1　52 枚からランダムに 1 枚引くとき、根元事象は

「ハートの A」 ...「ハートの K」
「ダイヤの A」 ...「ダイヤの K」
「クラブの A」 ...「クラブの K」
「スペードの A」 ...「スペードの K」

の 52 通りあり、これらは同様に確からしい。そのうちカードの数字が 2 である事象 A は 4 通りなので、求める確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{4}{52} = \mathbf{\frac{1}{13}}$$

カードの数字が 8 以下である事象 B は $8 \times 4 = 32$ 通りなので、求める確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{32}{52} = \mathbf{\frac{8}{13}}$$

ハートの絵札である事象 C はハートかつ J, Q, K のときの 3 通りなので、求める確率 $P(C)$ は

$$P(C) = \mathbf{\frac{3}{52}}$$

2 (1)　4 枚の硬貨を区別して考える。これらを投げるとき、起こり得るすべての事象は 2^4 通りあり、同様に確からしい。このうち、4 枚とも表である事象は 1 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1}{2^4} = \mathbf{\frac{1}{16}}$$

(2)　1 枚だけ表である事象は 4 枚から 1 枚だけ表を選ぶ事象と等しいので ${}_4\mathrm{C}_1 = 4$ 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{4}{16} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

3　2 人がジャンケンを 1 回するときの起こり得るすべての事象は 3^2 通りあり、同様に確からしい。A が負ける出し方を（A の事象, B の事象）で表すとすると
（グー, パー）,（チョキ, グー）,（パー, チョキ）
の 3 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{3}{3^2} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

4 (1)　2 個のさいころを区別して考える。これらを投げるとき、起こり得るすべての事象は 6^2 通りあり、同様に確からしい。出る目の差が 4 となる事象は、（1 つ目のさいころの目, 2 つ目のさいころの目）とすると

（1, 5）,（2, 6）,（5, 1）,（6, 2）

の 4 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{4}{36} = \mathbf{\frac{1}{9}}$$

(2)　出る目の和が 10 となる事象は、

（4, 6）,（5, 5）,（6, 4）

の 3 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{3}{36} = \mathbf{\frac{1}{12}}$$

5 (1)　白玉 5 個、黒玉 3 個の計 8 個の玉から 4 個を選ぶ事象は、 ${}_8\mathrm{C}_4 = 70$ 通り。そのうち、すべて白玉である事象は、白玉 5 個から 4 個選ぶ事象なので ${}_5\mathrm{C}_4 = 5$ 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5\mathrm{C}_4}{{}_8\mathrm{C}_4} = \frac{5}{70} = \mathbf{\frac{1}{14}}$$

(2)　白玉が 1 個だけ含まれる事象は、白玉 5 個から 1 個、黒玉 3 個から 3 個選ぶ事象なので、

$${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_3 = 5 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_3}{{}_8\mathrm{C}_4} = \frac{5}{70} = \mathbf{\frac{1}{14}}$$

(3)　白玉が 2 個だけ含まれる事象は、白玉 5 個から 2 個、黒玉 3 個から 2 個選ぶ事象なので、

$${}_5\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_2 = 30 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_5\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_4} = \frac{30}{70} = \mathbf{\frac{3}{7}}$$

6 (1)　8 枚のカードから 3 枚のカードを取り出すとき、起こり得るすべての事象は、${}_8\mathrm{P}_3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ 通り。

800 以上の奇数ができる事象は、百の位を 8、一の位は 1, 3, 5, 7 の奇数のうちから 1 つを選び、十の位は残りの 6 枚から 1 枚を選ぶ事象を考えればよいので、

$$1 \times {}_4\mathrm{C}_1 \times {}_6\mathrm{C}_1 = 24 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1 \times {}_4\mathrm{C}_1 \times {}_6\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{P}_3} = \frac{24}{336} = \boldsymbol{\frac{1}{14}}$$

(2) 200 以下の奇数ができる事象は、百の位に 1、一の位に 3, 5, 7 のうちから 1 枚、十の位は残りの 6 枚から 1 枚を選ぶ事象を考えればよいので、

$$1 \times {}_3\mathrm{C}_1 \times {}_6\mathrm{C}_1 = 18 \text{ 通り}$$

したがって求める確率 P は

$$P = \frac{1 \times {}_3\mathrm{C}_1 \times {}_6\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{P}_3} = \frac{18}{336} = \boldsymbol{\frac{3}{56}}$$

7 起こり得るすべての事象は 6^4 通り。
4 個のさいころのうち、3 個の同じ目、1 個の異なる目となるのは、${}_6\mathrm{P}_2 = 30$ 通り。(3 個の同じ目のかたまりと 1 個の異なる目のかたまりで考える)
3 個同じとなる並び方は ${}_4\mathrm{C}_3 = 4$ 通り。よって、$4 \times 30 = 120$ 通りなので、求める確率 P は

$$P = \frac{120}{6^4} = \frac{120}{1296} = \boldsymbol{\frac{5}{54}}$$

8 コインを投げた回数に対する表か出た回数の割合は、$\frac{4623}{10000}$。試行回数が十分に大きく、表が出る確率 P はこの値に近づくと考えられるので、

$$P = \frac{4623}{10000} \fallingdotseq \mathbf{0.46}$$

9 (1) $A \cap B$

大きいさいころの目が奇数かつ出る目の和が偶数である事象なので

奇数 + 奇数=偶数

より、小さいさいころの目も奇数。
したがって、**大きいさいころの目が奇数、小さいさいころの目が奇数である事象**

$\overline{B}$

出る目の和が偶数である事象の余事象なので、**出る目の和が奇数である事象**

$\overline{A} \cap B$

大きいさいころの目が偶数かつ出る目の和が偶数である事象なので

偶数 + 偶数=偶数

より、小さいさいころの目も偶数。
したがって、**大きいさいころの目が偶数、小さいさいころの目が偶数である事象**

$A \cup \overline{B}$

大きいさいころの目が奇数または出る目の和が奇数である事象

(2) $A \cup B$ は、大きいさいころの目が奇数または出る目の和が偶数である事象。これと排反な事象は、大きいさいころの目が偶数かつ出る目の和が奇数である事象がある。

偶数 + 奇数=奇数

より、小さいさいころの目は奇数なので、
大きいさいころの目が偶数、小さいさいころの目が奇数である事象

10 (1) 全事象は、52 枚から 2 枚選ぶので、${}_{52}\mathrm{C}_2 = 1326$ 通り。奇数となるのは 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 の 7 枚。ハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから $7 \times 4 = 28$ 枚。ここから 2 枚選ぶので、${}_{28}\mathrm{C}_2 = 378$ 通り。したがって求める確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{{}_{28}\mathrm{C}_2}{{}_{52}\mathrm{C}_2} = \frac{378}{1326} = \boldsymbol{\frac{63}{221}}$$

(2) 和が 9 となるのは、2 枚のカードを区別して考えて（1 枚目のカードの数字,2 枚目のカードの数字）とすると

（1, 8）,（2, 7）,（3, 6）,（4, 5）

の 4 通り。それぞれの数字はハート、ダイヤ、クラブ、スペードの 4 つのスートがあるから、事象 B は $4 \times 4^2 = 64$ 通り。したがって求める確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{64}{1326} = \boldsymbol{\frac{32}{663}}$$

(3)　奇数 + 奇数=偶数、9 は奇数であることから、事象 A、B は互いに排反。

$$
\begin{aligned}
P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\
&= \frac{63}{221} + \frac{32}{663} \\
&= \mathbf{\frac{1}{3}}
\end{aligned}
$$

11 (1)　全事象は、52 枚から 2 枚選ぶので、${}_{52}\mathrm{C}_2 = 1326$ 通り。絵札は、J, Q, K の３通りで、それぞれの数字はハート、ダイヤ、クラブ、スペードの４つのスートがあるから、事象 B は $4 \times 3 = 12$ 通り。ここから 2 枚選ぶので、${}_{12}\mathrm{C}_2 = 66$ 通り。したがって求める確率 P は

$$P = \frac{{}_{12}\mathrm{C}_2}{{}_{52}\mathrm{C}_2} = \frac{66}{1326} = \mathbf{\frac{11}{221}}$$

(2)　少なくとも 1 枚は絵札でない確率は (1) の余事象の確率と考えて、求める確率 P は

$$P = 1 - \frac{11}{221} = \mathbf{\frac{210}{221}}$$

12 (1)　全事象は、10 通り。

数字が奇数である事象 A は、1, 3, 5, 7, 9 の 5 通り。確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

数字が素数である事象 B は、2, 3, 5, 7 の 4 通り。確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

数字が奇数かつ素数である事象 $A \cap B$ は、3, 5, 7 の 3 通り。確率 $P(A \cap B)$ は

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(A \cup B)$ は

$$
\begin{aligned}
P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
&= \frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{3}{10} \\
&= \mathbf{\frac{3}{5}}
\end{aligned}
$$

(2)　数字が偶数である事象 $\overline{A}$ は、2, 4, 6, 8, 10 の 5 通り。確率 $P(\overline{A})$ は

$$P(\overline{A}) = \frac{5}{10}$$

数字が素数である事象 B は、2, 3, 5, 7 の 4 通り。確率 $P(B)$ は

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

数字が偶数かつ素数である事象 $\overline{A} \cap B$ は、2 の 1 通り。確率 $P(\overline{A} \cap B)$ は

$$P(\overline{A} \cap B) = \frac{1}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(\overline{A} \cup B)$ は

$$
\begin{aligned}
P(\overline{A} \cup B) &= P(\overline{A}) + P(B) - P(\overline{A} \cap B) \\
&= \frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{1}{10} \\
&= \mathbf{\frac{4}{5}}
\end{aligned}
$$

(3)　数字が奇数である事象 A は、1, 3, 5, 7, 9 の 5 通り。確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

数字が素数でない事象 $\overline{B}$ は、1, 4, 6, 8, 9, 10 の 6 通り。確率 $P(\overline{B})$ は

$$P(\overline{B}) = \frac{6}{10}$$

数字が奇数かつ素数でない事象 $A \cap \overline{B}$ は、1, 9 の 2 通り。確率 $P(A \cap \overline{B})$ は

$$P(A \cap \overline{B}) = \frac{2}{10}$$

確率の加法定理より、求める確率 $P(A \cup \overline{B})$ は

$$
\begin{aligned}
P(A \cup \overline{B}) &= P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) \\
&= \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{2}{10} \\
&= \mathbf{\frac{9}{10}}
\end{aligned}
$$

13 (1)　3 枚の硬貨を投げるときの全事象は、2^3 通り。

表の出る枚数が 0 枚の事象は、3 枚から表が 0 枚の硬貨を引く事象なので ${}_3\mathrm{C}_0$ 通り。その確率は $\dfrac{{}_3\mathrm{C}_0}{2^3}=\dfrac{1}{8}$。

表の出る枚数が 1 枚の事象は、3 枚から表が 1 枚の硬貨を引く事象なので ${}_3\mathrm{C}_1$ 通り。その確率は $\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1}{2^3}=\dfrac{3}{8}$。

表の出る枚数が 2 枚の事象は、3 枚から表が 2 枚の硬貨を引く事象なので ${}_3\mathrm{C}_2$ 通り。その確率は $\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{2^3}=\dfrac{3}{8}$。

表の出る枚数が 3 枚の事象は、3 枚から表が 3 枚の硬貨を引く事象なので ${}_3\mathrm{C}_3$ 通り。その確率は $\dfrac{{}_3\mathrm{C}_3}{2^3}=\dfrac{1}{8}$。

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned}E&=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}\\&=\boldsymbol{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

(2)　2 個のさいころを区別して考える。全事象は 6^2 通り。事象を（1 つ目のさいころの目, 2 つ目のさいころの目）で表すとすると、

出る目の差が 0 の事象は

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

の 6 通り。その確率は $\dfrac{6}{6^2}$

出る目の差が 1 の事象は

(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)

の 10 通り。その確率は $\dfrac{10}{6^2}$

出る目の差が 2 の事象は

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)

の 8 通り。その確率は $\dfrac{8}{6^2}$

出る目の差が 3 の事象は

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)

の 6 通り。その確率は $\dfrac{6}{6^2}$

出る目の差が 4 の事象は

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)

の 4 通り。その確率は $\dfrac{4}{6^2}$

出る目の差が 5 の事象は

(1, 6) (6, 1)

の 2 通り。その確率は $\dfrac{2}{6^2}$

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned}E&=0\times\frac{6}{6^2}+1\times\frac{10}{6^2}+2\times\frac{8}{6^2}\\&\quad+3\times\frac{6}{6^2}+4\times\frac{4}{6^2}+5\times\frac{2}{6^2}\\&=\boldsymbol{\frac{35}{18}}\end{aligned}$$

14　賞金額を x で表すと、x のとり得る値は $0, 200, 500$ である。x が値 $k(k=0,1,2,3)$ を取る確率を $P(x=k)$ と書くことにすると

$$\begin{aligned}P(x=0)\quad&=\frac{9}{12}\\P(x=200)&=\frac{2}{12}\\P(x=500)&=\frac{1}{12}\end{aligned}$$

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned}E&=0\times\frac{9}{12}+200\times\frac{2}{12}+500\times\frac{1}{12}\\&=\mathbf{75}\,円\end{aligned}$$

15 (1)　全事象は、10 枚から 2 枚選ぶので、${}_{10}\mathrm{C}_2=45$ 通りである。x が $k(k=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ となる事象を $A(x=k)$、その確率を $P(x=k)$ と表す。また、事象を（大きい数字, 小さい数字）で表す。

$$\begin{aligned}A(x=2)=\{&(10,8),(9,7),(8,6),(7,5),\\&(6,4),(5,3),(4,2),(3,1)\}\end{aligned}$$

の 8 通り。求める確率 $P(x=2)$ は

$$P(x=2)=\frac{8}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\boldsymbol{\frac{8}{45}}$$

(2)

$$A(x=6)=\{(10,4),(9,3),(8,2),(7,1)\}$$

の 4 通り。求める確率 $P(x=6)$ は

$$P(x=6)=\frac{4}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\boldsymbol{\frac{4}{45}}$$

(3)

$$A(x=1)=\{(10,\,9),\,(9,\,8),\,(8,\,7),\,(7,\,6),\,(6,\,5),\,(5,\,4),\,(4,\,3),\,(3,\,2),\,(2,\,1)\}$$

の 9 通り。求める確率 $P(x=1)$ は

$$P(x=1)=\frac{9}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{9}{45}$$

$$A(x=3)=\{(10,\,7),\,(9,\,6),\,(8,\,5),\,(7,\,4),\,(6,\,3),\,(5,\,2),\,(4,\,1)\}$$

の 7 通り。求める確率 $P(x=3)$ は

$$P(x=3)=\frac{7}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{7}{45}$$

$$A(x=4)=\{(10,\,6),\,(9,\,5),\,(8,\,4),\,(7,\,3),\,(6,\,2),\,(5,\,1)\}$$

の 6 通り。求める確率 $P(x=4)$ は

$$P(x=4)=\frac{6}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{6}{45}$$

$$A(x=5)=\{(10,\,5),\,(9,\,4),\,(8,\,3),\,(7,\,2),\,(6,\,1)\}$$

の 5 通り。求める確率 $P(x=5)$ は

$$P(x=5)=\frac{5}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{5}{45}$$

$A(x=7)=\{(10,\,3),\,(9,\,2),\,(8,\,1)\}$
の 3 通り。求める確率 $P(x=7)$ は

$$P(x=7)=\frac{3}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{3}{45}$$

$A(x=8)=\{(10,\,2),\,(9,\,1)\}$
の 2 通り。求める確率 $P(x=8)$ は

$$P(x=8)=\frac{2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{2}{45}$$

$A(x=9)=\{(10,\,1)\}$
の 1 通り。求める確率 $P(x=9)$ は

$$P(x=9)=\frac{1}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{1}{45}$$

したがって期待値 E は

$$\begin{aligned}E&=1\times\frac{9}{45}+2\times\frac{8}{45}+3\times\frac{7}{45}\\&\quad+4\times\frac{6}{45}+5\times\frac{5}{45}+6\times\frac{4}{45}\\&\quad+7\times\frac{3}{45}+8\times\frac{2}{45}+9\times\frac{1}{45}\\&=\frac{165}{45}\\&=\boldsymbol{\frac{11}{3}}\end{aligned}$$