

1 『熱の解析的理論』序章を読んでみよう。

1.1 フーリエは『熱の解析的理論』において何をしたのか

フーリエの思想を知るには、本人の著作『熱の解析的理論』([2])をまず見る必要があるだろう¹。フーリエは、序章において、著作の目的を宣言する。まず、序章冒頭の2小節を示そう。この2小節は、いわば、基調というべき主題を示すものであって、フーリエは、この著作を通して、さまざまな階梯での具体的な肉付けを行なって行く。

宇宙の働きは、その大元となると我々には全くわからなくても、簡単に恒常的な法則に従って現われるので、観察によって暴き出すことができる。そして、自然哲学の研究対象になるのである。

熱は、重力と同様に、宇宙の全物質を貫く。その放射は空間のあらゆる部分を占める。われわれの著作の目的は、この熱という元が従う数学法則を明らかにすることである。この理論は、今後、一般物理学のもっとも重要な一分野となるであろう。

ところで、書き出し部分の原文は荘重で響きもよい。朗読してみよう：

レコーズプリモルディアール・ヌヌーソンボアンコニユ・メ・エルソント
シュジュッティ・アデロワ・センプルエコンスターント、ク・ロンプ
デクヴリール・パールロブセルヴァシオン・エ・ドン・レテュド・エッ
ロブジェドラフィロゾフィナテュレール²。

さて、第1節は、自然哲学というものの意義を示したものである。第2節はフーリエがニュートンの重力の理論を意識しながら、熱の数学的理論を展開することの表明である。元という語を用いているのは、熱を重力同様に宇宙の重要な構成要素と把握していることを示している³。

実際、フーリエは次の節で古代からの力学の歴史を概観し、ニュートンの「想い」、すなわち、『自然哲学の数学的原理』(プリンキピア)の序説から引いた一文に相当するもので締める。

有理力学⁴と云えば、太古の人びとが持っていたかもしれない知見は伝わっておらず、その歴史は、調和についての原始的な定理を別にすれば、

¹実際、フーリエ解析の大家であるカーヌ教授も、著書 [6] で、序章 Discours Préliminaire 全文をフランス語のまま再録している。なお、英訳 ([3]) はもともとは 1878 年刊行のものである。また、邦訳も存在する ([4], [5])。ただし、以下の序章の邦文は筆者に拠る。

²Les causes primordiales ne nous sont point connues; mais elles sont assujetties à des lois simples et constantes, que l'on peut découvrir par l'observation, et dont l'étude est l'objet de la philosophie naturelle. [なお、英訳 ([3]) では、次の通り: Primary causes are unknown to us; but are subject to simple and constant laws, which may be discovered by observation, the study of them being the object of natural philosophy.]

³この時代の熱概念については、山本 ([9]) (特に、2 巻。なお、[9], p.293 に、この 2 節が引かれている。) 参照。

⁴rational mechanics.

アルキメデスの発見よりも遡ることはできない。この大幾何学者が数学的に解き明かしたのは固体や流体の平衡原理であった。ほぼ 18 世紀の時が流れ、ガリレオは力学理論を創始者した。重さのある物体の運動法則を発見したのである。ニュートンはこの新しい科学に宇宙の全体系を包括した。これらの哲学者の後を継いだ人たちが、これらの理論に驚嘆すべき広がりや完成度を与えた。かれらは僅かな数の基本法則に整理した。それらは自然界の全ての活動を説明するのである。わかったことは、同じ原理によって、天体のすべての運動、すなわち、それらの形状、それらの径路の不同性が支配され、また、海水の平衡や上下動、空気や音響体の調和振動、光の伝達、毛細管作用、液体の揺動、そして、さらに、自然界のすべての力をいかようにも複合したもてまでが支配されているということである。まさに追認されたのがニュートンの感慨である⁵：

かくも少数の事柄からかくも多数の事柄を立証するということは幾何学の栄光である。

要するに、フーリエ自身の仕事が、アルキメデス、ガリレオ、ニュートンの業績と並ぶものだという誇らかな主張である。実際、引き続いて、熱現象の記述は力学理論には不可能であり、フーリエによって数学的に熱現象の全貌がようやく記述されたのだと言っている。それは、当時最新の精密な道具による長年月にわたる観察と考察に拠るものであった。

しかし、力学理論の広がりが何であれ、熱の効果に対しては全く適用できない。熱の効果を作り立たせているのは、特別な現象の秩序であって、運動や平衡の原理が適用できないものなのである⁶。古くからの器具は一部の熱現象を巧妙に測るのに適しており、貴重な観察が蓄積されて来た。しかし、それらは、部分的な結果でしかなく、全貌が知られるような数学的な法則ではなかったのである。

私はそのような法則を導いた。長期間の研究と従前の知見との注意深い比較によるものであるが、新たに実験をやり直し、在来のものよりも高精度の器具によって、何年にもわたって丹念に観察してきたのである。

そこで、種々の研究の結果、熱行動は、各物質について、熱容量、熱伝導、熱拡散の三点に着目することによって記述できることがわかったと陳べる。

この理論を打ち建てるためにしなければならなかったことは、熱の作用を決定している基本的な性質を区分けし正確に定義することであった。

⁵Quod tam paucis tam multa praestet geometria gloriatur (ラテン語)。ただし、ニュートンのプリンキピアの序説 Praefatio ad Lectorem では "Ac gloriatur Geometria quod tam paucis principiis aliunde petitis tam multa praestet" となっている。感嘆詞 Ac 及び principiis aliunde petitis (精選されたわずかな原理)があり、語順も変わっているが、大意は変わらない。なお、Geometria (幾何学)とは「数学」のことを指す。また、Geometria の大文字 G や gloriatur は「神の栄光」を連想させる。

⁶第 1 章 17 節に同様の指摘があり、山本 ([9]. 2, p.175) はそれを引用している。

やがてわかったことは、熱作用に依存しているすべての現象が極めて僅かな数の一般かつ単純な事実に分解されること、そして、この種の物理学のどんな課題でも数学解析の研究と化することであった。結論として、熱のもっとも多様な運動でも、数の上で、決定するためには、どのような物質であれ、基礎的な三点の観察を施せば十分とわかった。実際、異なる物体では熱を保持する能力が同じ程度ではなく、物体表面を通して熱を受け取る能力や伝える能力も異なり、物体内部で熱を伝導する能力も違うのである。この三特性こそ、われわれの理論によって、明確に識別され、測定すべきものとされたのである。

実際、フーリエは、物体の内部における熱の保持（熱容量）及び物体内部あるいは表面における熱の収支の様子（熱伝導率、表面輻射率）を明確な言葉で分析的に定義することにより（第一章）、これらがほぼそのまま数式でも表されることを示す。その上で、さらに、無限小解析的な考察を加味すれば、直ちに、熱伝導の偏微分方程式（と境界条件）が導出されるのである（第二章）。

1.2 なぜ、フーリエは熱の数学的理論を研究したのか。

ここで、フーリエは研究の動機に話題を転ずる。時代的にも産業革命の進行に伴う熱機関の改良が熱に対する興味を引き起こしたのであると思っていた。確かに、この時代の熱に対する関心の高まりにはそういう背景はあったであろうが、フーリエ自身の関心は、そういう産業技術的なことではなく、むしろ、地球を含む自然界の熱収支にあったようである。熱機関そのものの原理的な解析はカルノーの仕事になるのであった（例えば、[9]）。

以下で、フーリエは地球環境における熱収支の例とそれらに伴って起きる現象を羅列する。

容易に判断できるように、これらの研究は、物理学や民生経済において大いに有益であり、また、火力の利用や分配が必須であるもろもろの技術の進歩に多大な影響を及ぼすことになる。これらの研究は、その上、世界の成り立ちについて関わりがあるのは必然であって、地球の表面近くでの大規模現象の考察により、この関連は知られるのである。

実際、太陽光線は絶え間なくこの惑星に降り注ぎ、陸海空を通り抜けている。光線は分かれ、向きをあらゆる方向に変え、そして、地球という塊に突入している。この加わってくる熱は、地表の各点で失われ天空に拡散してしまう熱と釣合っているからこそ、地球の平均温度がどんどんと高まっていくということがないのである。

いづこの土地も、太陽熱の働きにすっぽりと包まれて、長大な時間を経て、それぞれの位置に固有の温度に達した。この効果には、標高や地

形，周辺，陸や水の面積，表面の状態，風の向きなどの副次的な原因が関与している．

日夜の入れ替わり，季節の交替は，陸地に日々そして年々改まる周期変動を起こす；しかし，この変化は，位置が地表から離れば離れるほど，感じにくくなるものである．ほぼ3メートルの深度では一日の変動を感知することはできない．通年変動は深度60メートルよりもはるかに浅いところで知覚できなくなる．深い場所での温度は，したがって，そこでは一定として感知されるが，経度に沿って同じではなく，赤道に近づくにつれて上昇する．

熱は，太陽から地球に齎され，多様な気候を産み出したが，今では一様な運動に従っている．熱は地中を貫通し，前進し，同時に，赤道面からは遠ざかり，極地帯から宇宙空間へ失われていく．

大気圏において，高度の高い地帯では，大気は希薄で清明であり太陽光線の熱をほんわずかしか蓄えない．これが高地での極端な寒冷の主な理由である．低部の地層は，高密度であり陸地や海洋により温暖化されて，膨張するが，また，膨張の結果として冷却する．大気の大きな運動，例えば，熱帯地方に吹く貿易風などは，月や太陽の引力によって決定されてはいない．これらの天体の作用は，希薄かつ遠距離のこのような流体には無視できる程度の振動しか生じさせないのであり，まさに温度変化が大気のあらゆる部分を周期的に入れ替えているのである．

大海の水は大洋ごと異なって海面が太陽光線にさらされ，また，大洋の海底も，極地から赤道まで，はなはだ不均一に熱せられている．これら二つの原因は，いつでも存在しているが，さらに，重力と遠心力も加わって，海の内部に巨大な運動を起こす．つまり，海の内部のあらゆる部分を移動させ混ぜ合わせ，航海者が観測した規則的かつ広範囲な海流を産みだす．

すべての物体の表面から漏れ出し，弾性体媒質か空気からなる空虚な空間を伝わる放射熱は特殊な法則があり，極めて多様な現象に関与している．これらの事実のいくつかについては，すでに物理的な説明が知られている．私が定式化した数学的理論はそれを精確にするものである．それは第二の反射光学とも言うべきもので，特有の定理から成り，熱の直射，反射の効果の計算による決定に役立つ．

フーリエは，原初⁷の地球は高温であったと考えていたようであり，以後の地球の主要な熱源を太陽光起源としている．そして，原初から長大な時間を経ているために，現在の熱収支は基本的に安定していると考えているわけ

⁷つまり、「理性神」による天地創造時「理性神」は以後の経過には干渉はしないとされた．

ある。今日の太陽系惑星科学の知見と細部において異なる点があることは不思議ではないが、二百年余りにすでにこれだけのことを言っていたのかと思うと、感動的である。

1.3 フーリエの問題

熱理論の主な対象を以上のように数え挙げた上で、フーリエは扱うべき問いを述べる。

理論の主要な対象を以上に挙げたが、これから、わたくしが設定した問題の本質は十分に明らかになる。それぞれの物質のうちに観察しなければならぬ要素的な性質は何か、そして、どんな実験がこれらを正確に決定するために最適なのか。固体材料の内部の熱分布を支配する恒常的な法則があるのなら、その数学的な表現はどのようなものなのか。また、どのような解析によって、主要な設問の完璧な解をこの表現から導き出すことができるのか。

上で述べられた問いは一般の熱現象の解析に関わるものである。さらに、地球上の熱収支について具体的な問題を挙げている。

なぜ地温は、地球半径に比べて、こんなに浅いところで変動しなくなるのか？この惑星の運動の不均等により地表下に太陽熱の振動が起きるわけであるが、この周期の長さで地温が一定になる深さの間にはどんな関係が成り立つのだろうか。

各地域が今日のような多様な気候になって、しかも、維持されるようになるには、どのくらいの時間が経ったのか。そして、今となって、平均温度を変動させている原因は何になるのか。なぜ、太陽から地球までの距離の年次的な変化だけではこの惑星の表面の重要な温度変化が起きないのか。

どのような徴候から地球が原初の熱を完全に失ってはいないことが認識できるのか；消失減衰の正確な法則とはどのようなものか。

ただし、フーリエの関心は必ずしも地球上に限られていたわけでもないようである。

この根源的な熱が、多数の観測から示されるように、完全には発散していないとすれば、大深度においては巨大なものであり得ながら、しかし、今日では各地の平均気温に目だった影響を及ぼすことはない。我々がそこで観測する効果は太陽光線の作用によるものである。しかし、これら二つの熱源、一方は、根源的かつ原始的であって、地球固有のも

の、他方は太陽の存在に基づくものであるが、他にもっと普遍的な原因があって、太陽系が今占めている天空の温度を決定してはいないだろうか。観測事実によってこの原因は必須とされるが、この全く新たな疑問において、精密理論の結論はどのようなだろうか。どうしたら、この空間の温度の定数値を決定し、それから各惑星の温度の定数値を導き出せるだろうか。

これらの疑問に放射熱の性質に依存するものを加えなければならない。冷却、つまり、最小の熱の反射の物理的な原因については非常にはっきりと知られているが、この効果は数学的にどう表現されるだろうか。

大気温度は、大気温を測る熱量計が、金属面または艶消し面で太陽光線を直ちに受け取る場合、あるいは、雲ひとつない夜空の下でまる一晚地球からの放射熱及びもっとも遠方のもっとも冷たい大気部分の放射熱にさらされる場合に、どのような一般原則に従うべきなのだろうか。

熱せられた物体の表面の一点から放射される熱線の強さは温度勾配で変わり、それは実験によって示唆される法則に従っているが、この法則と熱平衡の一般的な事実との間に必然的な数学的な関係があるのではないか；そして、この強度の変動の物理的な原因は何か。

フーリエは、以上の問題の扱いで有効な微分方程式の形での表現が錯綜した状況にも適用できるかの検討も行おうとしている。

最後に、熱が流体に浸透し、温度と分子密度の絶え間ない変化によって内部の運動を定めるときに、なお、微分方程式によって、このような複雑した結果の法則を表すことができるだろうか。そして、水力学の一般方程式にどんな変更が従うのか。

そして、この仕事の重要さの再確認である。ところが、フーリエの母国フランスでなかなか評価されなかったそうであるが、実に不思議ではある。

これらが、わたくしが解決した主な疑問であり、また、以前は少しの計算にも及んでいなかったものである。さらに、数学的理論には民生での利用や工業技術と複層的な関連があることを考えると、その応用の多くの広大さに気付くだろう。この理論が一連の相異なる現象の系列を含んでいることは明らかであり、自然の科学の重要な部分を見過ごそうというのでない限り、この理論の研究の省略はできないだろう。

1.4 どう解決したのか – 数学解析の重要さ

フーリエは、以上の問題について、微分方程式の形での表現と、さらに、方程式の一般的な解法の提案によって、解決されたことを述べる。熱に関する

わずかな数の原理から、数学的法則、つまり、方程式が導かれ、さらに、地球環境における熱収支も、適切なモデル化により、これらの方程式が適用できる形で扱えるのである。

この理論の諸原理は、有理力学のものと同様に、ほんのわずかな数の始原的な事実から導かれる。ただし、これらの事実は、その原因についての考察には立入らないが、広く観測された結果として、また、あらゆる実験において検証されたものとして、数学者が認めるものである。

上では、まず、フーリエは熱現象そのものの原因について考察しているのではなく、観測された結果を少数の原理に帰着させて数学的記述をするということを強調しているわけである⁸。

熱の伝播の微分方程式は、もっとも一般的な条件を表し、そして、物理的問題を純粹解析の問題に帰着させる。これがまさしく理論の目的である。これら方程式は平衡や運動の方程式と変わらない厳密さで示される。この比較が見やすいように、証明は平衡や運動の力学の基礎を作り上げた定理のものと類似になるものを優先した。これらの方程式は、異なる形をとるものの、半透明物体における発光熱の分布や流体内部の温度や密度の変動が引き起こす運動を表現する場合にも成り立つ。これら方程式に含まれる係数は、まだ正確には測定されていない変動に従うが、われわれにとって最重要な考察対象の自然な疑問においては、温度の限界値の差異はほとんどなく、われわれは係数の変動を省略できる。

熱の運動の方程式は、音響物体の振動や、あるいは、液体の最終的な揺動を表すものと同じく、もっとも近年発見され、完成のための余地の大いにある微積分学の一分枝に属する。これらの微分方程式を確立した暁には、積分が求められるべきである。つまり、一般解から所与の条件をすべて満足する特有の解に移行するということである。この困難な研究には特別な解析を要し、それは新たな定理群に基づかなければならないのであるが、その目的は今ここで説明できない。これらに基づく方法により解に一切の曖昧さも不定さも残らない。最終的な数値的な応用にまで導くものである。この方法は、あらゆる研究で必要なものであって、これなしには無益な変換に到達するだけになろう。

これら、われわれに熱の運動方程式の積分を知らしめた同じ定理群は、長年解が望まれていた、力学の一般解析の問いに対し直ちに応用される。

フーリエは、改めて、数学解析と自然哲学との深い関わりについての信念を吐露している。

⁸山本義隆氏が注意しているニュートンの重力に関する言明と似ている ([9], 1, p.118)

自然についての深い研究が数学的発見のもっとも豊穡な源泉である。この研究は、探求に明確な目標を探求に与える一方で、曖昧な設問や出口のない計算の排除という長所があるだけでなく、数学解析そのものを構築し、さらに、そこから、われわれが何にもまして知るべき諸要素を発見するための確実な手段である。これら基本的な諸要素は、すべての自然現象のうちに再現されるものに他ならないのであり、このことはこれからも保持すべき知識なのである。

例えば、数学者が抽象的な性質を考察し、この意味で一般解析に属していた同一の表現式が、大気中の光の運動と同じく固体材質中の熱の消散を表し、また、確率論のあらゆる主要な問いに現われることがわかる。

解析的な方程式は、古代の幾何学者には未知であって、デカルトが最初に曲線や曲面の研究において導入したものであるが、図形の性質や有理力学の対象物の性質に対してだけに限られるものではない。これらは、すべての一般現象に対しても拡大されるものであり、この他に、より普遍的で、より簡明で、過誤や曖昧さからもより縁遠いような、つまり、自然界の存在の不変な関係を解き明かすのに、よりふさわしい言語はあり得ないのである。

数学解析には、このいう観点から考察すると、自然そのものと同様の広がりがあり、あらゆる感知可能な関係の定義を与え、時間、空間、力、温度を測るものである。この難解な科学はゆっくりと形成されてきたが、一旦獲得した原理はすべて保持しながら、人間精神の多大な変遷と過誤の只中で、留まることなく、増大し、堅固になってきたのである。

フーリエは、数学解析が人間の能力の不備を補う上で有用であり本質的であることを強調する。

その主要な特徴は明晰さであり、混乱した想念を表す記号はどこにもない。もっとも多様な現象に接近し、これらを統一する秘密の類比の覆いを剥く。材料が空気や光のように極端な希薄さゆえにわれわれにはつかまえられない場合でも、物体が、広大な空間の内、われわれから遠方にある場合でも、天空での何世紀も遠く離れて引き続く現象について知りたい場合でも、地球内部の到底近づきようのない大深度において重力と熱が働く場合でも、数学解析はなおこれらの法則を捕捉することができる。数学解析は、これらの現象を眼前に現わし測れるものにするのであるが、人生の短さと感覚の不完全さを補う人間の理性の能力のように思われる。注目すべきことは、数学解析は、あらゆる現象の研究で同じ道筋をたどり、同一の言語で解釈する。まさに、宇宙の構図の統一性と単純性を検証し、自然界のすべての原因を支配するこの不変な秩序を一層鮮明にしているのである。

熱理論の問いは自然界の一般法則から生ずる簡明で恒常的な構造からの多数の実例である。そして、われわれがこれらの現象における秩序を感じ取れたならば、音楽の感動と似た印象を受けることになるであろう。

物体の形状は無限に多様であり、それらを貫通する熱の分布は恣意的で乱雑でもあり得るが、あらゆる不均等は急速に薄まり、時間の経過と共に消えてしまう。現象の進行は、より規則的になり、より単純になって、ついに、あらゆる場合に同一であって、初期の配置の痕跡をもはや留めない、決まった法則に従うようになる。

すべての観測からこれらの結果は確認されており、これらから導かれる解析により、次の三点が、分離され、明白に説明される： 1° 一般条件、すなわち、熱の本来の性質に基づくもの、2° 形状あるいは表面状態の偶発的だが持続的な効果、3° 初期分布の非継続的な効果。

1.5 「熱の解析的理論」の記述の姿勢について

序章では、この後さらに、著者が冗長にも見える丁寧な記述を行なうという選択をしたことの釈明がある。

われわれは本著作において熱理論のすべての原理を提示し、すべての基本的な疑問を解決した。これらの叙述をより簡潔な形に行なって、単純な問いを省略し、もっとも一般的な結果を最初に示すこともできたであろう。しかし、理論の根源そのものを示し、その徐々の進歩を見せたかったのである。この知識が獲得され、諸原理が完全に確定されたときには、われわれが他で行ったように、もっとも拡張された解析的な方法を直ちに用いるのが望ましい。それは、また、本著作と並行する、いわば、補完的な報文⁹において今後行おうとすることであり、また、そこでは、われわれ次第とは言ふものの、解析の応用に適した精確さによって、諸原理の展開を補充する予定である。

それらの報告文が目的とするのは、放射熱の理論、地球の熱の問題、居住区の温度の問題、理論的結果と種々の実験による観察結果との比較、そして、流体内の熱運動の方程式の提示である。

節を改めて、最終的な出版（1822年）に至るまでの経緯や1808年以降の公表済みの内容、さらに、続編の予定や、関連する他の人たちの研究への言及が続く。特に、博物学者アレクサンダー・フォン・フンボルトの地球上さまざまな土地での気候観察報告への言及がなされている¹⁰。

序章最後の節で、次のように言う。

⁹実際には出版されなかった。

¹⁰フンボルトの旅行記はチャールズ・ダーウィンの南米旅行の動機づけになった。

この著作で説明した新しい理論は、これ以降、数理科学に集約され、恒常的な基盤の上に鎮座する。今日得られている要素は保存され、なお、新たな拡大が続いて行くだらう。器具は改善され、実験も重ねられて行くだらう。われわれが構築した解析は、より一般の方法、つまり、より簡明で、より豊穡で、多くの種類の現象に共通のものから、導かれることになるだらう。固体や流体に対し、また、蒸気や永久気体¹¹に対し、熱に関する特記すべき性質及びそれらを表す諸係数の変動を決定するだらう。地球上のさまざまな場所において、さまざまな深度の地温や、大気、大海、あるいは湖沼における太陽熱の強度や効果、定常か変動か、を観測するだらう。そして、惑星域に固有の天空の温度を知ることになるだらう。理論自身がこれらの計測を導き、精確な数値をもたらすだらう。これからは、このような実験の上でなければ、大きな進歩はなし得ないであろう。なぜなら、数学解析は、一般的かつ単純な現象から自然法則の表現を導き出すことはできるが、これらの法則を非常に入り組んだ結果に対し種別に応用するためには正確な観測を長く続けるということが欠かせないからである。

参考文献

- [1] Dhombres, Jean & Jean-Bernard Robert: *Fourier*. Belin, 1998.
- [2] Fourier, Jean Baptiste Joseph: *Théorie Analytic de la Chaleur*. Cambridge Library Collection. Cambridge University Press, 2009.
- [3] Fourier, Jean Baptiste Joseph: *The Analytical Theory of Heat*. Cambridge Library Collection. Cambridge University Press, 2009.
- [4] フーリエ：熱の解析的理論．朝倉書店（準備中）（西村重人：訳）
- [5] フーリエ：熱の解析的理論．大学教育出版．2005（竹下貞雄：訳）
- [6] Kahane, Jean-Pierre & Pierre-Gilles Lemarié-Rieusset. *Fourier Series and Wavelets*. Gordon and Breach Publishers, 1995.
- [7] 村田全：日本の数学 西洋の数学．ちくま学芸文庫．2008．
- [8] 足立他編：リーマン論文集（足立恒雄・杉浦光夫・長岡亮介：編訳）朝倉書店．2004．
- [9] 山本義隆：熱学思想の史的展開，1，2，3．ちくま学芸文庫．2008 - 2009．

¹¹液化する点から十分に遠い状態にある気体をさす。理想気体は永久気体の極限と考えられている（山本 [9], 3, p.49 参照）。