練習問題 3-A

1.

$\tan\alpha = -\dfrac{1}{2}$であるから

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

よって，$\cos^2\alpha = \dfrac{4}{5}$

αは鈍角なので，$\cos\alpha < 0$であるから，

$$\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\alpha = \tan\alpha\cos\alpha$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

また，$\cos\beta = -\dfrac{4}{5}$であるから

$$\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$$

$$= 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

βは鈍角なので，$\sin\beta > 0$であるから，

$$\sin\beta = \frac{3}{5}$$

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

以上より

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}},\quad \cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}},\quad \tan\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\beta = \frac{3}{5},\quad \cos\beta = -\frac{4}{5},\quad \tan\beta = -\frac{3}{4}$$

（１）与式$= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\cdot\frac{3}{5}$$

$$= \frac{-4}{5\sqrt{5}} + \frac{-6}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{-10}{5\sqrt{5}} = -\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}}$$

（２）与式$= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$= -\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{3}{5}$$

$$= \frac{8}{5\sqrt{5}} - \frac{3}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5}{5\sqrt{5}} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}}$$

（３）与式$= \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

$$= \frac{-\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right)}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{11}{8}} = \boldsymbol{\frac{2}{11}}$$

2.

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$= 1 - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$\pi < \alpha < \dfrac{3}{2}\pi$より，$\cos\alpha < 0$ なので

$$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$$

よって, 2 倍角の公式より

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$= 2\cdot\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = \boldsymbol{\frac{4\sqrt{2}}{9}}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$= \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2$$
$$= \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = \mathbf{-\frac{7}{9}}$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$より，$\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3}{4}\pi$なので

$\sin\frac{\alpha}{2} > 0$，$\cos\frac{\alpha}{2} < 0$・・・①

半角の公式より

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$
$$= \frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}{2}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

①より，$\sin\frac{\alpha}{2} = \mathbf{\sqrt{\frac{2}{3}}}$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$
$$= \frac{1+\left(-\frac{1}{3}\right)}{2}$$
$$= \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$$

①より，$\cos\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1}{3}} = \mathbf{-\frac{1}{\sqrt{3}}}$

3.

（１）左辺 $= \dfrac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}$

$$= \frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}$$
$$= \frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}$$
$= \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{\tan\alpha - \tan\beta} =$ 右辺

（２）左辺 $= \dfrac{\tan\frac{\pi}{4} + \tan x}{1 - \tan\frac{\pi}{4}\tan x} \cdot \dfrac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan\frac{\pi}{4}\tan x}$

$= \dfrac{1+\tan x}{1-\tan x} \cdot \dfrac{1-\tan x}{1+\tan x} = 1 =$ 右辺

4.

（１）左辺$= \sin(2\theta + \theta)$

$$= \sin 2\theta\cos\theta + \cos 2\theta\sin\theta$$
$$= (2\sin\theta\cos\theta)\cos\theta + (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\sin\theta$$
$$= 2\sin\theta\cos^2\theta + \sin\theta\cos^2\theta - \sin^3\theta$$
$$= 3\sin\theta\cos^2\theta - \sin^3\theta$$
$$= 3\sin\theta(1-\sin^2\theta) - \sin^3\theta$$
$$= 3\sin\theta - 3\sin^3\theta - \sin^3\theta$$
$= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta =$右辺

（２）左辺$= \cos(2\theta + \theta)$

$$= \cos 2\theta\cos\theta - \sin 2\theta\sin\theta$$
$$= (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\cos\theta - (2\sin\theta\cos\theta)\sin\theta$$
$$= \cos^3\theta - \sin^2\theta\cos\theta - 2\sin^2\theta\cos\theta$$
$$= \cos^3\theta - 3\sin^2\theta\cos\theta$$
$$= \cos^3\theta - 3\sin^2\theta\cos\theta$$
$$= \cos^3\theta - 3(1-\cos^2\theta)\cos\theta$$
$$= \cos^3\theta - 3\cos\theta + 3\cos^3\theta$$
$= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta =$右辺

5.

（１）積→和・差の公式により

左辺 $= \frac{1}{2}\{\sin(\theta+3\theta) + \sin(\theta-3\theta)\}$

$$+\frac{1}{2}\{\sin(\theta+5\theta) + \sin(\theta-5\theta)\}$$
$$+\frac{1}{2}\{\sin(\theta+7\theta) + \sin(\theta-7\theta)\}$$
$$= \frac{1}{2}\{\sin 4\theta + \sin(-2\theta)\}$$
$$+\frac{1}{2}\{\sin 6\theta + \sin(-4\theta)\}$$
$$+\frac{1}{2}\{\sin 8\theta + \sin(-6\theta)\}$$
$$= \frac{1}{2}(\sin 4\theta - \sin 2\theta)$$
$$+\frac{1}{2}(\sin 6\theta - \sin 4\theta)$$
$$+\frac{1}{2}(\sin 8\theta - \sin 6\theta)$$
$$= \mathbf{\frac{1}{2}(\sin 8\theta - \sin 2\theta)}$$

（２）積→和・差の公式により

$$左辺 = -\frac{1}{2}\{\cos(\theta + 3\theta) - \cos(\theta - 3\theta)\}$$

$$-\frac{1}{2}\{\cos(\theta + 5\theta) - \cos(\theta - 5\theta)\}$$

$$-\frac{1}{2}\{\cos(\theta + 7\theta) - \cos(\theta - 7\theta)\}$$

$$= -\frac{1}{2}\{\cos 4\theta - \cos(-2\theta)\}$$

$$-\frac{1}{2}\{\cos 6\theta - \cos(-4\theta)\}$$

$$-\frac{1}{2}\{\cos 8\theta - \cos(-6\theta)\}$$

$$= -\frac{1}{2}(\cos 4\theta - \cos 2\theta)$$

$$-\frac{1}{2}(\cos 6\theta - \cos 4\theta)$$

$$-\frac{1}{2}(\cos 8\theta - \cos 6\theta)$$

$$= \boldsymbol{\frac{1}{2}(\cos 2\theta - \cos 8\theta)}$$

6.

（１）与式 $= \sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2 + 1^2}\sin(x + \alpha)$

$= \sqrt{4}\sin(x + \alpha) = 2\sin(x + \alpha)$

ここで

$\cos\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$，$\sin\alpha = \frac{1}{2}$ より，$\alpha = \frac{5}{6}\pi$

よって，**与式 $= 2\sin\left(x + \frac{5}{6}\pi\right)$**

（２）与式 $= \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 3^2}\sin(x + \alpha)$

$= \sqrt{12}\sin(x + \alpha)$

$= 2\sqrt{3}\sin(x + \alpha)$

ここで

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$，$\sin\alpha = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ より，$\alpha = \frac{\pi}{3}$

よって，**与式 $= 2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$**

7.

$y = \sqrt{(-1)^2 + 1^2}\sin(x + \alpha)$

$= \sqrt{2}\sin(x + \alpha)$

ここで

$\cos\alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$，$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ より，$\alpha = \frac{3}{4}\pi$

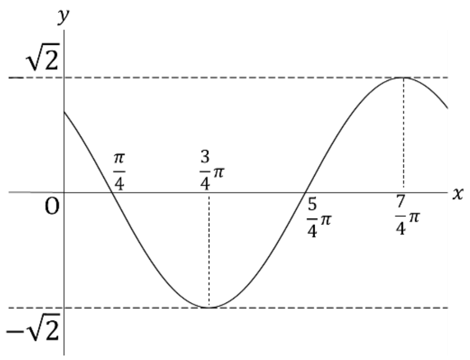
よって，$\boldsymbol{y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)}$

この関数のグラフは，$y = \sin x$のグラフを，

y軸方向に$\sqrt{2}$倍に拡大し，

x軸方向に$-\frac{3}{4}\pi$平行移動したものであるら

グラフは次のようになる．



よって

最大値　$\sqrt{2}$　$\left(x = \frac{7}{4}\pi のとき\right)$

最小値　$-\sqrt{2}$　$\left(x = \frac{3}{4}\pi のとき\right)$

練習問題 3-B

1.

$$左辺 = a\left(\cos B\cos\frac{\pi}{3} + \sin B\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$+ b\left(\cos A\cos\frac{\pi}{3} - \sin A\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= a\left(\frac{1}{2}\cos B + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin B\right) + b\left(\frac{1}{2}\cos A - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\right)$$

$$= \frac{1}{2}a\cos B + \frac{\sqrt{3}}{2}a\sin B + \frac{1}{2}b\cos A - \frac{\sqrt{3}}{2}b\sin A$$

ここで，正弦定理より，$\sin A = \frac{a}{2R}$，$\sin B = \frac{b}{2R}$

余弦定理より

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$，$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$

よって

$$左辺=\frac{1}{2}a\cdot\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}+\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot\frac{b}{2R}$$

$$+\frac{1}{2}b\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}-\frac{\sqrt{3}}{2}b\cdot\frac{a}{2R}$$

$$=\frac{c^2+a^2-b^2}{4c}+\frac{b^2+c^2-a^2}{4c}$$

$$=\frac{2c^2}{4c}=\frac{c}{2}=右辺$$

2.

（1）与式$=(\cos 80°-\cos 20°)+\cos 40°$

$$=-2\sin\frac{80°+20°}{2}\sin\frac{80°-20°}{2}+\cos 40°$$

$$=-2\sin 50°\sin 30°+\cos 40°$$

$$=-2\sin 50°\cdot\frac{1}{2}+\cos 40°$$

$$=-\sin 50°+\cos 40°$$

$$=-\sin(90°-40°)+\cos 40°$$

$$=-\cos 40°+\cos 40°=\mathbf{0}$$

（2）与式$=(\cos 10°\cos 50°)\cos 70°$

$$=\frac{1}{2}\{\cos(10°+50°)+\cos(10°-50°)\}\cos 70°$$

$$=\frac{1}{2}\{\cos 60°+\cos(-40°)\}\cos 70°$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\cos 40°\right)\cos 70°$$

$$=\frac{1}{4}\cos 70°+\frac{1}{2}\cos 40°\cos 70°$$

$$=\frac{1}{4}\cos 70°+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\{\cos(40°+70°)+\cos(40°-70°)\}$$

$$=\frac{1}{4}\cos 70°+\frac{1}{4}\{\cos 110°+\cos(-30°)\}$$

$$=\frac{1}{4}(\cos 70°+\cos 110°+\cos 30°)$$

$$=\frac{1}{4}\left\{\cos 70°+\cos(180°-70°)+\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

$$=\frac{1}{4}\left\{\cos 70°-\cos 70°+\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{8}}$$

3.

（1）$\theta=18°$のとき

左辺$=\sin 2\cdot 18°=\sin 36°$

右辺$=\cos 3\cdot 18°$

$=\cos 54°$

$=\cos(90°-36°)$

$=\sin 36°$

よって，左辺=右辺

（2）2 倍角の公式より，$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

3 倍角の公式より，$\sin 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

これらを，$\sin 2\theta=\sin 3\theta$に代入して

$2\sin\theta\cos\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

$\cos\theta=\cos 18°\neq 0$であるから

$2\sin\theta=4\cos^2\theta-3$

$4\cos^2\theta-3-2\sin\theta=0$

$4(1-\sin^2\theta)-3-2\sin\theta=0$

$4-4\sin^2\theta-3-2\sin\theta=0$

$4\sin^2\theta+2\sin\theta-1=0$

よって

$$\sin\theta=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$$

$0<\sin 18°<1$ であるから，$\boldsymbol{\sin 18°=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}$

4.

半角の公式より，

$$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2},\quad \cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$$

また，$\sin 2x=2\sin x\cos x$より

$$\sin x\cos x=\frac{\sin 2x}{2}$$

よって

$$f(x)=2\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{\sin 2x}{2}+\frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$=1-\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(\sin 2x-\cos 2x)+\frac{3}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\sqrt{1^2+1^2}\sin(2x+\alpha)\right\}+\frac{3}{2}$$

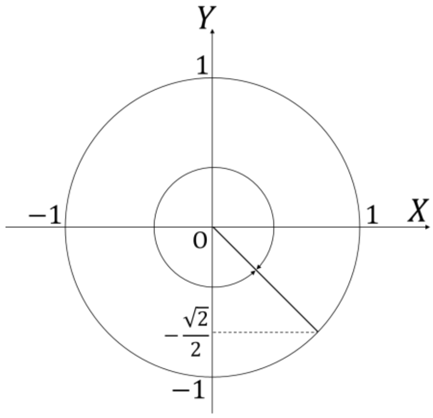
$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\alpha)+\dfrac{3}{2}$

ここで，$\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\sin\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$より，$\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$

よって，$\boldsymbol{f(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{3}{2}}$

$0\leqq x\leqq\pi$より，$0\leqq 2x\leqq 2\pi$

すなわち，$-\dfrac{\pi}{4}\leqq 2x-\dfrac{\pi}{4}\leqq 2\pi-\dfrac{\pi}{4}$



$2x-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$ すなわち，$x=\dfrac{3}{8}\pi$のとき

最大値　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$

$2x-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3}{2}\pi$ すなわち，$x=\dfrac{7}{8}\pi$のとき

最小値　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\dfrac{3}{2}\pi+\dfrac{3}{2}=\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}$

よって

最大値　$\boldsymbol{\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}}$　$\boldsymbol{\left(x=\dfrac{3}{8}\pi\right)}$

最小値　$\boldsymbol{\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}}$　$\boldsymbol{\left(x=\dfrac{7}{8}\pi\right)}$

5.

$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

$=\dfrac{2t}{1-t^2}$　（ただし，$t\neq\pm 1$）

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$・・・①

ここで，$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$より

$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}=\dfrac{1}{1+t^2}$

これを，①に代入して

$\cos 2\alpha=2\cdot\dfrac{1}{1+t^2}-1$

$=\dfrac{2-(1+t^2)}{1+t^2}$

$=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

$\sin 2\alpha=\tan 2\alpha\cos 2\alpha$

$=\dfrac{2t}{1-t^2}\cdot\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

$=\dfrac{2t}{1+t^2}$

6.

（1）$\sin 2x=2\sin x\cos x$であるから

$2\sin x\cos x=\cos x$

$2\sin x\cos x-\cos x=0$

$\cos x(2\sin x-1)=0$

よって，$\cos x=0$　または，$2\sin x-1=0$

$\cos x=0$ より，$x=\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3}{2}\pi$

$2\sin x-1=0$ より，$\sin x=\dfrac{1}{2}$であるから

$x=\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{5}{6}\pi$

以上より，$\boldsymbol{x=\dfrac{\pi}{2}}$，$\boldsymbol{\dfrac{3}{2}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$，$\boldsymbol{\dfrac{5}{6}\pi}$

（2）$\cos 2x=2\cos^2 x-1$であるから

$2\cos^2 x-1+3\cos x-1=0$

$2\cos^2 x+3\cos x-2=0$

$(\cos x+2)(2\cos x-1)=0$

$\cos x+2=0$より，$\cos x=-2$であるが，

$-1\leqq\cos x\leqq 1$であるから，不適.

$2\cos x-1=0$ より，$\cos x=\dfrac{1}{2}$であるから

$\boldsymbol{x=\dfrac{\pi}{3}}$，$\boldsymbol{\dfrac{5}{3}\pi}$

（3）$\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}\sin(x+\alpha)=1$

$2\sin(x+\alpha)=1$

$\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$より，$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$

よって，$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$より，$\frac{\pi}{3} \leqq x + \frac{\pi}{3} < 2\pi + \frac{\pi}{3}$であるから

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$

したがって，$\boldsymbol{x = \frac{\pi}{2},\ \frac{11}{6}\pi}$

（4）$\sqrt{(-1)^2 + 1^2}\sin(x + \alpha) = 1$

$\sqrt{2}\sin(x + \alpha) = 1$

$\cos\alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$，$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$より，$\alpha = \frac{3}{4}\pi$

よって，$\sin\left(x + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$0 \leqq x < 2\pi$より，

$\frac{3}{4}\pi \leqq x + \frac{3}{4}\pi < 2\pi + \frac{3}{4}\pi$であるから

$x + \frac{3}{4}\pi = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{9}{4}\pi$

したがって，$\boldsymbol{x = 0,\ \frac{3}{2}\pi}$

7.

（1）$\sin 2x = 2\sin x\cos x$であるから

$2\sin x\cos x + \sin x > 0$

$\sin x\,(2\cos x + 1) > 0$

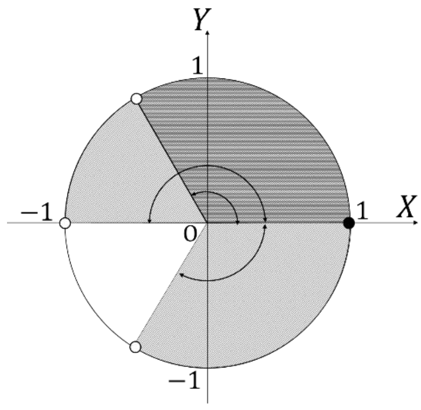
よって，$\begin{cases}\sin x > 0 \\ 2\cos x + 1 > 0\end{cases}$　または，$\begin{cases}\sin x < 0 \\ 2\cos x + 1 < 0\end{cases}$

i) $\begin{cases}\sin x > 0 \\ 2\cos x + 1 > 0\end{cases}$のとき

$\sin x > 0$より，$0 < x < \pi$・・・①

$2\cos x + 1 > 0$ より，$\cos x > -\frac{1}{2}$であるから

$0 \leqq x < \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi < x < 2\pi$・・・②



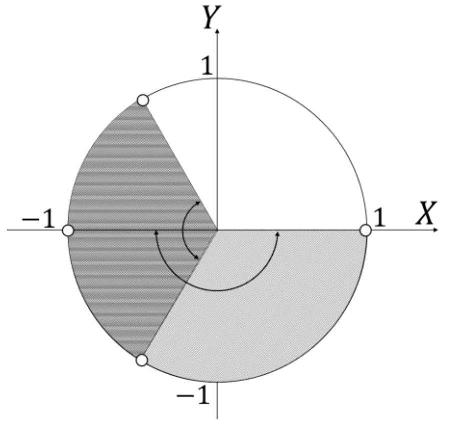
①，②より，$0 \leqq x < \frac{2}{3}\pi$・・・③

ii) $\begin{cases}\sin x < 0 \\ 2\cos x + 1 < 0\end{cases}$のとき

$\sin x < 0$より，$\pi < x < 2\pi$・・・④

$2\cos x + 1 < 0$ より，$\cos x < -\frac{1}{2}$であるから

$\frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi$・・・⑤



④，⑤より，$\pi < x < \frac{4}{3}\pi$・・・⑥

③，⑥より，$\boldsymbol{0 \leqq x < \frac{2}{3}\pi,\quad \pi < x < \frac{4}{3}\pi}$

（2）$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$であるから

$1 - 2\sin^2 x - \sin x \geqq 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 \leqq 0$

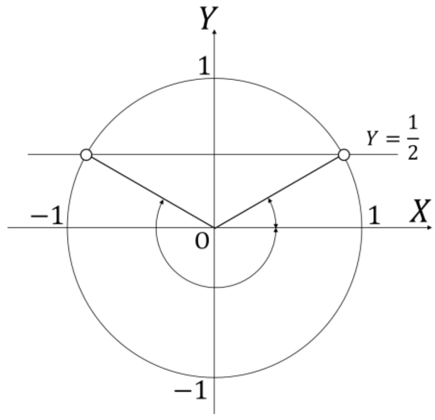
$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) \leqq 0$

よって，$-1 \leqq \sin x \leqq \frac{1}{2}$

$-1 \leqq \sin x$は，任意のxについて成り立つので

$\sin x \leqq \frac{1}{2}$

これより，$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi \leqq x \leqq 2\pi}$



8.

左辺$= \cos\alpha\cos\beta + i\cos\alpha\sin\beta$

$+i\sin\alpha\cos\beta + i^2\sin\alpha\sin\beta$

$= \cos\alpha\cos\beta + i\cos\alpha\sin\beta$

$+i\sin\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$= (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)$

$+i(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)$

$= \cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)$ =右辺