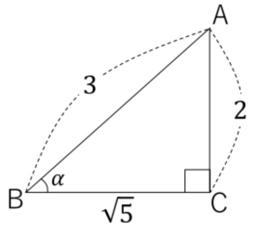
5章　三角関数

§1　三角比とその応用（p.126〜p.137）

問1

（1）



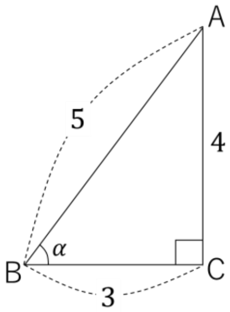
図のように頂点を定めると，三平方の定理より

$\mathrm{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

したがって

$\boldsymbol{\sin\alpha=\frac{2}{3}}$，$\boldsymbol{\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}}$，$\boldsymbol{\tan\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}}$

（2）



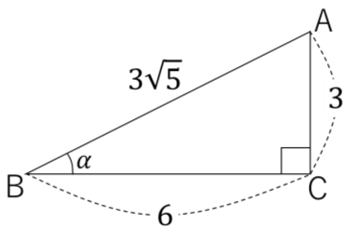
図のように頂点を定めると，三平方の定理より

$\mathrm{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

したがって

$\boldsymbol{\sin\alpha=\frac{4}{5}}$，$\boldsymbol{\cos\alpha=\frac{3}{5}}$，$\boldsymbol{\tan\alpha=\frac{4}{3}}$

（3）



図のように頂点を定めると，三平方の定理より

$\mathrm{AB}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

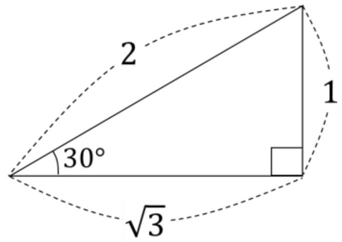
したがって

$$\sin\alpha=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}}$$

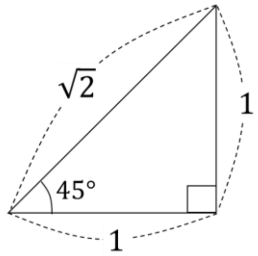
$$\cos\alpha=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}}$$

$$\tan\alpha=\frac{3}{6}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

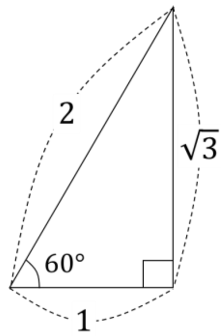
問2



$\boldsymbol{\sin 30^\circ=\frac{1}{2}}$，$\boldsymbol{\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}$，$\boldsymbol{\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}}$



$\boldsymbol{\sin 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}}$，$\boldsymbol{\cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}}$，$\boldsymbol{\tan 45^\circ=\frac{1}{1}=1}$



$\boldsymbol{\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}$，$\boldsymbol{\cos 60^\circ=\frac{1}{2}}$，$\boldsymbol{\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}}$

問3　三角関数表より

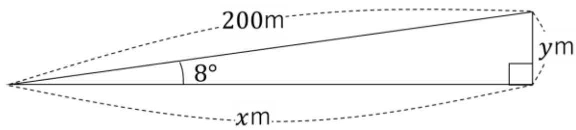
（1）$\mathbf{0.5878}$

（2）$\mathbf{0.9397}$

（3）$\mathbf{1.4281}$

問4

水平方向の長さをxm，垂直方向の高さをym とする．



$\cos 8^\circ=\dfrac{x}{200}$であるから

$x = 200\cos 8^\circ$

$= 200 \cdot 0.9903$

$= 198.06$

$\sin 8^\circ = \dfrac{y}{200}$ であるから

$y = 200\sin 8^\circ$

$= 200 \cdot 0.1392$

$= 27.84$

よって，**水平方向 198.06m，垂直方向 27.84m**

問５

（１）与式$= \sin(90^\circ - 25^\circ)$

$= \mathbf{\cos 25^\circ}$

（２）与式$= \cos(90^\circ - 36^\circ)$

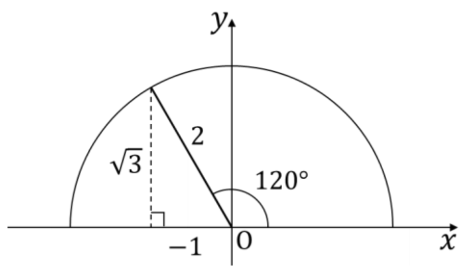
$= \mathbf{\sin 36^\circ}$

（３）与式$= \tan(90^\circ - 10^\circ)$

$= \mathbf{\dfrac{1}{\tan 10^\circ}}$

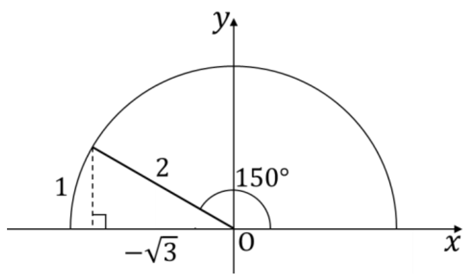
問６

120°の三角比



$\mathbf{\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$，$\mathbf{\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}}$，$\mathbf{\tan 120^\circ = -\sqrt{3}}$

150°の三角比



$\mathbf{\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}}$，$\mathbf{\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$，$\mathbf{\tan 150^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$

問７

（１）与式$= \sin(180^\circ - 20^\circ)$

$= \sin 20^\circ$

$= \mathbf{0.3420}$

（２）与式$= \cos(180^\circ - 35^\circ)$

$= -\cos 35^\circ$

$= \mathbf{-0.8192}$

（３）与式$= \tan(180^\circ - 57^\circ)$

$= -\tan 57^\circ$

$= \mathbf{-1.5399}$

問８

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$= 1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

$= 1 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}$

αは鈍角なので，$\cos\alpha < 0$

$\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{8}{9}} = -\mathbf{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}$

また

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$= \dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\mathbf{\dfrac{1}{2\sqrt{2}}}$

問９

$\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$

$= 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{4}$

よって，$\cos^2\alpha = \dfrac{4}{5}$

αは鈍角なので，$\cos\alpha < 0$

$\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{4}{5}} = -\mathbf{\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$

また

$\sin\alpha = \tan\alpha\cos\alpha$

$= -\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$= \mathbf{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$

問 10

正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin A}=2R$であるから

$$\frac{a}{\sin 120°}=2\cdot 3$$

よって

$$a=6\cdot\sin 120°$$

$$=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$$

また, A は頂角であるから

$$B=\frac{180°-120°}{2}=30°$$

正弦定理より，$\dfrac{b}{\sin B}=2R$であるから

$$b=6\cdot\sin 30°$$

$$=6\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{3}$$

問 11

$\angle\mathrm{ACB}=180°-(52°+70°)=58°$

$\triangle\mathrm{ABC}$において正弦定理より

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin 70°}=\frac{20}{\sin 58°}$$

よって

$$\mathrm{AC}=\frac{20\sin 70°}{\sin 58°}$$

$$=\frac{20\cdot 0.9397}{0.8480}$$

$$=22.1627\ldots\approx\mathbf{22.16}$$

また，$\triangle\mathrm{ACH}$において

$\dfrac{\mathrm{CH}}{\mathrm{AC}}=\sin 52°$ であるから

$$\mathrm{CH}=\mathrm{AC}\sin 52°$$

$$=22.16\cdot 0.7880$$

$$=17.4620\approx\mathbf{17.46}$$

問 12

余弦定理より

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

$$=5^2+4^2-2\cdot 5\cdot 4\cdot\cos 60°$$

$$=25+16-40\cdot\frac{1}{2}$$

$$=41-20=21$$

$c>0$であるから，$\boldsymbol{c}=\sqrt{\mathbf{21}}$

問 13

余弦定理より

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$=\frac{4^2+6^2-3^2}{2\cdot 4\cdot 6}=\frac{\mathbf{43}}{\mathbf{48}}$$

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$$

$$=\frac{6^2+3^2-4^2}{2\cdot 6\cdot 3}=\frac{\mathbf{29}}{\mathbf{36}}$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$=\frac{3^2+4^2-6^2}{2\cdot 3\cdot 4}$$

$$=\frac{-11}{24}=-\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{24}}$$

問 14　三角形の面積をSとする．

（１）$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$

$$=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\cdot\sin 30°$$

$$=10\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{5}$$

（２）$S=\dfrac{1}{2}ca\sin B$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sin 120°$$

$$=3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{3\cdot 3}{2}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}$$

問 15

三角形の面積をSとすると，$\dfrac{1}{2}ab\sin C=S$であるから

$$\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 6\cdot\sin C=15\sqrt{2}$$

すなわち，$30\sin C=15\sqrt{2}$

よって

$$\sin C = \frac{15\sqrt{2}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Cは鋭角であるから，$\boldsymbol{C = 45°}$

問 16

$$s = \frac{\mathrm{BC} + \mathrm{CA} + \mathrm{AB}}{2}$$

$$s = \frac{17 + 25 + 26}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

△ABCの面積をSとすると，ヘロンの公式より

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{s(s - \mathrm{BC})(s - \mathrm{CA})(s - \mathrm{AB})} \\ &= \sqrt{34(34 - 17)(34 - 25)(34 - 26)} \\ &= \sqrt{34 \cdot 17 \cdot 9 \cdot 8} \\ &= \sqrt{41616} \\ &= 204 \end{aligned}$$

よって，**面積は$\mathbf{204m^2}$**

※素因数分解か，電卓を使用して根号を外す.