数が偶数の目が出る回数よりも多くなるのは、奇数の目が 2 回以上出たとき。奇数の目が出る回数が 2 回の事象を A_2, 3 回の事象を A_3 とする。反復試行の確率公式より、求める確率 P は

$$
\begin{aligned}
P &= P(A_2) + P(A_3) \\
&= {}_3\mathrm{C}_2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-2} \\
&\quad + {}_3\mathrm{C}_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-3} \\
&= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \\
&= \mathbf{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

(5)　3 回目に 6 の目が出る事象を B_3 とすると、$P(B_3) = \frac{1}{6}$
1 回目と 2 回目は 6 の目以外で任意なので、B_1, B_2 を用いて、$P(B_1) = P(B_2) = \frac{5}{6}$
求める確率 P は

$$
\begin{aligned}
P &= P(B_1)P(B_2)P(B_3) \\
&= \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \\
&= \mathbf{\frac{25}{216}}
\end{aligned}
$$

(6)　3 回目に 2 回目の 6 の目が出るには、1 回目または 2 回目のいずれかで 1 回目の 6 の目が出ていなければならない。求める確率 P は

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\
&= \mathbf{\frac{5}{108}}
\end{aligned}
$$