新 基礎数学　改訂版，大日本図書

2 章 方程式と不等式

1 方程式

BASIC

■68 (1)

$$x^2-3x-4=0$$
$$(x-4)(x+1)=0$$
$$x=4,\ -1$$

■68 (2)

$$x^2+3x=0$$
$$x(x+3)=0$$
$$x=0,\ -3$$

■68 (3)

$$3x^2-7x+2=0$$
$$(3x-1)(x-2)=0$$
$$x=\frac{1}{3},\ 2$$

■68 (4)

$$8x^2-2x-3=0$$
$$(2x+1)(4x-3)=0$$
$$x=-\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}$$

■69 (1)

$$x^2+7x+8=0$$
$$x=\frac{-7\pm\sqrt{49-32}}{2}$$
$$=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$$

■69 (2)

$$3x^2-5x+1=0$$
$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-12}}{6}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$$

■69 (3)

$$x^2+2x-7=0$$
$$x=-1\pm\sqrt{1+7}$$
$$=-1\pm\sqrt{8}$$
$$=-1\pm2\sqrt{2}$$

■69 (4)

$$2x^2-2x-3=0$$
$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-2(-3)}}{2}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{1+6}}{2}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{7}}{2}$$

■70 (1)

$$x^2-12x+36=0$$
$$(x-6)^2=0$$
$$x=6$$

■70 (2)

$$4x^2+20x+25=0$$
$$(2x+5)^2=0$$
$$x=-\frac{5}{2}$$

■71 (1)

$$x^2+5x+7=0$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25-28}}{2}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{-3}}{2}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{3}i}{2}$$

■71 (2)

$$2x^2+3x+2=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-16}}{4}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{-7}}{4}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{4}$$

■71 (3)

$$x^2+4=0$$
$$x^2=-4$$
$$x=\pm 2i$$

■71 (4)

$$3x^2-2x+4=0$$
$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-12}}{3}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{-11}}{3}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{11}i}{3}$$

■72 (1)　判別式を D とすると

$$x^2-3x+6=0$$
$$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 6$$
$$=9-24$$
$$=-15<0$$

よって、異なる 2 つの虚数解をもつ。

■72 (2)　判別式を D とすると

$$2x^2-x-5=0$$
$$D=(-1)^2-4\cdot 2\cdot(-5)$$
$$=1+40$$
$$=41>0$$

よって、異なる 2 つの実数解をもつ。

■72 (3)　判別式を D とすると

$$9x^2+6x+1=0$$
$$D/4=3^2-9\cdot 1$$
$$=9-9=0$$

よって、重解をもつ。

■73 (1)

$$D=k^2-4(k+8)$$
$$=k^2-4k-32$$
$$=(k-8)(k+4)=0$$
$$k=-4,8$$

$k=-4$ のとき

$$x^2-4x+4=0$$
$$(x-2)^2=0$$
$$x=2$$

$k=8$ のとき

$$x^2+8x+16=0$$
$$(x+4)^2=0$$
$$x=-4$$

■73 (2)　判別式を D とすると

$$D=(k+3)^2-4\cdot 4k$$
$$=k^2+6k+9-16k$$
$$=k^2-10k+9$$
$$=(k-1)(k-9)=0$$
$$k=1,\ 9$$

$k=1$ のとき

$$4x^2+4x+1=0$$
$$(2x+1)^2=0$$
$$x=-\frac{1}{2}$$

$k=9$ のとき

$$4x^2+12x+9=0$$
$$(2x+3)^2=0$$
$$x=-\frac{3}{2}$$

■74 (1)

$$\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=\frac{1}{2}$$
$$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)$$
$$=\frac{1}{2}\times(-4)$$
$$=-2$$

■74 (2)

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$
$$=16-1$$
$$=15$$

■74 (3)

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$
$$=-4\times 2$$
$$=-8$$

■75 (1)　$x^2-2x-2=0$ とすると

$$x=1\pm\sqrt{3}$$
$$\therefore (x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3})$$

■75 (2)　$x^2-3x+4=0$ とすると

$$x=\frac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{7}i}{2}$$
$$\therefore \left(x-\frac{3+\sqrt{7}i}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{7}i}{2}\right)$$

■75 (3)　$3x^2+2x+1=0$ とすると

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-3}}{3}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{2}i}{3}$$
$$\therefore 3\left(x-\frac{-1+\sqrt{2}i}{3}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{2}i}{3}\right)$$

■75 (4)　$4x^2-8x+1=0$ とすると

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-4}}{4}$$
$$=\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{4}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$$
$$\therefore 4\left(x-\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x-\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)$$

■76 (1)

$$x^4-7x^2-18=0$$
$$(x^2-9)(x^2+2)=0$$
$$x=\pm 3,\pm\sqrt{2}i$$

■76 (2)

$$x^5+8x^3-9x=0$$
$$x(x^4+8x^2-9)=0$$
$$x(x^2+9)(x^2-1)=0$$
$$x=0,\pm 1,\pm 3i$$

■77 (1)

$$x^3+4x^2+2x-1=0$$
$$(x+1)(x^2+3x-1)=0$$
$$x=-1,\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$$

■77 (2)

$$2x^3-x^2-5x-2=0$$
$$(x-2)(2x^2+3x+1)=0$$
$$(x-2)(2x+1)(x+1)=0$$
$$x=2,-\frac{1}{2},-1$$

■78 (1)

$$\begin{cases}3x-y+z=6\cdots①\\5x-4y+2z=7\cdots②\\x+3y-z=8\cdots③\end{cases}$$

① + ③ より

$$4x+2y=14\cdots④$$

② + ③ ×2 より

$$7x+2y=23\cdots⑤$$

④, ⑤ より

$$x=3,\ y=1$$

① に代入して

$$9-1+z=6$$
$$z=-2$$
$$\therefore (x,y,z)=(3,1,-2)$$

■78 (2)

$$\begin{cases} x+3y=5\cdots① \\ 2x+y+z=1\cdots② \\ x+2y+3z=6\cdots③ \end{cases}$$

② ×3− ③ より

$$5x+y=-3\cdots④$$

① + ④ ×3 より

$$16x=-4$$
$$\therefore x=-1,\ y=2$$

② に代入して

$$\begin{aligned} -2+2+z&=1 \\ z&=1 \\ \therefore (x,y,z)&=(-1,2,1) \end{aligned}$$

■79 (1)

$$\begin{cases} 2x+y=1\cdots① \\ 5x^2-y^2+y=3\cdots② \end{cases}$$

① より $y=1-2x$ これを ② に代入して

$$\begin{aligned} 5x^2-(1-2x)^2+(1-2x)&=3 \\ 5x^2-(1-4x+4x^2)+1-2x&=3 \\ x^2+2x-3&=0 \\ (x+3)(x-1)&=0 \\ x&=-3,\ 1 \end{aligned}$$

$(x,y)=(-3,7),(1,-1)$

■79 (2)

$$\begin{cases} x-y=4\cdots① \\ x^2+xy+y^2=13\cdots② \end{cases}$$

① より $x=4+y$ これを ② に代入して

$$\begin{aligned} (4+y)^2+(4+y)y+y^2&=13 \\ (16+8y+y^2)+(4y+y^2)+y^2&=13 \\ 3y^2+12y+3&=0 \\ y^2+4y+1&=0 \\ y&=-2\pm\sqrt{3} \end{aligned}$$

$x=4+(-2\pm\sqrt{3})=2\pm\sqrt{3}$ より
$(x,y)=(2\pm\sqrt{3},-2\pm\sqrt{3})$（複号同順）

■80 (1)

$$\begin{aligned} |3x+1|&=2 \\ 3x+1&=\pm2 \\ 3x&=1,\ -3 \\ x&=\frac{1}{3},\ -1 \end{aligned}$$

■80 (2)

$$\begin{aligned} |2x-7|-3&=0 \\ 2x-7&=\pm3 \\ 2x&=10,\ 4 \\ x&=5,\ 2 \end{aligned}$$

■81 (1)

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-1}+\frac{4}{x-2}&=\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)} \\ 3(x-2)+4(x-1)&=2x+5 \\ 7x-10&=2x+5 \\ 5x&=15 \\ x&=3 \end{aligned}$$

■81 (2)

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3}+\frac{1}{x+2}&=\frac{5x}{x^2-x-6} \\ x(x+2)+x-3&=5x \\ x^2+2x+x-3-5x&=0 \\ x^2-2x-3&=0 \\ (x-3)(x+1)&=0 \\ x&=-1,\ 3 \end{aligned}$$

$x\neq-2,3$ より

$$x=-1$$

■82 (1)

$$\sqrt{x-1}=x-3$$

定義域 $x \geqq 1$ かつ、(左辺) $\geqq 0$ より $x \geqq 3$ が必要である。

$$
\begin{aligned}
x-1 &= (x-3)^2 \\
x-1 &= x^2-6x+9 \\
x^2-7x+10 &= 0 \\
(x-2)(x-5) &= 0 \\
x &= 2,\ 5
\end{aligned}
$$

$x \geqq 3$ より

$$x = 5$$

■82 (2)

$$\sqrt{10-x^2} = x+2$$

定義域 $10-x^2 \geqq 0$ より $-\sqrt{10} \leqq x \leqq \sqrt{10}$ である。また、(左辺) $\geqq 0$ より $x+2 \geqq 0$ すなわち $x \geqq -2$ が必要である。このとき両辺を 2 乗して

$$
\begin{aligned}
&10-x^2 = (x+2)^2 \\
&10-x^2 = x^2+4x+4 \\
&2x^2+4x-6 = 0 \\
&x^2+2x-3 = 0 \\
&(x+3)(x-1) = 0 \\
&x = -3,\ 1
\end{aligned}
$$

条件を満たすのは

$$x = 1 \quad (x = -3 \text{ は不適})$$

■83 (1)

$$3x^2+ax+1 = bx^2+5x+c$$

x についての恒等式なので、係数を比較して

$$
\begin{aligned}
&b = 3 \\
&a = 5 \\
&c = 1 \\
&\therefore a = 5,\ b = 3,\ c = 1
\end{aligned}
$$

■83 (2)

$$ax^2-3 = 2x^2+bx+c$$

x についての恒等式なので、係数を比較して

$$
\begin{aligned}
&a = 2 \\
&b = 0 \\
&c = -3 \\
&\therefore a = 2,\ b = 0,\ c = -3
\end{aligned}
$$

■84 (1)

$$
\begin{aligned}
&2x^2+3x+6 \\
&= a(x+1)(x+2)+b(x-1)+c
\end{aligned}
$$

右辺を展開すると

$$
\begin{aligned}
&a(x^2+3x+2)+bx-b+c \\
&= ax^2+(3a+b)x+2a-b+c
\end{aligned}
$$

x についての恒等式なので

$$
\begin{aligned}
&a = 2 \\
&3a+b = 3 \\
&2a-b+c = 6
\end{aligned}
$$

これを解いて

$$\therefore a = 2,\ b = -3,\ c = -1$$

■84 (2)

$$(\text{右辺}) = x^3+(b+c)x^2+(bc+2)x+2c$$

x についての恒等式なので、係数を比較して

$$
\begin{aligned}
&b+c = 3 \cdots ① \\
&bc+2 = 4 \cdots ② \\
&2c = a \cdots ③
\end{aligned}
$$

①より $b = 3-c$。これを②に代入して

$$
\begin{aligned}
&(3-c)c+2 = 4 \\
&c^2-3c+2 = 0 \\
&(c-2)(c-1) = 0 \\
&c = 1, 2 \\
&\therefore (a, b, c) = (2, 2, 1), (4, 1, 2)
\end{aligned}
$$

■85 (1)

$$\begin{aligned}\frac{1}{(x-1)(x-3)} &= \frac{a}{x-1}+\frac{b}{x-3}\\ 1 &= a(x-3)+b(x-1)\\ 1 &= (a+b)x-(3a+b)\end{aligned}$$

x についての恒等式なので

$$\begin{aligned}a+b&=0\\ 3a+b&=-1\\ \therefore a&=-\frac{1}{2},\ b=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

■85 (2)

$$\begin{aligned}\frac{8x+1}{x^3-1} &= \frac{a}{x-1}+\frac{bx+c}{x^2+x+1}\\ 8x+1 &= a(x^2+x+1)+(bx+c)(x-1)\\ 8x+1 &= (a+b)x^2+(a-b+c)x+a-c\end{aligned}$$

x についての恒等式なので

$$\begin{aligned}&a+b=0\\ &a-b+c=8\\ &a-c=1\\ \therefore\ &a=3,\ b=-3,\ c=2\end{aligned}$$

■86

$$\begin{aligned}(\text{左辺})-(\text{右辺}) &= x^3+y^3-(x+y)^3\\ &\quad +3xy(x+y)\\ &= x^3+y^3\\ &\quad -(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)\\ &\quad +3x^2y+3xy^2\\ &= 0\end{aligned}$$

よって等式は成り立つ

■87

$$\begin{aligned}(\text{左辺})-(\text{右辺}) &= a^2+ac-b^2-bc\\ &= (a^2-b^2)+c(a-b)\\ &= (a+b)(a-b)+c(a-b)\\ &= (a-b)(a+b+c)\\ &= 0 \quad (\because a+b+c=0)\end{aligned}$$

CHECK

■88 (1)

$$6x^2+x-12=0$$
$$(3x-4)(2x+3)=0$$
$$x=\frac{4}{3},\ -\frac{3}{2}$$

■88 (2)

$$3x^2+4x+2=0$$
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-6}}{3}$$
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2}i}{3}$$

■88 (3)

$$x^2-2\sqrt{3}x+3=0$$
$$(x-\sqrt{3})^2=0$$
$$x=\sqrt{3}$$

■88 (4)

$$2x^2=7x-4$$
$$2x^2-7x+4=0$$
$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-32}}{4}$$
$$x=\frac{7\pm\sqrt{17}}{4}$$

■88 (5)

$$x^2+2x-\frac{5}{3}=0$$
$$3x^2+6x-5=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+15}}{3}$$
$$x=\frac{-3\pm2\sqrt{6}}{3}$$

■88 (6)

$$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$$
$$4x^2-6x+3=0$$
$$x=\frac{3\pm\sqrt{9-12}}{4}$$
$$x=\frac{3\pm\sqrt{3}i}{4}$$

■89 (1)

$$x^4-10x^2+9=0$$
$$(x^2-1)(x^2-9)=0$$
$$x^2=1,\ 9$$
$$x=\pm1,\pm3$$

■89 (2)

$$x^3-5x+2=0$$
$$(x-2)(x^2+2x-1)=0$$
$$x=2,\ -1\pm\sqrt{2}$$

■89 (3)

$$|4x-3|=5$$
$$4x-3=\pm5$$
$$4x=8,\ -2$$
$$x=2,\ -\frac{1}{2}$$

■89 (4)

$$1-2x=\sqrt{4-3x}$$

条件 $x \leqq \frac{1}{2}$ のもとで両辺を 2 乗

$$(1-2x)^2=4-3x$$
$$1-4x+4x^2=4-3x$$
$$4x^2-x-3=0$$
$$(4x+3)(x-1)=0$$
$$x=1,\ -\frac{3}{4}$$

$x \leqq \frac{1}{2}$ より $x=-\frac{3}{4}$

■89 (5)

$$\frac{3x}{x+1}-\frac{2}{x+3}=\frac{6x}{(x+1)(x+3)}$$
$$3x(x+3)-2(x+1)=6x$$
$$3x^2+9x-2x-2-6x=0$$
$$3x^2+x-2=0$$
$$(3x-2)(x+1)=0$$
$$x=-1,\frac{2}{3}$$

分母 $\neq 0$ より $x\neq -1,-3$

$$\therefore x=\frac{2}{3}$$

■90(1)

$$\begin{cases} 2x-y+z=1 & \cdots(1) \\ 3x-2y-2z=3 & \cdots(2) \\ x+2y+3z=8 & \cdots(3) \end{cases}$$

$(1)\times 2+(2)$ より

$7x-4y=5 \quad \cdots(4)$

$(1)\times 3-(3)$ より

$5x-5y=-5$

$x-y=-1 \quad \cdots(5)$

$(4)-(5)\times 4$ より

$3x=9$

$x=3$

(5) に代入して $y=4$

(1) に代入して $z=-1$

$(x,y,z)=(3,4,-1)$

■90(2)

$$\begin{cases} 3x+y=1 & \cdots(1) \\ 4x^2+xy+y^2=6 & \cdots(2) \end{cases}$$

(1) より $y=1-3x$

(2) に代入して

$4x^2+x(1-3x)+(1-3x)^2=6$

$4x^2+x-3x^2+1-6x+9x^2=6$

$10x^2-5x-5=0$

$2x^2-x-1=0$

$(2x+1)(x-1)=0$

$x=1,-\dfrac{1}{2}$

$(x,y)=(1,-2),\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right)$

■91

$x^2-(k+4)x+(2k+5)=0$

判別式を D とすると

$D=(k+4)^2-4(2k+5)$

$=k^2+8k+16-8k-20$

$=k^2-4=0$

$k=\pm 2$

$k=2$ のとき $x^2-6x+9=0$

$x=3$

$k=-2$ のとき $x^2-2x+1=0$

$x=1$

■92 (1)

解と係数の関係より

$\alpha+\beta=\dfrac{2}{3}, \quad \alpha\beta=\dfrac{1}{3}$

$\alpha^2+\beta^2$

$=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-2\left(\dfrac{1}{3}\right)$

$=\dfrac{4}{9}-\dfrac{6}{9}$

$=-\dfrac{2}{9}$

■92 (2)

$\alpha^3+\beta^3$

$=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=\left(\dfrac{2}{3}\right)^3-3\left(\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)$

$=\dfrac{8}{27}-\dfrac{18}{27}$

$=-\dfrac{10}{27}$

■93 (1)

$x^2-x+1=0$ 　とする

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4}}{2}$

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore \left(x-\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)$

■93 (2)

$3x^2+8x+3=0$　とする

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-9}}{3}$

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{7}}{3}$

$\therefore \left(x-\dfrac{-4+\sqrt{7}}{3}\right)\left(x-\dfrac{-4-\sqrt{7}}{3}\right)$

■94 (1)

$(\text{右辺})=b(x^2+2x+1)+c(x+1)+d$

$=bx^2+(2b+c)x+(b+c+d)$

x についての恒等式なので

$$\begin{cases} b=2 \\ 2b+c=3 \\ b+c=a \end{cases}$$

これを解いて

$a=1,\ b=2,\ c=-1$

■94 (2)

$\dfrac{3x-1}{(x+1)^2}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{(x+1)^2}$

$3x-1=a(x+1)+b$

$3x-1=ax+(a+b)$

係数を比較して

$$\begin{cases} a=3 \\ a+b=-1 \end{cases}$$

$\therefore a=3,\ b=-4$

■95

$(\text{左辺})-(\text{右辺})$

$=(x^3+1)(x^2+x+1)$

$\quad -(x+1)(x^4+x^2+1)$

$=(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$

$\quad -(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$

$=0$

よって等式は成り立つ

■96

$(\text{左辺})-(\text{右辺})$

$=(x+y)(y+z)(z+x)+xyz$

$\quad -(x+y+z)(xy+yz+zx)$

$=(x+y+z)(xy+yz+zx)-xyz+xyz$

$\quad -(x+y+z)(xy+yz+zx)$

$=0$

よって等式は成り立つ

STEP UP

■97 (1)

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4}=k$　とおくと

$x=2k,\ y=3k,\ z=4k$

$x^2+y-3z+2=0$　に代入して

$(2k)^2+3k-3(4k)+2=0$

$4k^2-9k+2=0$

$(4k-1)(k-2)=0$

$k=\dfrac{1}{4},\ 2$

$\therefore (x,y,z)=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4},1\right),\ (4,6,8)$

■97 (2)

$\begin{cases} x^2+y^2=16 & \cdots(1) \\ y=x^2-4 & \cdots(2) \end{cases}$

(2) より $x^2=y+4$

(1) に代入して

$(y+4)+y^2=16$

$y^2+y-12=0$

$(y+4)(y-3)=0$

$y=-4,\ 3$

$y=-4$ のとき $x^2=0 \implies x=0$

$y=3$ のとき $x^2=7 \implies x=\pm\sqrt{7}$

$\therefore (x,y)=(0,-4),\ (\pm\sqrt{7},3)$

■98 (1)

$x^4-6x^2+1=0$

$x^2=\dfrac{6\pm\sqrt{36-4}}{2}$

$x^2=3\pm2\sqrt{2}$

$x=\pm\sqrt{3\pm2\sqrt{2}}$

$x=\pm(\sqrt{2}\pm1)$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2},\ -1\pm\sqrt{2}$

■98 (2)

$$\begin{aligned} x^4+x^2+1&=0 \\ (x^4+2x^2+1)-x^2&=0 \\ (x^2+1)^2-x^2&=0 \\ (x^2+x+1)(x^2-x+1)&=0 \\ x&=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2},\ \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

■99 (1)

$\dfrac{3}{x^2-3x}-\dfrac{x+2}{x^2+x}-\dfrac{17x+1}{x^2-2x-3}=\dfrac{3x}{x+1}$

$\dfrac{3}{x(x-3)}-\dfrac{x+2}{x(x+1)}-\dfrac{17x+1}{(x-3)(x+1)}=\dfrac{3x}{x+1}$

両辺に $x(x+1)(x-3)$ を掛けて

$3(x+1)-(x+2)(x-3)-x(17x+1)=3x^2(x-3)$

$3x+3-(x^2-x-6)-(17x^2+x)=3x^3-9x^2$

$3x^3+9x^2-3x-9=0$

$x^3+3x^2-x-3=0$

$x^2(x+3)-(x+3)=0$

$(x+3)(x^2-1)=0$

$x=-3,\ \pm1$

分母 $\neq 0$ より $x\neq 0,\ -1,\ 3$

$\therefore x=-3,\ 1$

■99 (2)

$\sqrt{3x-5}+10=2x$

$\sqrt{3x-5}=2x-10$

条件 $x>\dfrac{5}{3}$ かつ $x\geqq 5$ より $x\geqq 5$

このとき両辺を 2 乗して

$3x-5=(2x-10)^2$

$3x-5=4x^2-40x+100$

$4x^2-43x+105=0$

$(4x-15)(x-7)=0$

$x=\dfrac{15}{4},\ 7$

$x\geqq 5$ より

$\therefore x=7$

■99 (3)

$\sqrt{x-1}+2=\sqrt{2x+5}$
定義域は $x \geqq 1$
両辺正なので 2 乗して
$x-1+4\sqrt{x-1}+4=2x+5$
$4\sqrt{x-1}=x+2$
さらに両辺を 2 乗して
$16(x-1)=(x+2)^2$
$16x-16=x^2+4x+4$
$x^2-12x+20=0$
$(x-2)(x-10)=0$
$x=2,\ 10$
これらは $x \geqq 1$ を満たす
$\therefore x=2,\ 10$

■100

静水時の船の速さを x km/h とする $(x>3)$
$\dfrac{60}{x-3}=\dfrac{60}{x+3}+5$
両辺に $(x-3)(x+3)$ を掛けて
$60(x+3)=60(x-3)+5(x-3)(x+3)$
$12(x+3)=12(x-3)+(x^2-9)$
$12x+36=12x-36+x^2-9$
$x^2-81=0$
$x=\pm 9$
$x>3$ より $x=9$
$\therefore 9$ km/h

■101

$\dfrac{x}{b-c}=\dfrac{y}{c-a}=\dfrac{z}{a-b}=k$ とおくと
$x=k(b-c),\ y=k(c-a),\ z=k(a-b)$
(左辺) $=(b+c)x+(c+a)y+(a+b)z$
$=k(b+c)(b-c)+k(c+a)(c-a)$
$\quad +k(a+b)(a-b)$
$=k(b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2)$
$=0$
よって等式は成り立つ

■102

$x=-1,2$ を代入すると
$$\begin{cases}1+4a+b-a-24=0\\16-32a+4b+2a-24=0\end{cases}$$
$$\begin{cases}3a+b=23\\-30a+4b=8\end{cases}$$
これを解いて
$a=2,\ b=17$
方程式は
$x^4-8x^3+17x^2+2x-24=0$
$(x+1)(x-2)(x^2-7x+12)=0$
$(x+1)(x-2)(x-3)(x-4)=0$
よって、他の解は
$x=3,\ 4$

■103

x^3+2x^2+ax+b を $x-1$ で割ると
商は $x^2+3x+a+3$, 余りは $a+b+3$
割り切れるので $a+b+3=0$
$\therefore b=-a-3$
さらに商 $x^2+3x+a+3$ が $x-1$ で
割り切れるので、その余りについて
$1^2+3(1)+a+3=a+7=0$
よって $a=-7$
$b=-(-7)-3=4$

■104(1)

$$\begin{cases}\omega^3=1\\1+\omega+\omega^2=0\end{cases}$$
が成り立つ
$$\begin{aligned}\omega^{12}&=(\omega^3)^4\\&=1^4\\&=1\end{aligned}$$

■104(2)

$$\begin{aligned}\omega^8+\omega^4&=(\omega^3)^2\cdot\omega^2+\omega^3\cdot\omega\\&=1\cdot\omega^2+1\cdot\omega\\&=\omega^2+\omega\\&=-1\end{aligned}$$