練習問題 2-A

1.

（1）与式$= \sin(180° - 46°)$

$= \sin 46° = \mathbf{0.7193}$　（三角関数表より）

（2）与式$= \cos\{-100° + 360° \times (-1)\}$

$= \cos(-100°)$

$= \cos 100°$

$= \cos(180° - 80°)$

$= -\cos 80° = \mathbf{-0.1736}$　（三角関数表より）

（3）与式$= \tan\{40° + 360° \times 2\}$

$= \tan 40° = \mathbf{0.8391}$　（三角関数表より）

（4）与式 $= \sin\left\{-\frac{\pi}{3} + 2\pi \times (-2)\right\}$

$= \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$= -\sin\frac{\pi}{3} = -\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

（5）与式 $= \cos\left\{\frac{7}{6}\pi + 2\pi \times 1\right\}$

$= \cos\frac{7}{6}\pi = -\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

（6）与式 $= \tan\left\{\frac{5}{4}\pi + 2\pi \times 1\right\}$

$= \tan\frac{5}{4}\pi = \mathbf{1}$

2.

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$より

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$= 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2$

$= 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$

θは第 4 象限の角なので，$\sin\theta < 0$

$\sin\theta = -\sqrt{\frac{25}{169}} = -\boldsymbol{\frac{5}{13}}$

また

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{-\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = -\boldsymbol{\frac{5}{12}}$

3.

$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ より

$\frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta$

$= 1 + 2^2 = 5$

よって，$\cos^2\theta = \frac{1}{5}$であるから

$\cos\theta = \pm\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}}$

また

$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta$

$= 2 \cdot \left(\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \pm\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}}$

（$\cos\theta$の値と複号同順）

4.

（1）左辺$= \{(1 + \sin\theta) + \cos\theta\}\{(1 + \sin\theta) - \cos\theta\}$

$= (1 + \sin\theta)^2 - \cos^2\theta$

$= 1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta - \cos^2\theta$

$= 1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta - (1 - \sin^2\theta)$

$= 1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta$

$= 2\sin\theta + 2\sin^2\theta$

$= 2(1 + \sin\theta)\sin\theta =$右辺

（2）左辺 $= \frac{\cos\theta\,(1 + \sin\theta) - \cos\theta\,(1 - \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)}$

$= \frac{\cos\theta\,\{(1 + \sin\theta) - (1 - \sin\theta)\}}{1 - \sin^2\theta}$

$= \frac{\cos\theta(1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta)}{\cos^2\theta}$

$= \frac{2\sin\theta}{\cos\theta}$

$= 2\tan\theta =$右辺

（３）$1=\sin^2\theta+\cos^2\theta$を左辺に代入すると

$$\text{左辺}=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{(\cos\theta+\sin\theta)(\cos\theta-\sin\theta)}{(\cos\theta+\sin\theta)^2}$$

$$=\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$$

$$=\frac{\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$=\frac{1-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

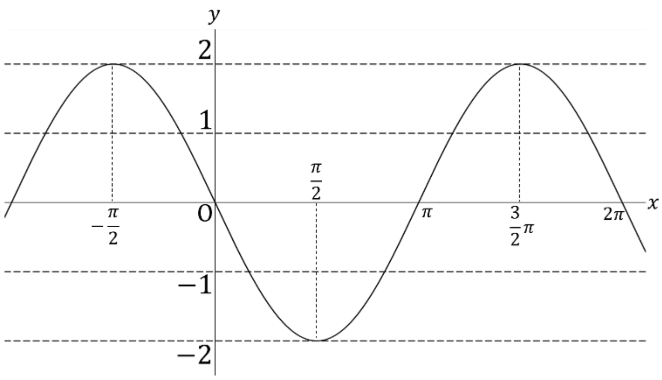
$$=\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}=\text{右辺}$$

5.

（１）この関数のグラフは，$y=\sin x$のグラフを

y軸方向に-2倍したものだから，

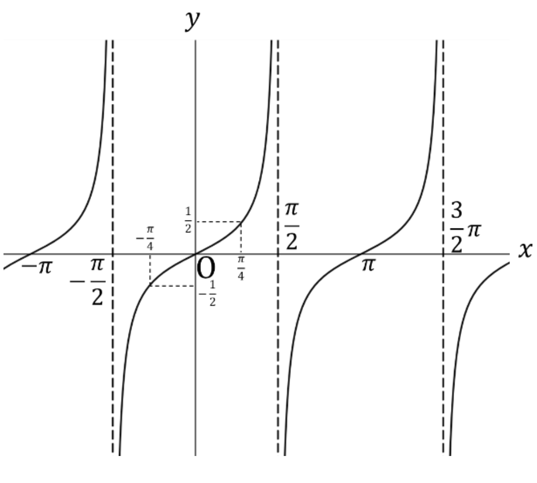
周期は，$\boldsymbol{2\pi}$であり，グラフは次のようになる．



（２）この関数のグラフは，$y=\tan x$のグラフを

y軸方向に$\frac{1}{2}$倍したものだから，

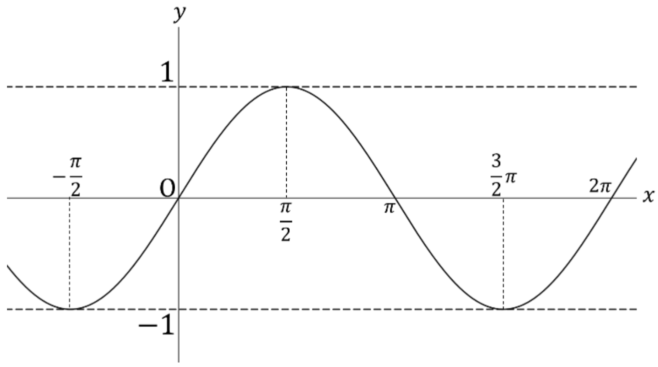
周期は$\boldsymbol{\pi}$であり，グラフは次のようになる．



（３）この関数のグラフは，$y=\cos x$のグラフを

x軸方向に$\frac{\pi}{2}$平行移動したものだから，

周期は$\boldsymbol{2\pi}$であり，グラフは次のようになる．



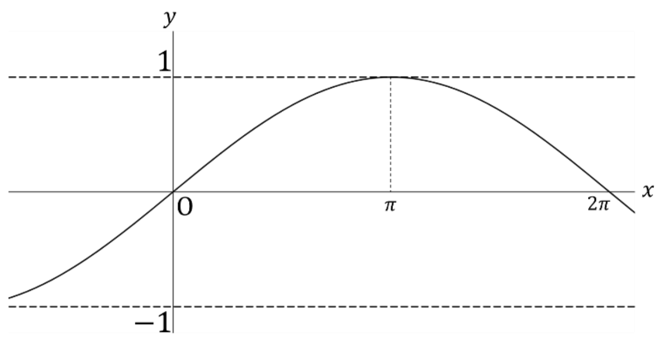
※　$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$であるから，$y=\sin x$の

グラフと同じになる．

（４）この関数のグラフは，$y=\sin x$のグラフを

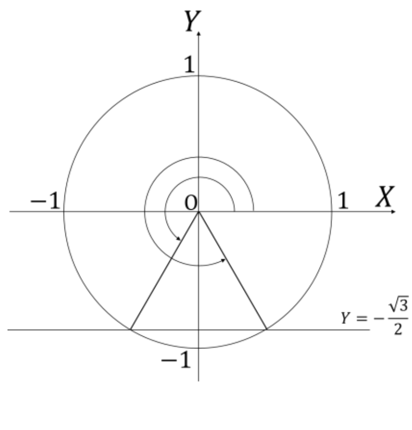
x軸方向に2倍したものだから，

周期は$2\cdot 2\pi=\boldsymbol{4\pi}$であり，グラフは次のようになる．



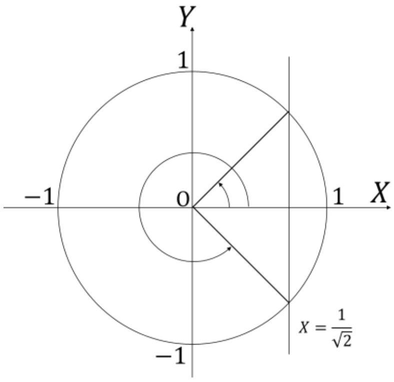
6.

（１）



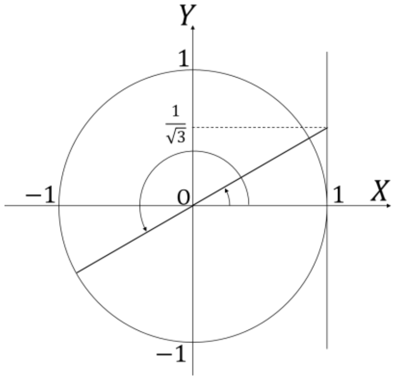
$\boldsymbol{x=\frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi}$

（２）



$\boldsymbol{x=\frac{\pi}{4}}$，$\boldsymbol{\frac{7}{4}\pi}$

（３）$\tan x=\frac{1}{\sqrt{3}}$

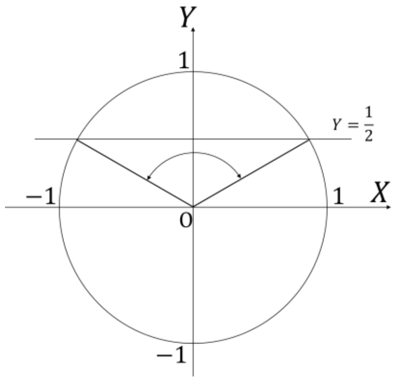


$\boldsymbol{x=\frac{\pi}{6}}$，$\boldsymbol{\frac{7}{6}\pi}$

7.

（１）

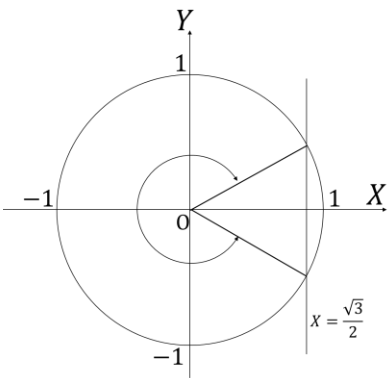
$\sin x>\frac{1}{2}$



$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}<x<\frac{5}{6}\pi}$

（２）

$\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$



$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}<x<\frac{11}{6}\pi}$

練習問題 2-B

1.

点 A と点 B を結ぶ.

p.145 問 9 を用いると，

線分 AB の左側の弓形部分の面積は

$$\frac{1}{2}\cdot 2^2\left(\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}\right)=2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$
$$=\pi-2$$

線分 AB の右側の弓形部分の面積は

$$\frac{1}{2}\cdot\left(2\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\right)=4\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}$$

よって，求める面積は

$$(\pi-2)+\left(\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\frac{7}{3}\pi-2\sqrt{3}-2}$$

2.

（１）$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$ の両辺を 2 乗すると

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\frac{1}{9}$$

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$$

$$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$$

$$2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}-1=-\frac{8}{9}$$

よって，$\sin\theta\cos\theta=-\boldsymbol{\frac{4}{9}}$

（２）$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$$=1-2\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$=1+\frac{8}{9}=\frac{17}{9}$$

よって，$\sin\theta-\cos\theta=\pm\boldsymbol{\frac{\sqrt{17}}{3}}$

（３）

与式$=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)$

$$= \frac{1}{3}\left\{1 - \left(-\frac{4}{9}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{13}{9} = \mathbf{\frac{13}{27}}$$

（４）

$$\text{与式} = (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$$

$$= (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta\cos\theta)$$

$$= \pm\frac{\sqrt{17}}{3}\left\{1 + \left(-\frac{4}{9}\right)\right\}$$

$$= \pm\frac{\sqrt{17}}{3} \cdot \frac{5}{9} = \pm\mathbf{\frac{5\sqrt{17}}{27}}$$

3.

（１）$y = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ であるから，

この関数のグラフは，

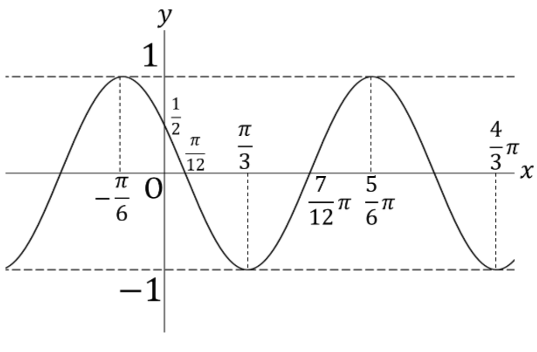
$y = \cos 2x$ のグラフをx軸方向に $-\frac{\pi}{6}$ 平行移動した

ものである．

周期は，$2\pi \times \frac{1}{2} = \boldsymbol{\pi}$

また，$x = 0$のとき，

$y = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ であり，グラフは次のようになる．



（２）$y = \sin\left\{-2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right\} + 1$ であるから，

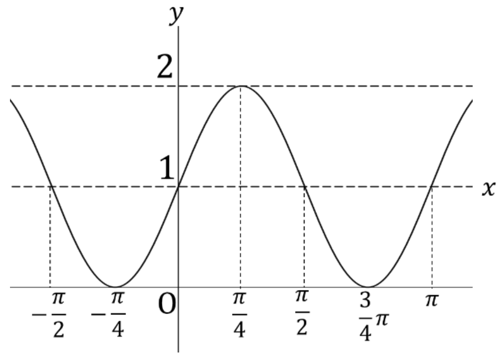
この関数のグラフは，$y = \sin(-2x)$のグラフを

x軸方向に $\frac{\pi}{2}$，y軸方向に 1 平行移動したものである．

周期は，$2\pi \times \frac{1}{2} = \boldsymbol{\pi}$

また，$x = 0$のとき，

$y = \sin\pi + 1 = 1$であり，グラフは次のようになる．



4.

（１）$y = 2(1 - \cos^2 x) - 2\cos x + 1$

$$= -2\cos^2 x - 2\cos x + 3$$

$$\boldsymbol{y = -2t^2 - 2t + 3}$$

（２）tの変域を求めると

$0 \leqq x \leqq \frac{5}{6}\pi$より，$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq \cos x \leqq 1$

よって，$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq 1$

$$y = -2(t^2 + t) + 3$$

$$= -2\left\{\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right\} + 3$$

$$= -2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 3$$

$$= -2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

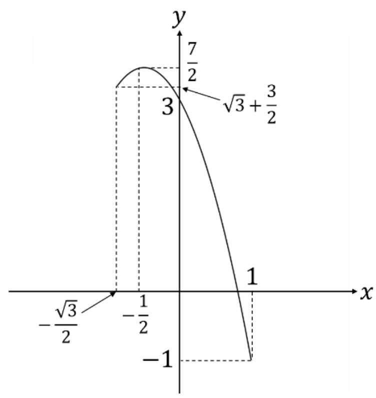
$t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき

$$y = -2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 3$$

$$= -2 \cdot \frac{3}{4} + \sqrt{3} + 3$$

$$= -\frac{3}{2} + \sqrt{3} + 3 = \sqrt{3} + \frac{3}{2}$$

$t = 1$のとき，$y = -2 - 2 + 3 = -1$



よって

$t=-\frac{1}{2}$，すなわち$x=\frac{2}{3}\pi$のとき，最大値$\frac{7}{2}$をとり，

$t=1$，すなわち$x=0$のとき，最小値-1をとる．

以上より

最大値　$\boldsymbol{\frac{7}{2}}$　$\left(\boldsymbol{x=\frac{2}{3}\pi}\right)$

最小値　$\boldsymbol{-1}$　$(\boldsymbol{x=0})$

5.

（１）$2x=t$・・・①とおくと，$\cos t=-\frac{1}{2}$

$0\leqq x<2\pi$より，$0\leqq 2x<4\pi$であるから，

$0\leqq t<4\pi$

よって，$t=\frac{2}{3}\pi$，$\frac{4}{3}\pi$，$\frac{8}{3}\pi$，$\frac{10}{3}\pi$

①より，$x=\frac{t}{2}$なので

$\boldsymbol{x=\frac{1}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{2}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{4}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi}$

（２）$\pi-x=t$・・・①とおくと

$\tan t-\sqrt{3}=0$，すなわち，$\tan t=\sqrt{3}$

$0\leqq x<2\pi$より

$0\geqq -x>-2\pi$

$\pi\geqq \pi-x>\pi-2\pi$

すなわち，$-\pi<\pi-x\leqq\pi$であるから，

$-\pi<t\leqq\pi$

よって，$t=-\frac{2}{3}\pi$，$\frac{\pi}{3}$

①より，$x=\pi-t$なので

$t=-\frac{2}{3}\pi$のとき，$x=\pi+\frac{2}{3}\pi=\frac{5}{3}\pi$

$t=\frac{\pi}{3}$のとき，$x=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi$

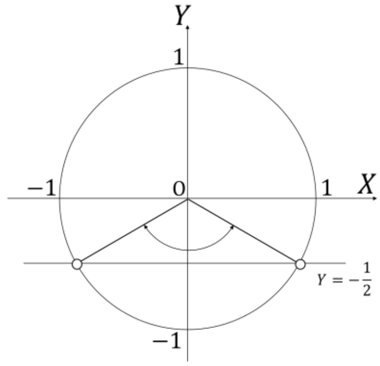
よって，$\boldsymbol{x=\frac{2}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi}$

6.

（１）$2x=t$・・・①とおくと，$\sin t<-\frac{1}{2}$

$0\leqq x<2\pi$ より，$0\leqq 2x<4\pi$であるから

$0\leqq t<4\pi$



$0\leqq t<4\pi$において，

角tの動径の変域内にあるのは

$\frac{7}{6}\pi<t<\frac{11}{6}\pi$，$\frac{19}{6}\pi<t<\frac{23}{6}\pi$

①より，$t=2x$なので

$\frac{7}{6}\pi<2x<\frac{11}{6}\pi$，$\frac{19}{6}\pi<2x<\frac{23}{6}\pi$

すなわち

$\boldsymbol{\frac{7}{12}\pi<x<\frac{11}{12}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{19}{12}\pi<x<\frac{23}{12}\pi}$

（２）$\pi+x=t$・・・①とおくと

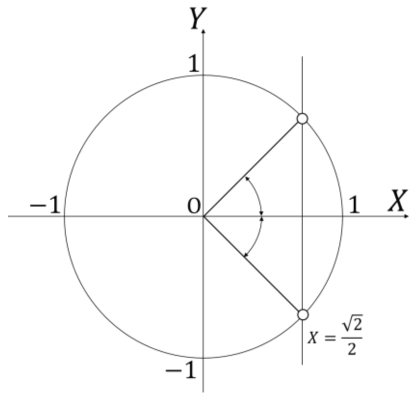
$2\cos t-\sqrt{2}>0$，すなわち，$\cos t>\frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\pi\leqq x<\pi$より

$\pi-\pi\leqq\pi+x<\pi+\pi$

$0\leqq\pi+x<2\pi$

すなわち，$0\leqq t<2\pi$



$0\leqq t<2\pi$において，

角tの動径の変域内にあるのは

$0\leqq t<\frac{\pi}{4}$，$\frac{7}{4}\pi<t<2\pi$

①より，$t=\pi+x$なので

$0\leqq\pi+x<\frac{\pi}{4}$，$\frac{7}{4}\pi<\pi+x<2\pi$

$$-\pi \leqq x < \frac{\pi}{4} - \pi, \quad \frac{7}{4}\pi - \pi < x < 2\pi - \pi$$

すなわち，$\boldsymbol{-\pi \leqq x < -\frac{3}{4}\pi}$，$\boldsymbol{\frac{3}{4}\pi < x < \pi}$