練習問題 2-A

1.　$y=f(x)$とおく．

（1）$f(-x)=\dfrac{(-x)^2}{\sqrt{(-x)^2+1}}$

$=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$

$=f(x)$

よって，**偶関数**である．

（2）$f(-x)=(-x)^5-3\cdot(-x)^3$

$=-x^5+3x^3$

$=-(x^5-3x^3)$

$=-f(x)$

よって，**奇関数**である．

（3）$f(-x)=(-x)^6+3\cdot(-x)^3$

$=x^6-3x^3$

$f(-x)\neq f(x)$，$f(-x)\neq -f(x)$

よって，**奇関数でも偶関数でもない．**

（4）$f(-x)=|-x|+1$

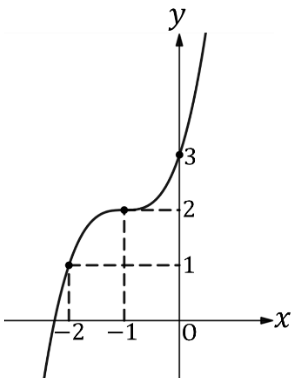
$=x+1$

$=f(x)$

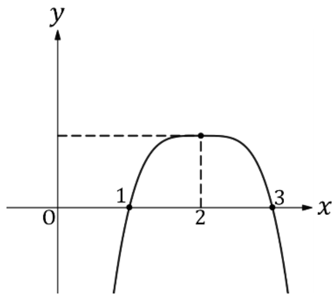
よって，**偶関数**である．

2.

（1）この関数のグラフは，$y=x^3$のグラフを，x軸方向に-1，y軸方向に2平行移動したものである．



（2）この関数のグラフは，$y=-x^4$のグラフを，x軸方向に2，y軸方向に1平行移動したものである．



（3）分子を分母で割ると

$$\begin{array}{r} 1 \\ x-1\,\overline{)\,x} \\ \underline{x-1} \\ 1 \end{array}$$

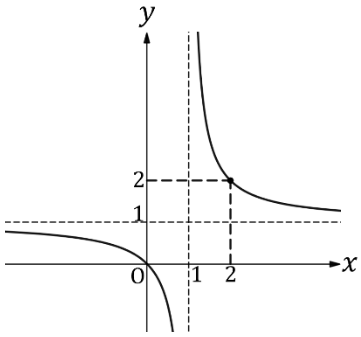
よって，$y=\dfrac{1}{x-1}+1$

この関数のグラフは，$y=\dfrac{1}{x}$のグラフを，

x軸方向に1，y軸方向に1平行移動したものである．

定義域は，$x\neq 1$，値域は，$y\neq 1$

漸近線は，$x=1$，$y=1$



【式変形別解】

$y=\dfrac{(x-1)+1}{x-1}$

$=\dfrac{x-1}{x-1}+\dfrac{1}{x-1}$

$=\dfrac{1}{x-1}+1$

（4）$y=\dfrac{-x+2}{x+1}$であるから

分子を分母で割ると

$$
\begin{array}{r}
-1\\
x+1\overline{)-x+2}\\
\underline{-x-1}\\
3
\end{array}
$$

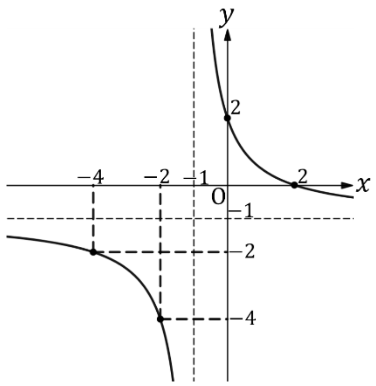
よって，$y=\dfrac{3}{x+1}-1$

この関数のグラフは，$y=\dfrac{3}{x}$のグラフを，

x軸方向に-1，y軸方向に-1平行移動したもの
である．

定義域は，$x\neq-1$，値域は，$y=-1$

漸近線は，$x=-1$，$y=-1$

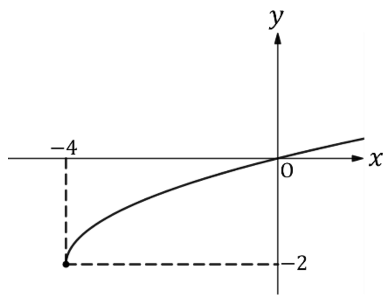


【式変形別解】

$$
\begin{aligned}
y&=\frac{-(x+1)+3}{x+1}\\
&=\frac{-(x+1)}{x+1}+\frac{3}{x+1}\\
&=\frac{3}{x+1}-1
\end{aligned}
$$

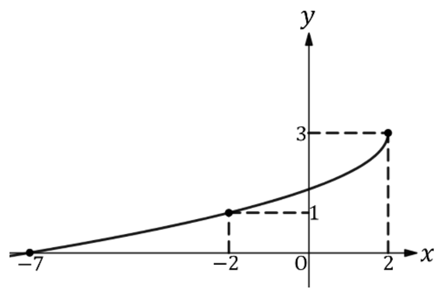
（5）この関数のグラフは，$y=\sqrt{x}$のグラフを，
x軸方向に-4，y軸方向に-2平行移動したもの
である．

定義域は，$x+4\geqq0$より，$x\geqq-4$，値域は，$y\geqq-2$



（6）$y=-\sqrt{-(x-2)}+3$であるから，この関数の
グラフは，$y=-\sqrt{-x}$のグラフを，x軸方向に2，
y軸方向に3平行移動したものである．

定義域は，$2-x\geqq0$より，$x\leqq2$，値域は，$y\leqq3$



3.

分子を分母で割ると

$$
\begin{array}{r}
1\\
x+1\overline{)x-3}\\
\underline{x+1}\\
-4
\end{array}
$$

よって，$y=-\dfrac{4}{x+1}+1$

この関数のグラフは，$y=-\dfrac{4}{x}$のグラフを，

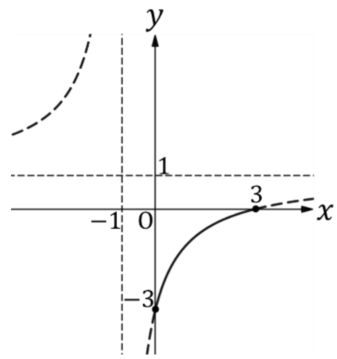
x軸方向に-1，y軸方向に1平行移動したものである．

定義域は，$x\neq-1$，値域は，$y\neq1$

漸近線は，$x=-1$，$y=1$

また，$x=0$のとき，$y=-3$

$x=3$のとき，$y=0$



よって，値域は，$\boldsymbol{-3\leqq y\leqq0}$

【式変形別解】

$$
\begin{aligned}
y&=\frac{(x+1)-4}{x+1}\\
&=\frac{x+1}{x+1}+\frac{-4}{x+1}\\
&=-\frac{4}{x+1}+1
\end{aligned}
$$

4.

グラフが，点$(-1,\ 3)$を通るので

$$3=\frac{a\cdot(-1)+b}{-1+2}$$

$3 = \dfrac{-a+b}{1}$

すなわち，$-a+b=3$・・・①

また

$y = \dfrac{a(x+2)-2a+b}{x+2}$

$= \dfrac{a(x+2)}{x+2} + \dfrac{-2a+b}{x+2}$

$= \dfrac{-2a+b}{x+2} + a$

よって，漸近線は，$x=-2$，$y=a$であるから，

$a=2$

これを，①に代入して

$-2+b=3$

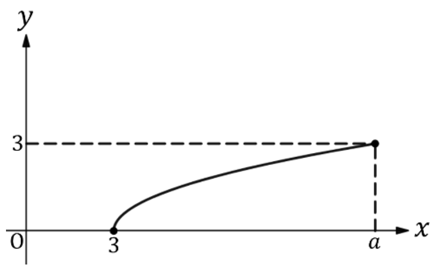
$b=5$

したがって，$\boldsymbol{a=2}$，$\boldsymbol{b=5}$

5.

この関数のグラフは，$y=\sqrt{x}$のグラフをx軸方向に3平行移動したものである．

定義域は，$x-3 \geqq 0$より，$x \geqq 3$



グラフより，$x=a$のとき，$y=3$となればよいので

$3=\sqrt{a-3}$

両辺を２乗して

$9=a-3$

$\boldsymbol{a=12}$

6.

（１）逆関数は，$x=-ay+b$

これを，yについて解くと

$ay=-x+b$

$a \neq 0$なので

$\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{a}x + \dfrac{b}{a}}$

定義域，値域は，すべての実数．

（２）この関数の定義域は，$x \leqq 0$，値域は，$y \leqq 1$であるから，逆関数の定義域，値域はそれぞれ

$x \leqq 1$，$y \leqq 0$

逆関数は，$x=1-y^2$

これをyについて解くと

$y^2=1-x$

$y=\pm\sqrt{1-x}$

$y \leqq 0$なので

$\boldsymbol{y=-\sqrt{1-x}}$

（３）この関数の定義域は，$x \neq b$，値域は，$y \neq 0$であるから，逆関数の定義域，値域はそれぞれ

$x \neq 0$，$y \neq b$

逆関数は，$x = \dfrac{a}{y-b}$

これを，yについて解くと

$x(y-b)=a$

$x \neq 0$なので

$y-b=\dfrac{a}{x}$

$\boldsymbol{y=\dfrac{a}{x}+b}$

（４）$y=\dfrac{(x+2)-5}{x+2}$

$= \dfrac{x+2}{x+2} + \dfrac{-5}{x+2}$

$= -\dfrac{5}{x+2}+1$

この関数の定義域は，$x \neq -2$，値域は，$y \neq 1$であるから，逆関数の定義域，値域はそれぞれ$x \neq 1$，$y \neq -2$

逆関数は，$x=\dfrac{y-3}{y+2}$

これを，yについて解くと

$x(y+2)=y-3$

$xy+2x=y-3$

$y(x-1)=-2x-3$

$x \neq 1$なので

$\boldsymbol{y=\dfrac{-2x-3}{x-1}}$

7.

この関数の定義域は，$x \geqq 2$，値域は，$y \geqq 3$であるから，逆関数の定義域，値域はそれぞれ

$x \geqq 3$，$y \geqq 2$

逆関数は，$x=(y-2)^2+3$

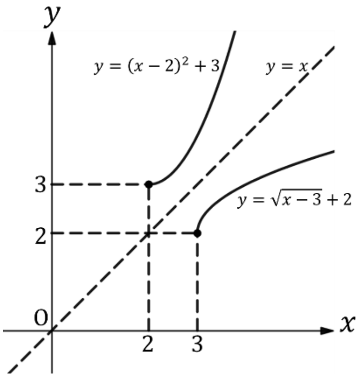
これを，yについて解くと

$(y-2)^2=x-3$

$y \geqq 2$より，$y-2 \geqq 0$であるから

$y-2=\sqrt{x-3}$

$\boldsymbol{y=\sqrt{x-3}+2}$（$\boldsymbol{x \geqq 3}$）



練習問題 2-B

1.

グラフが原点を通るから

$$0=\frac{0+b}{0+c}$$

すなわち，$b=0$

また

$$y=\frac{a(x+c)-ac+b}{x+c}$$

$$=\frac{a(x+c)}{x+c}+\frac{-ac+b}{x+c}$$

$$=\frac{b-ac}{x+c}+a$$

よって，漸近線は，$x=-c$，$y=a$であるから

$-c=1$，$a=2$

以上より，$\boldsymbol{a=2}$，$\boldsymbol{b=0}$，$\boldsymbol{c=-1}$

2.

$y=\sqrt{-x}$のグラフを，x軸方向に2，y軸方向にk平行移動したグラフの式は，$y-k=\sqrt{-(x-2)}$である．

このグラフが，原点を通るので

$0-k=\sqrt{-(0-2)}$

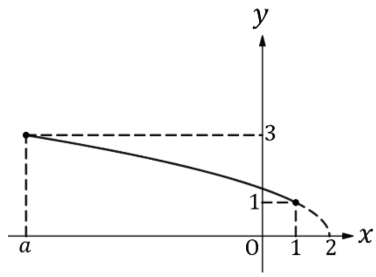
$-k=\sqrt{2}$

$\boldsymbol{k=-\sqrt{2}}$

3.

$y=\sqrt{-(x-2)}$であるから，このグラフは，$y=\sqrt{-x}$のグラフを，x軸方向に2平行移動したものである．

定義域は，$2-x \geqq 0$より，$x \leqq 2$



グラフより，$x=a$のとき，$y=3$となればよいので

$3=\sqrt{2-a}$

両辺を２乗して

$9=2-a$

$\boldsymbol{a=-7}$

4.

$$y=\frac{2(x+k)-2k-1}{x+k}$$

$$=\frac{2(x+k)}{x+k}+\frac{-2k-1}{x+k}$$

$$=\frac{-2k-1}{x+k}+2$$

逆関数が存在するためには，$-2k-1 \neq 0$，すなわち，

$$k \neq -\frac{1}{2}$$

このとき，この関数の定義域は，$x \neq -k$

値域は，$y \neq 2$であるから，逆関数の定義域は，$x \neq 2$

値域は，$y \neq -k$

逆関数は，$x=\dfrac{2y-1}{y+k}$であるから，これをyについて解くと

$(y+k)x=2y-1$

$xy+kx=2y-1$

$(x-2)y=-kx-1$

$x \neq 2$であるから

$$y=\frac{-kx-1}{x-2}$$

これと，もとの関数である$y=\dfrac{2x-1}{y+k}$が一致するので，

$\dfrac{-kx-1}{x-2}=\dfrac{2x-1}{y+k}$となるから，$\boldsymbol{k=-2}$

※xについての恒等式として解いてもよい．

5.

$$f(x)=\frac{a(x-2)+2a+b}{x-2}$$

$$=\frac{2a+b}{x-2}+a$$

逆関数が存在するためには，$2a+b\neq 0$

このとき

この関数の定義域は，$x\neq 2$，値域は，$y\neq a$である

から，逆関数の定義域は，$x\neq a$，値域は，$y\neq 2$

逆関数は，$x=\dfrac{ay+b}{y-2}$であるから，これをyについて

解くと

$(y-2)x=ay+b$

$xy-2x=ay+b$

$(x-a)y=2x+b$

$x\neq a$であるから

$$g(x)=\frac{2x+b}{x-a}$$

$f(1)=2$より

$2=\dfrac{a+b}{1-2}$，すなわち，$a+b=-2$・・・①

$g(4)=3$より

$3=\dfrac{8+b}{4-a}$，すなわち，$3(4-a)=8+b$

整理すると，$3a+b=4$・・・②

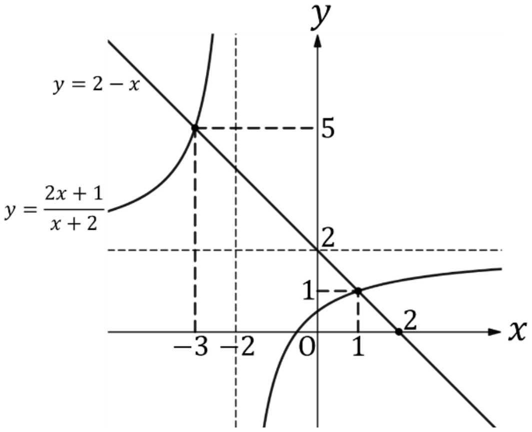
①，②の連立方程式を解くと，$\boldsymbol{a=3}$，$\boldsymbol{b=-5}$

6.

（１）$y=\dfrac{2(x+2)-3}{x+2}$

$$=-\frac{3}{x+2}+2$$

この関数の定義域と値域はそれぞれ，$x\neq -2$，$y\neq 2$



（２）$\begin{cases} y=\dfrac{2x+1}{x+2} \\ y=2-x \end{cases}$ を解くと

$\dfrac{2x+1}{x+2}=2-x$

$2x+1=(2-x)(x+2)$

$2x+1=-x^2+4$

$x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$

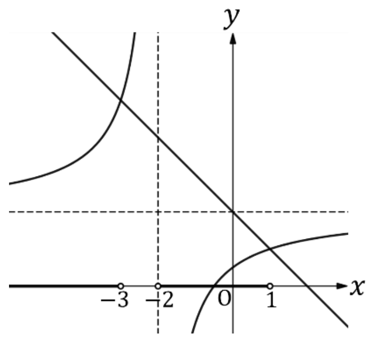
$x=1$，-3

$x=1$のとき，$y=1$

$x=-3$のとき，$y=5$

よって，交点の座標は，$\boldsymbol{(1,\ 1)}$，$\boldsymbol{(-3,\ 5)}$

（３）



$y=2-x$のグラフが，$y=\dfrac{2x-1}{x+2}$のグラフより上側に

ある範囲が不等式の解であるから

$\boldsymbol{x<-3}$，$\boldsymbol{-2<x<1}$

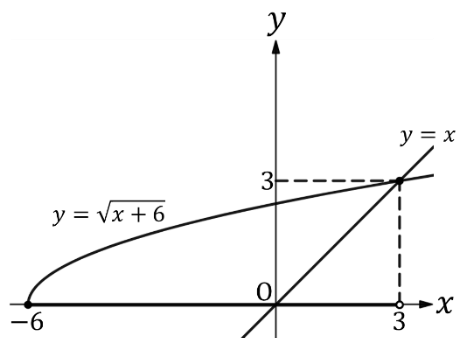
7.

（１）$\begin{cases} y=\sqrt{x+6} \\ y=x \end{cases}$ とする．

$y=\sqrt{x+6}$の定義域は，$x+6\geqq 0$より，$x\geqq -6$

値域は，$y\geqq 0$

$y\geqq\sqrt{x+6}$と$y=x$のグラフをかくと



交点の座標を求めるために、$\sqrt{x+6}=x$を解くと

$$x+6=x^2$$
$$x^2-x-6=0$$
$$(x+2)(x-3)=0$$
$$x=-2,\ 3$$

$x=-2$のとき，左辺$=2$，右辺$=-2$よって，無縁解.

$x=3$のとき，左辺$=$右辺$=3$

よって，交点の座標は，$(3,\ 3)$

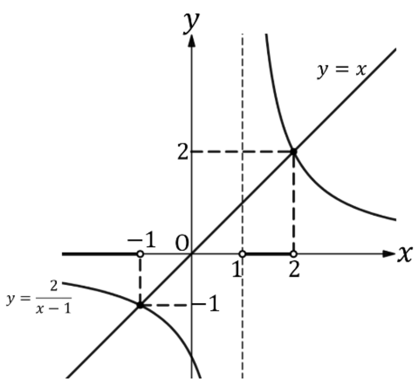
$y=\sqrt{x+6}$のグラフが，$y=x$のグラフより上側にある範囲が不等式の解であるから

$\boldsymbol{-6 \leqq x < 3}$

（2）$\begin{cases} y=\dfrac{2}{x-1} \\ y=x \end{cases}$ とする.

$y=\dfrac{2}{x-1}$の定義域は，$x \neq 1$，値域は，$y \neq 0$

$y=\dfrac{2}{x-1}$と$y=x$のグラフをかくと



交点の座標を求めるために，$\dfrac{2}{x-1}=x$を解くと

$$2=x(x-1)$$
$$2=x^2-x$$
$$x^2-x-2=0$$
$$(x+1)(x-2)=0$$
$$x=-1,\ 2$$

$x=-1$のとき，$y=-1$

$x=2$のとき，$y=2$

よって，交点の座標は，$(-1,\ -1)$，$(2,\ 2)$

$y=\dfrac{2}{x-1}$のグラフが，$y=x$のグラフより上側にある範囲が不等式の解であるから

$\boldsymbol{x < -1,\ 1 < x < 2}$