

野球の変化球についての 私的検討

2017(平成29)年12月08日

菅原 政治郎

1. 背景

サッカー、ラグビー、大相撲、野球等、色々のスポーツがテレビで放映されていますが、その中で国民にとって野球は特に親しみやすいスポーツではないでしょうか。私の子供の頃は勉強そっちのけで野球を遣っていたことを思い出します。

さて、野球のテレビ中継を見ていて満塁でクリーンヒットが出れば勝ち越しとなる場面で、打者が空振り三振した時に、「どうして打てないのだろう」と悔しがった経験は有りませんか。

野球は、予想以上に投手と打者との熾烈な駆け引きゲームなのです。投手は、直球、カーブ、シュート、ホップボール等の様々な球種を組み合わせ、空振り三振を取りたいと思い、一方打者は投手の球種を予想し、クリーンヒットかホームランを打とうとします。

そこで、本資料では、投手が投げる球種がどのような挙動をするのかを、投球速度、ボールの回転速度、回転軸方向等を運動方程式に代入し、球筋を解明しようとしてきました。このような科学的メスを入れることにより、より打撃向上に資するのではないかと思います。

2. 理論的展開

2.1 計算体系の説明

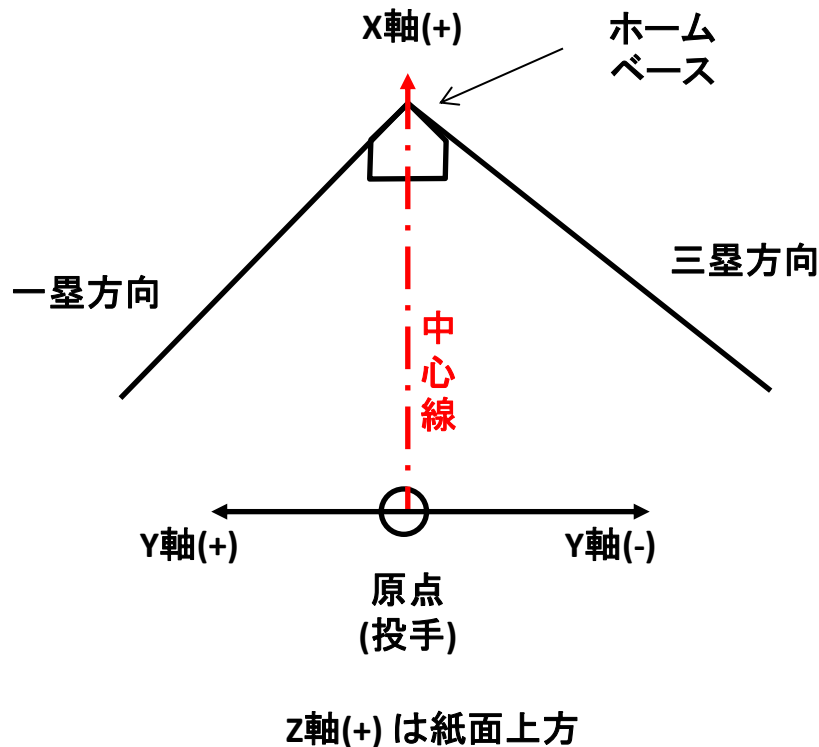


図 2.1 原点等のイメージ

(本資料で言う中心線とは、投手板の中央とホームベースの先端を結ぶ仮想線を指します。)

- (1) ボールに作用する運動方程式を記述するため、原点をホームベースよりの投手板端の中央点とします。
 - (2) 投手からホームベースを望む方向をX軸の+(プラス)方向とします。
 - (3) 投手から右手(三塁方向)をY軸の-(マイナス)、左手(一塁方向)をY軸の+(プラス)方向とします。
 - (4) Z軸の+(プラス)方向を、紙面上方とします。
- これ等を図示化したのが、図2.1です。

(注意:これらの座標は、運動方程式を解くための座標で、解析結果を分かり易く図示化するために、3章では座標軸を変更していますので、注意してください。)

2.2 運動方程式の導入

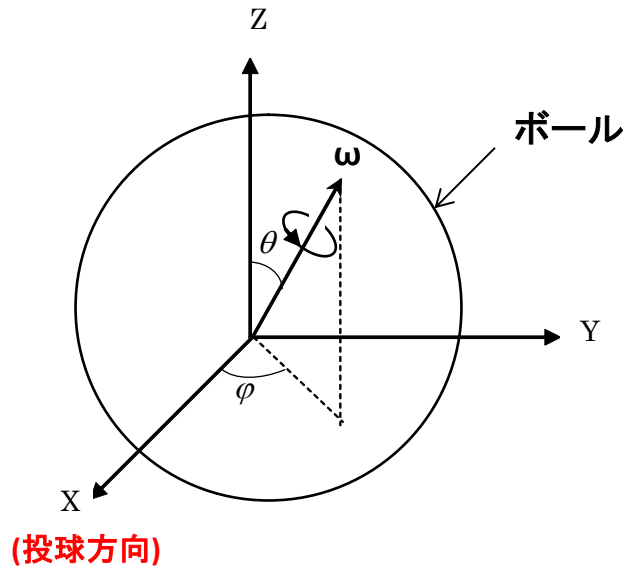


図 2.2 ボールの角速度 ω のイメージ

2.2.1 ボールの角速度

(1)本資料では、変化球について検討するため、ボールの回転(角速度 ω)について、図2.2の様に極座標形式で設定しました。即ち、

- ・ボールの回転軸の傾きを θ 、X-Y平面への投影角を φ とし、回転速度を S とします(但し、右ネジ回りの回転を+(プラス)、左ネジ回りの回転を-(マイナス)とします)。
- ・上記より、以下の式が得られます。

$$\omega = 2\pi S \quad \dots (2.1)$$

ここに、 ω :ボールの角速度のベクトル (rad/s)

S :ボールの回転速度 (回転/s)

(S について、右ネジ回りを+(プラス)、左ネジ回りを-(マイナス)とします)

角速度 ω のベクトル成分をデカルト座標(直角座標)で表すと、以下の式が得られます。

$$\omega_x = \omega \sin \theta \cos \varphi,$$

$$\omega_y = \omega \sin \theta \sin \varphi, \quad \dots (2.2)$$

$$\omega_z = \omega \cos \theta$$

2.2.2 ボールに作用する力

ボールには、進行方向と逆向きの抗力 F_d 、角速度ベクトルと進行方向の両方に直行する方向の揚力 F_l 、鉛直方向の重力 F_g が作用します。ボールの質量を m 、速度ベクトルを $\mathbf{v}$ とすると、運動方程式は、以下となります。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_g \quad \dots (2.3)$$

①抗力 F_d (ベクトル)は、砲弾の軌跡や事故飛行機で検討した様に、以下の式で与えられます。

$$\mathbf{F}_d = -\frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}|^2 A \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} C_d = -\frac{1}{2} \rho A C_d |\mathbf{v}| \mathbf{v} \quad \dots (2.4)$$

ここに、 ρ : 空気の密度 (kg/m^3)、 C_d : ボールの抵抗係数
 $\mathbf{v}$: ボールの速度ベクトル (m/s)、 A : ボールの断面積(m^2)

②揚力 F_l (ベクトル)は、ボールの半径を R_b 、ボールと空気間の力の伝達に関する補正係数を kk すると、以下で与えられます。

$$\mathbf{F}_l = 4\pi\rho R_b^3 kk \cdot \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \quad \dots (2.5)$$

ここに、 $\times$: 角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ とボールの速度ベクトル $\mathbf{v}$ との外積を表し、両方に直行する方向の揚力(変化球)を与えます。
 kk : ボールと空気間の力の伝達に関する補正係数

2.2.2 ボールに作用する力 (続き)

式(2.5)の外積部分は、各々のデカルト座標成分を用いると、以下となります。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} \\ &= (\omega_y v_z - \omega_z v_y) \mathbf{i} + (\omega_z v_x - \omega_x v_z) \mathbf{j} + (\omega_x v_y - \omega_y v_x) \mathbf{k} \quad \dots (2.6)\end{aligned}$$

③鉛直方向の重力 F_g (ベクトル)は、以下の式で与えられます。

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g} \quad \dots (2.7)$$

ここに、 g : 重力加速度 (m/s^2)

2.2.2 ボールに作用する力 (続き)

以上より、式(2.3)の運動方程式は、デカルト座標成分を用いると、以下となります。

$$\begin{aligned}m \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{1}{2} \rho A C_d |\mathbf{v}| v_x + 4\pi \rho R_b^3 k k (\omega_y v_z - \omega_z v_y) \\m \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{1}{2} \rho A C_d |\mathbf{v}| v_y + 4\pi \rho R_b^3 k k (\omega_z v_x - \omega_x v_z) \\m \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{1}{2} \rho A C_d |\mathbf{v}| v_z + 4\pi \rho R_b^3 k k (\omega_x v_y - \omega_y v_x) - m|\mathbf{g}| \\ \text{ここに、} |\mathbf{v}| &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\end{aligned} \quad \dots (2.8)$$

2.3 ホームベース及びバッターボックス等に関する情報

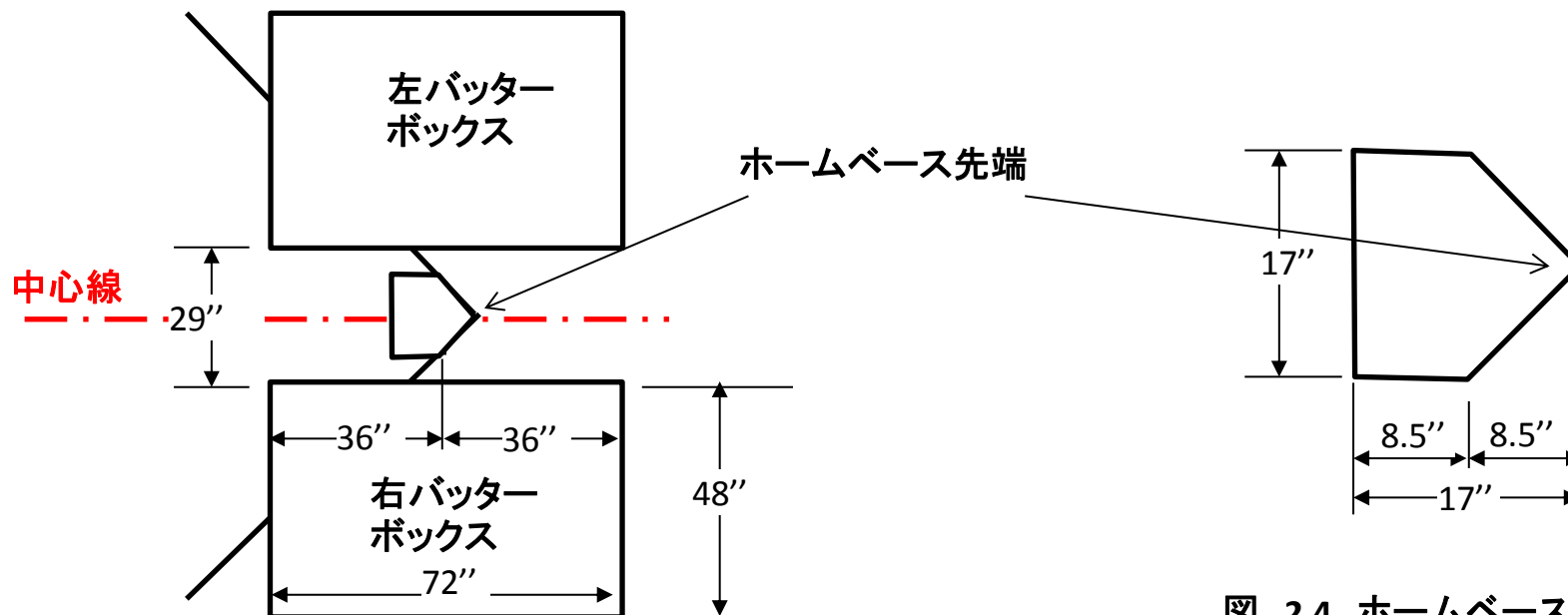


図 2.4 ホームベースのイメージ

図 2.3 ホームベース及びバッターボックスのイメージ

- | | | |
|---------------------|--------------------|-------------|
| (1) 投球板-ホームベース先端間距離 | 18.4404 m (60.5ft) | (PCIと表記します) |
| (2) 投球板高さ | 0.254 m (10 inch) | |
| (3) ホームベース幅 | 0.4318 m (17inch) | |
| (4) ホームベース長 | 0.4318 m (17inch) | |
| (5) バッターボックス幅 | 1.2192 m (48 inch) | |
| (6) バッターボックス長 | 1.8288 m (72 inch) | |
- (バッターボックス長の中央が、ホームベース長の中央と一致します)

2.4 打者の目線から見たボールの軌跡に関する情報

2.2節では、投手が投げたボールの軌跡について検討しました。野球は、投手(ピッチャー)の投げたボールを打者(バッター)が打って、点を取るゲームです。

本節では、打者の視点からボールがどのような様に見えるかを検討します。それには、打者から見える角度と、俯角を検討する必要があります。以下に図示します。
尚、時刻 t におけるボールの位置を、 $\{x(t), y(t), z(t)\}$ とします。

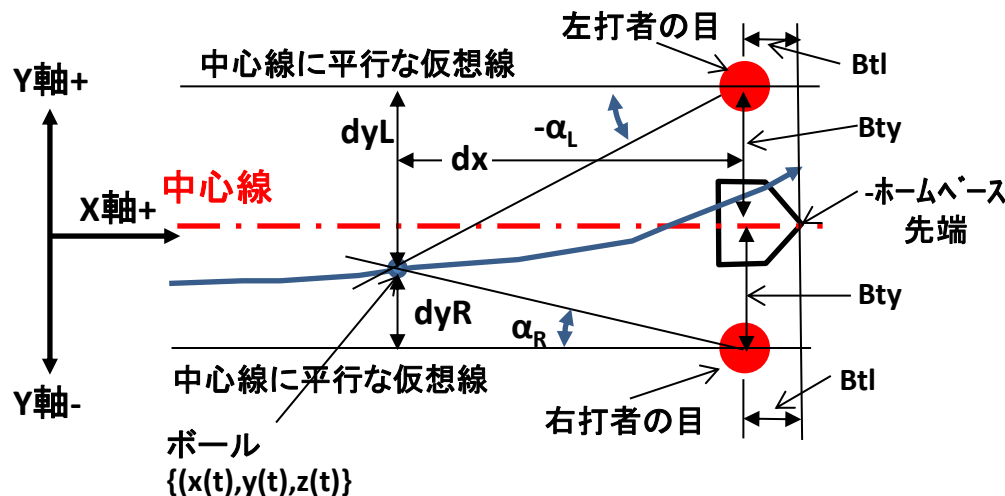


図 2.5a 打者から見たボールの角度イメージ

(注意: 仮想線より右側の角度 α は + (プラス) とします)

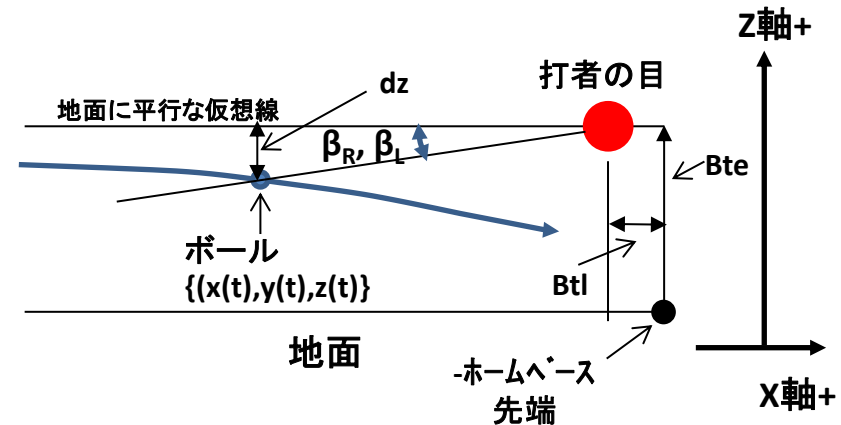


図 2.5b 打者から見たボールの俯角イメージ

(注意: 打者の目線より低い俯角 β は - (マイナス) とします)

ここに、 Btl : ホームベース先端から打者の目までの距離、
 Bte : 地面から打者の目までの距離
 dyR, dyL : 打者－ボール間 Y 方向距離

Bty : 中心線から打者の目までの距離
 dx : 打者－ボール間 X 方向距離 (= $PCI - Btl - x(t)$)
 dz : 打者－ボール間 Z 方向距離

- (1) 図2.5aは、左右の打者から見たボールの角度 α を示します。角度 α は、中心線に平行な打者の目(一つ目小僧を想定)を通過する仮想線を表し、打者から見て右側を+ (プラス)、左側の角度を- (マイナス) とします。
- (2) 図2.5bは、打者の目線から見たボールの俯角 β を示します。ここで言う俯角とは、地面に平行な打者の目(一つ目小僧を想定)を通過する仮想線とボールのなす角度を差します。打者から見て上側を+ (プラス)、下側の角度を- (マイナス) とします。

角度 α 及び俯角 β を求める場合、以下の様な仮定をします。

- (1) 打者の目線は常にボールの最短距離を追うものとします・
- (2) 打者は打撃のために体を移動しますが、計算上、移動しないものとします。
- (3) 打者の目は、左右の中央位置に一つ有るものとします(一つ目小僧)。

以上より、右バッターの角度 α_R 及び俯角 β_R は以下の様に与えられます。

$$\alpha_R = \text{ArcSin}[dy_R / Lxy_R], \quad \beta_R = \text{ArcSin}[dz_R / Lxyz_R]$$

$$\text{ここに、 } dx = PCl - Btl - x(t)$$

$$dy_R = Bty + y(t), \quad Lxy_R = \sqrt{dx^2 + dy_R^2}$$

$$dz_R = z(t) - Bte, \quad Lxyz_R = \sqrt{dz_R^2 + Lxy_R^2}$$

... (2.9)

同様に、左バッターの角度 α_L 及び俯角 β_L は以下の様に与えられます。

$$\alpha_L = \text{ArcSin}[dy_L / Lxy_L], \quad \beta_L = \text{ArcSin}[dz_L / Lxyz_L]$$

$$\text{ここに、 } dx = PCl - Btl - x(t)$$

$$dy_L = Bty - y(t), \quad Lxy_L = \sqrt{dx^2 + dy_L^2}$$

$$dz_L = z(t) - Bte, \quad Lxyz_L = \sqrt{dz_L^2 + Lxy_L^2}$$

... (2.10)

2.5 野球ルールによる定数等、計算に必要な定数

- (1) 公認ボールの質量 0.14525 kg
- (2) 公認ボールの直径 0.0739 m (半径=0.03695 m)
- (3) ストライクゾーン(ボールがノーバウンドで以下の2点を同時に満たした場合)
 - ・横: 真上から見てホームベースの一部でも通過した場合
 - ・縦: 横から見てホームベース上で打者の膝上から胸までの範囲を通過した場合

その他

- ・ 重力加速度 9.80665 m/s²
- ・ 空気密度 1.189 kg/m³
- ・ 空気抵抗係数 (cd) 0.01 (筆者の独断により設定)
- ・ ボール-空気間補正係数 (kk) 0.2 (筆者の独断により設定)

2.6 本資料で扱う球種について

インターネット情報等を基に、本資料で使用する言葉を以下の様に定義します。

- (1) 直 球: 重力以外に上下・左右に変化しないボールを言います。(計算ではボールを無回転にして扱います)
- (2) カーブ: 投手の利き腕と反対の方向で大きく曲がりながら落ちるボールを言います。例えば右投手の場合、ホームベースに向って右から左へ、左投手の場合、ホームベースに向って左から右へ変化するボールを言います。これ等のボールはZ軸に平行に回転(右投手の場合、右ネジ方向、左投手の場合、左ネジ方向)を掛けることにより得られます。**(但し、右投手が下手投げでカーブを投げた場合、シュートと同様の挙動となりますので注意が必要です。後述3.5節参照)**
ドロップボールもカーブの一種です。このボールはY軸に平行に順回転(トップスピン)を掛けることにより得られます。
- (3) シュート: 投手の利き腕方向で曲がりながら落ちるボールを言います。例えば右投手の場合、ホームベースに向って右⇒左⇒右、左投手の場合、ホームベースに向って左⇒右⇒左へ変化するボールを言います。これ等のボールはZ軸に平行に回転(右投手の場合、左ネジ方向、左投手の場合、右ネジ方向)を掛けることにより得られます。
- (4) ホップ: 重力に逆らってボールが中々落下しないボールを言います。このボールはY軸に平行に逆回転(アンダースピン)を掛けることにより得られます。

3. サンプル計算

前章にて検討したボールの軌跡の運動方程式を基に、種々の変化球について、サンプル計算をし、結果を評価してみたいと思います。

3.1 にて、右投手による直球(無回転)

3.2 にて、右投手によるカーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転)

3.3 にて、右投手によるシュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

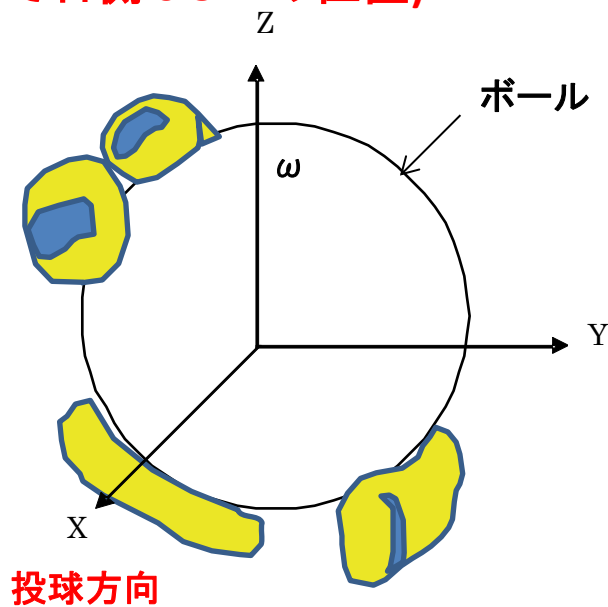
3.4 にて、右投手によるホップ(y^- 方向で右ネジ回り回転)

3.5 にて、右投手下手投げによるカーブ(z^- 方向で右ネジ回り回転)

3.1 右投手の直球(無回転)

3.1.1 入力値

(1) 投球速度	125.2 km/h	(34.777 m/s)
x-方向速度	125 km/h	
Y-方向速度	5 km/h	(ホームベースに向かって左方向へ)
Z-方向速度	5 km/h	
(2) ボール放出位置		
x-方向位置	0 m	
Y-方向位置	-0.5 m	(ホームベースに向かって右側 0.5m の位置)
Z-方向位置	1.5 m	
(3) ボールの回転		
回転軸俯角 θ	0°	
回転軸方向角 ϕ	0°	
(4) 回転速度		
x-軸回転速度	0 回転/s	
Y-軸回転速度	0 回転/s	
Z-軸回転速度	0 回転/s	(無回転)
(5) 打者		
X-位置 (ホームベースの先端から)	0.2559 m	
Y-位置 (中心線から)	0.6 m	
目線高さ	1.55 m	
ストライク高さ	0.5 m ~ 1.25 m	



3.1 右投手の直球(無回転)

3.1.2 評価結果

表 3.1.1 経過時刻とボールの位置 (直球(無回転))

時刻	0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.532
X位置	0 m	1.74	3.47	5.21	6.94	8.67	10.41	12.14	13.87	15.60	17.33	18.44
Y位置	-0.5m	-0.43	-0.36	-0.29	-0.22	-0.15	-0.08	-0.01	0.05	0.12	0.19	0.24
Z位置	1.5m	1.56	1.59	1.60	1.58	1.54	1.48	1.39	1.27	1.13	0.97	0.85

(注: 0.532秒は計算終了時刻です。)

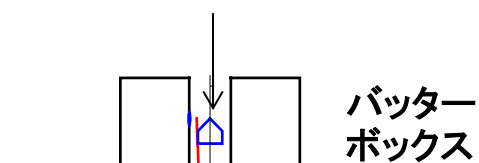
表 3.1.2 経過時刻と左右打者の目線角度 (直球(無回転))

時刻		0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
右打者	α_R	0.31 度	0.59	0.93	1.36	1.92	2.68	3.78	5.50	8.56	15.45
	β_R	-0.16度	0.02	0.15	0.21	0.16	-0.06	-0.55	-1.54	-3.63	-8.74
左打者	α_L	-3.45度	-3.58	-3.73	-3.92	-4.17	-4.51	-5.00	-5.77	-7.14	-10.29
	β_L	-0.16度	0.02	0.15	0.21	0.16	-0.06	-0.55	-1.54	-3.64	-8.92

3.1 右投手の直球(無回転) (続き)

3.1.2 結果

ホームベース



0.5秒

0.45 秒

0.4秒

0.35 秒

0.3秒

0.25 秒

0.2秒

0.15 秒

0.1 秒

0.05 秒

図3.1.1 真上から見た
ボールの軌跡

投球板

真上(X-Y平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.1.1です。

- ① 投手は時速125km/hでホームベース方向へ、時速5km/hで画面左側方向へ、上空方向へ時速5km/hで投げています。ホームベースへ到達する時間は、僅か0.53秒です(表3.1.1参照)。
- ② 空気抵抗による減速は少なく、ほぼ等間隔でボールが直進し、ホームベースを通過している事が分ります。
- ③ 右打者から見ればボールは当初、打者の左肩辺りから入り、右方向へ逃げて行く様に見えます。
- ④ 一方、左打者から見れば、当初離れていたボールが、最後には膝元に食い込んで来る様に見えます。
- ⑤ 横(Y軸)方向の変化は、表3.1.1に示す様に、0.74 mです。

3.1.2 結果 (続き)

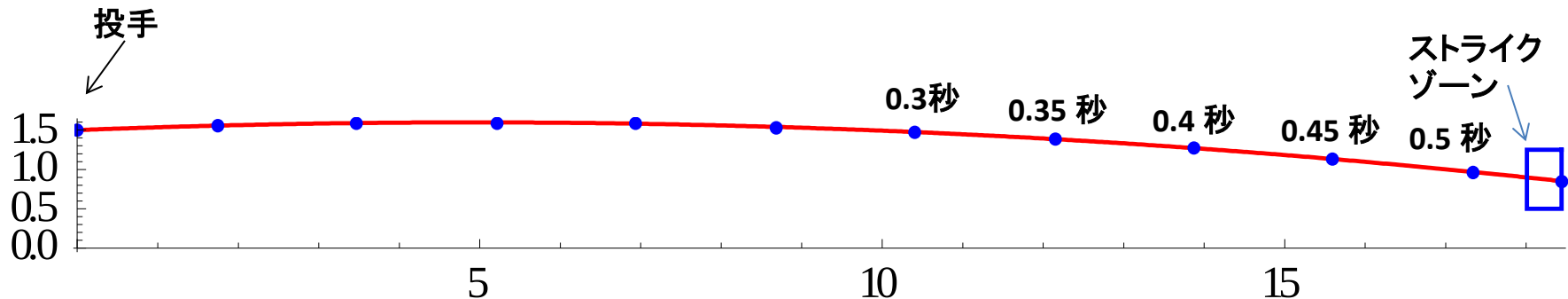


図3.1.2 真横から見たボールの軌跡

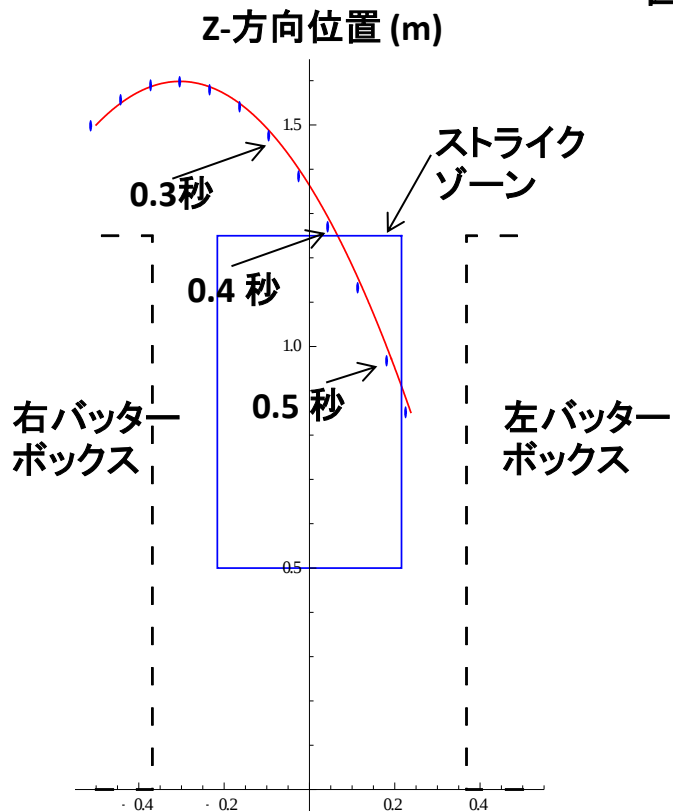


図3.1.3 球審から見たボールの軌跡
(右投手 直球(無回転))

- ①真横(X-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.1.2です。ワンバウンド投球になるのを避けるため、上空方向へ時速5km/hで投げていますが、投手としては、ホームベース方向への時速に比べて上方向の速度は僅か(1/20)であるため、上へ投げている感覚は無いものと思われます。
- ②球審側(Y-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.1.3です。Y-Z平面に投影したボールの軌跡を見ると、山形(やまなり)に見えるので、簡単にホームランを打てそうに見えますが、スピードが速いので、中々簡単には打てないのが現実です。
- ③ちなみに、図3.1.1～図3.1.3を照合すると、球審はこの投げられたボールに対して、「ストライク」を宣告することになります。

3.1.2 結果 (続き)

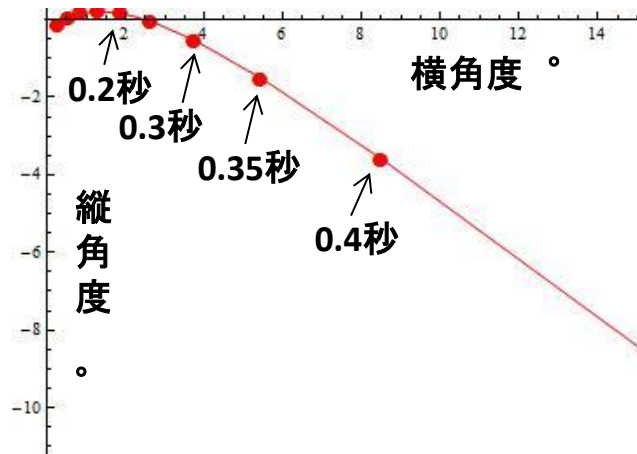


図3.1.4 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 直球(無回転))

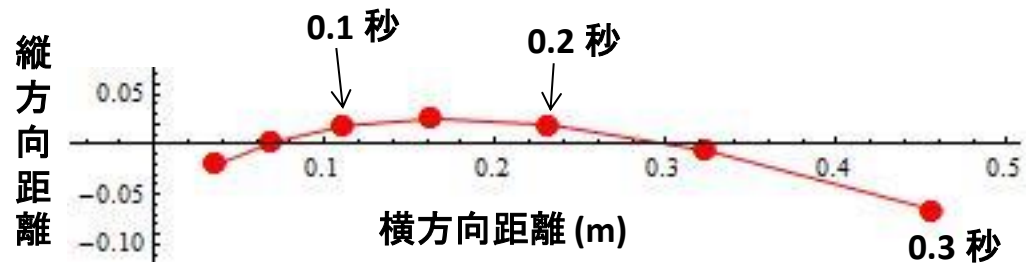


図3.1.5 右打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 直球(無回転))

- ①右打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.1.4です。打者の目線からは、0.3秒まで殆ど高低差(縦角度の変動)が無く見えます。0.3秒以降は、重力の影響により、縦角度の変動が大きくなっていきます(表3.1.2参照)。
- 一方、横方向の角度変化は、等比級数的に大きくなっていきます。今回、視野角度を15度以内として表示しましたが、実際のスピードに対応してボールの動きをはっきりと捕らえられるのは、半分の7度くらいまでではないかと思われます。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.1.5です。本図を見ると、ボールは横へ逃げて行く様に見えます。6.67mは打者がバットをスウィングしてボールを打つ動作の0.2秒間に、ボールが進む距離です。打者は0.3秒までのボールの軌跡から、ホームベースを通過するボールの位置を推測してバットを振ることになります。上記①でも説明しましたが、0.3秒以降のボールの位置は縦・横角度共に大きく変化するので、ヒットするには中々経験がものを言う世界であると思います。

3.1.2 結果 (続き)

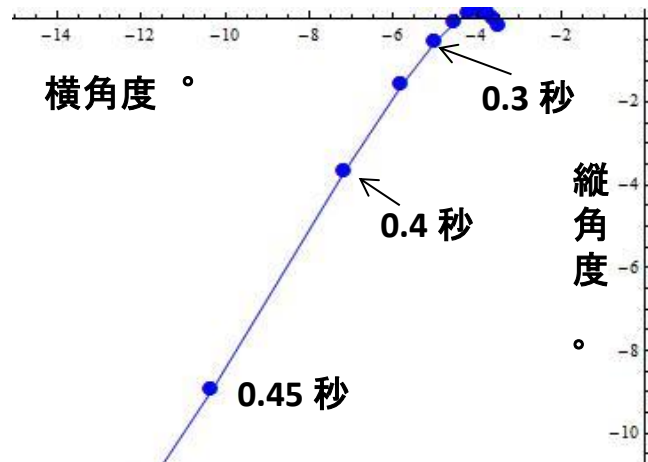


図3.1.6 左打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 直球(無回転))

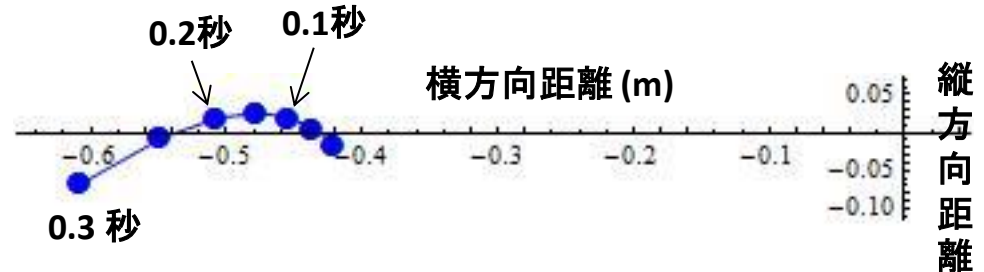


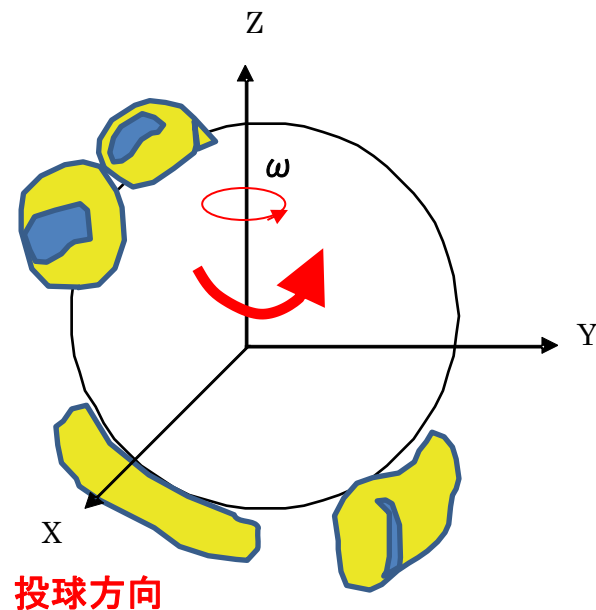
図3.1.7 左打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 直球(無回転))

- ①左打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.1.6です。角度の挙動は、右打者の場合と同様、打者の目線からは、0.3秒まで殆ど高低差(縦角度の変動)が無く見えます。0.3秒以降は、重力の影響により、縦角度の変動が大きくなっていきます(表3.1.2参照)。横方向の角度変化について、0.3秒までの挙動として特徴的なことは、右打者に比べて角度変化が少ないことです。このことは、左打者にとってより多くの注意を縦方向の角度変化に集中出来る事です。このため、右投手に対しては右打者よりも左打者が有利と言えると思います。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.1.7です。横への逃げの感覚が少ないのが分ります。

3.2 右投手のカーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転)

3.2.1 入力値

(1) 投球速度	125.1 km/h	(34.75 m/s)
x-方向速度	125 km/h	
y-方向速度	0 km/h	
z-方向速度	5 km/h	
(2) ボール放出位置		
x-方向位置	0 m	
y-方向位置	-0.5 m	
z-方向位置	1.5 m	
(3) ボールの回転		
回転軸俯角 θ	0°	
回転軸方向角 ϕ	0°	
(4) 回転速度		
x-軸回転速度	0 回転/s	
y-軸回転速度	0 回転/s	
z-軸回転速度	30 回転/s	(z^+ 方向で右ネジ回り回転)
(5) 打者		
X-位置 (ホームベースの先端から)	0.2559 m	
Y-位置 (中心線から)	0.6 m	
目線高さ	1.55 m	
ストライク高さ	0.5 m ~ 1.25 m	



3.2 右投手のカーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転)

3.2.2 評価結果

表 3.2.1 経過時刻とボールの位置 カーブ(z 軸で右ネジ回り回転)

時刻	0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.532
x位置	0 m	1.74	3.47	5.21	6.94	8.67	10.40	12.13	13.86	15.58	17.31	18.41
y位置	-0.5m	-0.49	-0.47	-0.42	-0.36	-0.29	-0.19	-0.08	0.04	0.18	0.35	0.46
z位置	1.5m	1.56	1.59	1.60	1.58	1.54	1.48	1.39	1.27	1.13	0.97	0.85

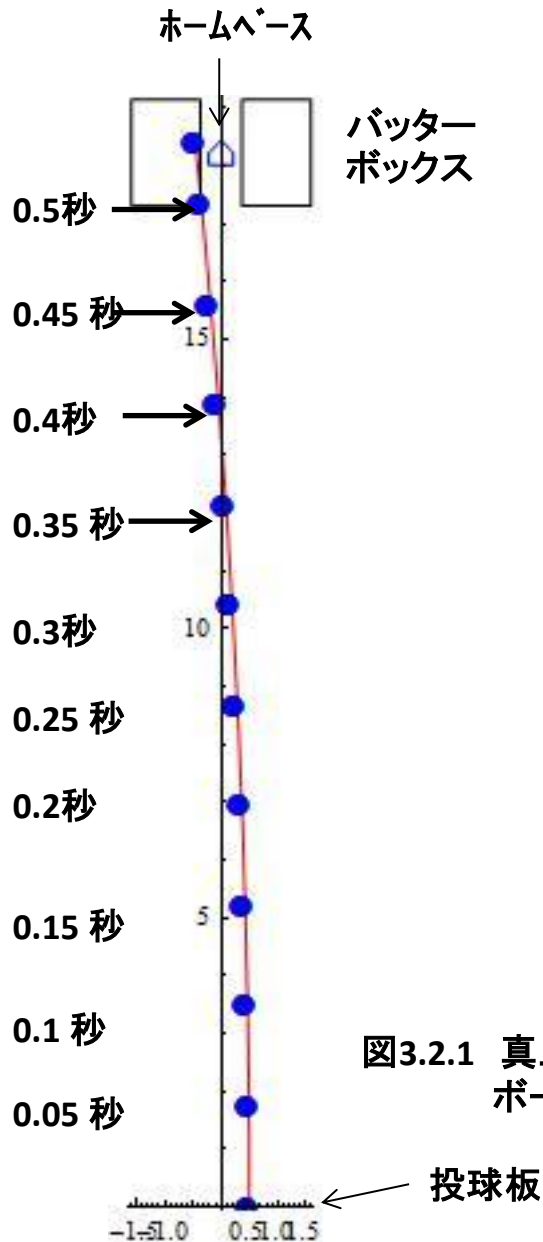
(注: 0.532秒は計算終了時刻です。)

表 3.2.2 経過時刻と左右打者の目線角度 カーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転)

時刻		0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
右打者	α_R	0.31 度	0.38	0.52	0.78	1.20	1.87	2.97	4.83	8.37	16.58
	β_R	-0.16度	0.02	0.15	0.21	0.16	-0.06	-0.55	-1.54	-3.62	-8.62
左打者	α_L	-3.45度	-3.79	-4.13	-4.50	-4.88	-5.31	-5.80	-6.41	-7.28	-8.91
	β_L	-0.16度	0.02	0.15	0.21	0.16	-0.06	-0.54	-1.54	-3.63	-8.88

3.2 右投手のカーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転)

3.2.2 結果



真上(X-Y平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.2.1です。

- ① 投手は時速125km/hでホームベース方向へ、上空方向へ時速5km/hで投げています。Y方向への成分は有りません。このことは、投手が右打者へボールを投げ当てる感じのピッチングです。ホームベースへ到達する時間は、僅か0.53秒です。
- ② ボールの右ネジ回りの回転により、ボールは常に右から左への力が作用し、最初は中心線に平行に投げ出されたボールが、約0.4秒で中心線を横切り、最終的にはホームベースを外れて、約0.46 m 左へとずれます。
- ③ 右打者から見ればボールは当初、打者に当る様に見えるため、一瞬体をベースから離すようなリアクションを取ります。しかし、ボールの回転速度が大きいと、徐々にボールは体から離れていくこととなります。これがカーブの大きな特徴で、右打者に対する右投手のカーブが有効な理由です。
- ④ 但し、ボールの握りが不十分で、回転が掛からなかった場合は、デッドボールとなる可能性が高くなります。

3.2.2 結果 (続き)

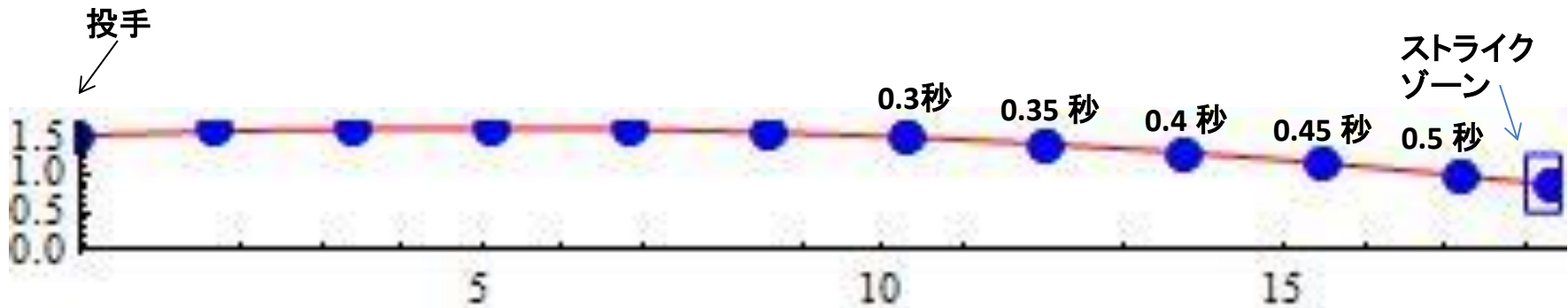


図3.2.2 真横から見たボールの軌跡

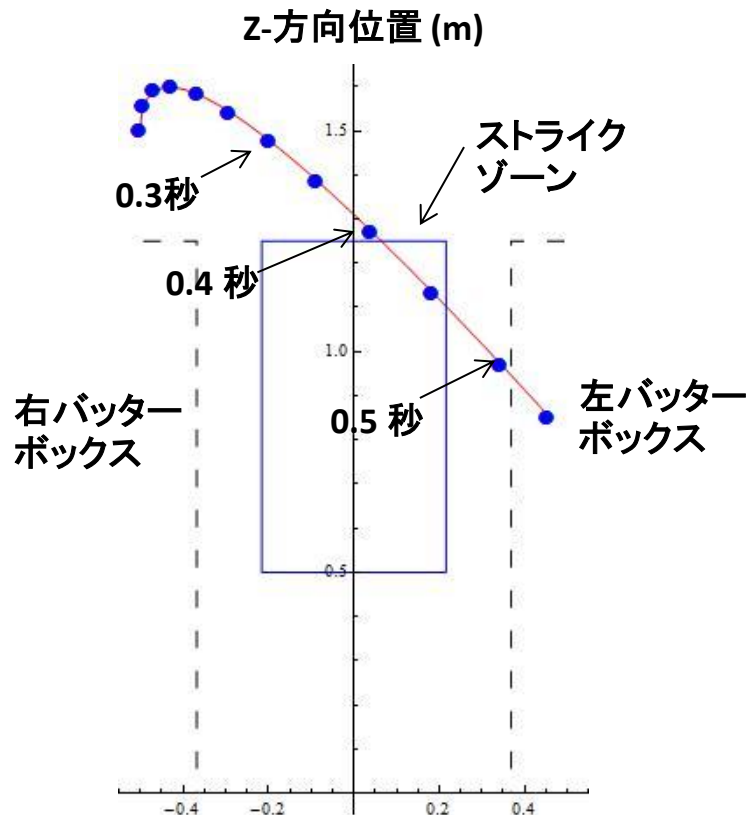


図3.2.3 球審から見たボールの軌跡
(右投手 カーブ(z^+ 方向で右ネジ回り回転))

- ①真横($X-Z$ 平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.2.2です。ボールの回転は Z 軸のみですので、 Z 方向で揚力は働かず、また抗力も小さいため、軌道は図3.1.2とほぼ同一となります。
- ②球審側($Y-Z$ 平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.2.3です。図3.1.3と異なり、最初は打者の方向で投げるので、右打者からはボールが真直ぐに飛んでくるように見えます。0.2秒以降は急激にボールが画面右下へとスライドして行きます。

$Y-Z$ 平面で見ればボールはストライクゾーンを通っていますが、 $X-Y$ 平面(図3.2.1)で見れば、ボールはストライクゾーンを外れていますので、判定はボールとなります。

3.2.2 結果 (続き)

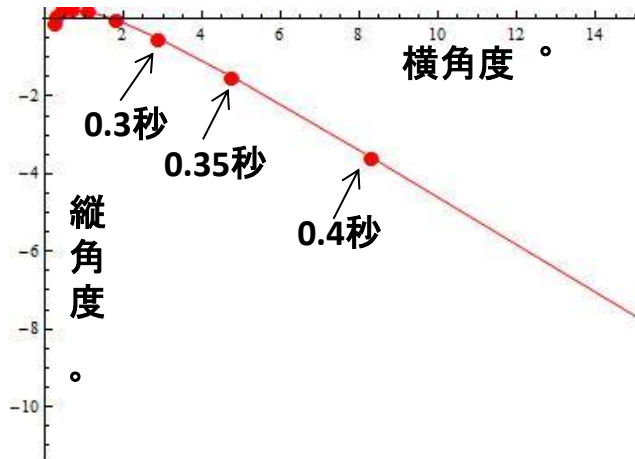


図3.2.4 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 カーブ(z+方向で右ネジ回り回転))

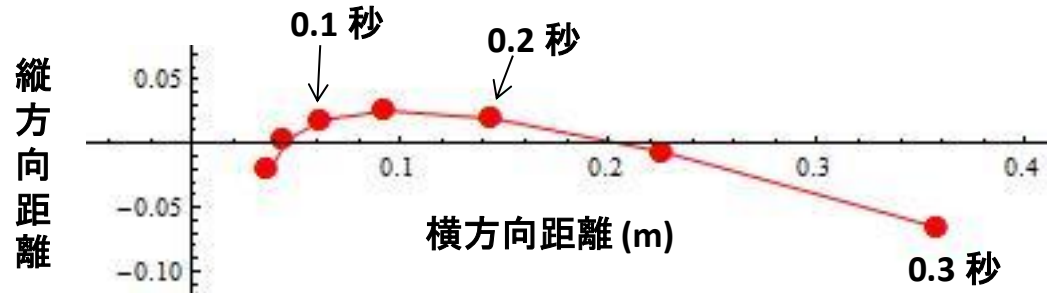


図3.2.5 右打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 カーブ(z+方向で右ネジ回り回転))

- ①右打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.2.4です。右打者から見た右投手のカーブの特徴として、0.2秒までは横方向の角度変化が小さいのですが、0.2秒以降は等比級数的に大きくなっていきます。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.2.5です。直球(図3.1.5)の場合と比べて、0.3秒での横方向は小さいです。これは前述の様にボールが打者の方向で向かってくるため、0.3秒までは横方向への変化が少ないためです。0.3秒以降、大きく画面右下へ変化していきますので、0.3秒までのイメージでボールの軌跡を推定すると、大きく外れて空振りすることとなります。

3.2.2 結果 (続き)

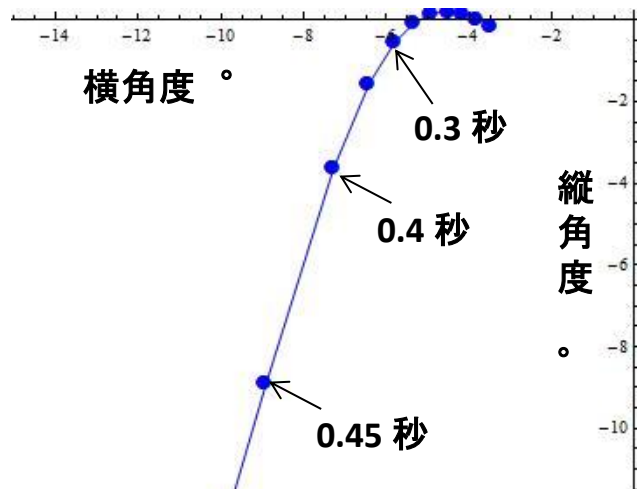


図3.2.6 左打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 カーブ(z⁺方向で右ネジ回り回転))

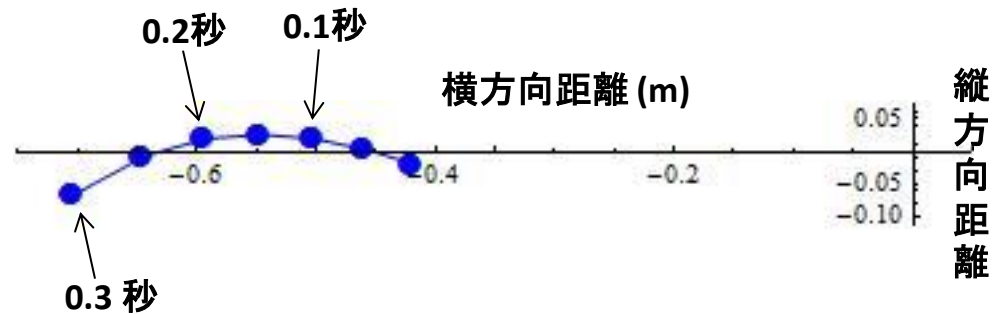


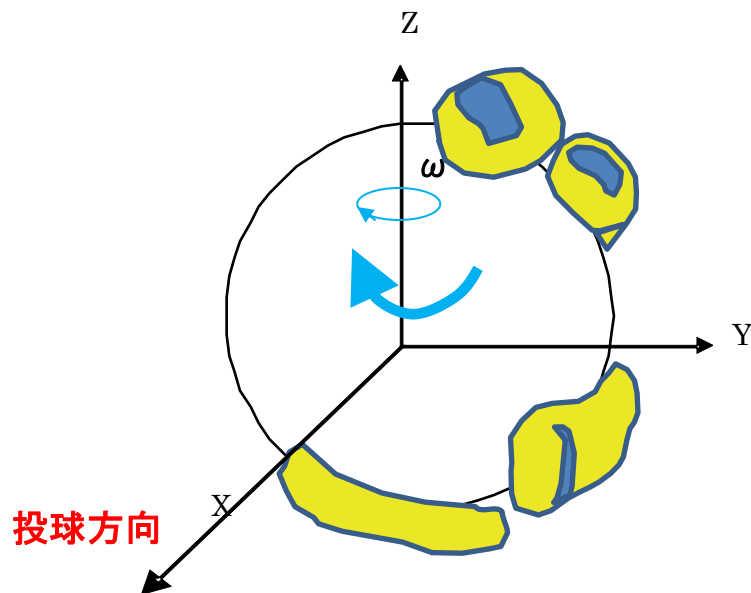
図3.2.7 左打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 カーブ(z⁺方向で右ネジ回り回転))

- ①左打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.2.6です。直球の場合に比べて特徴的なことは、0～0.3秒まではボールの軌道が膨らんで見えるため横角度の変化が大きく、0.3秒以降はボールが左打者に近寄ってくるため、横角度の変化が小さくなることです。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.2.7です。直球(図3.1.7)に比べると横への逃げの感覚が若干大きいのが分ります。但し、0.3秒間に、投げられたボールが直球かカーブで有るかを判断するのは至難な技と思います。

3.3 右投手のシュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

3.3.1 入力値

(1) 投球速度	125.72 km/h	(34.92 m/s)
x-方向速度	125 km/h	
Y-方向速度	12.5 km/h	
Z-方向速度	5 km/h	
(2) ボール放出位置		
x-方向位置	0 m	
Y-方向位置	-0.5 m	
Z-方向位置	1.5 m	
(3) ボールの回転		
回転軸俯角 θ	0°	
回転軸方向角 ϕ	0°	
(4) 回転速度		
x-軸回転速度	0 回転/s	
Y-軸回転速度	0 回転/s	
Z-軸回転速度	-35 回転/s	(z^+ 方向で左ネジ回り回転)
(5) 打者		
X-位置 (ホームベースの先端から)	0.2559 m	
Y-位置 (中心線から)	0.6 m	
目線高さ	1.55 m	
ストライク高さ	0.5 m ~ 1.25 m	



3.3 右投手のシュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

3.3.2 評価結果

表 3.3.1 経過時刻とボールの位置 シュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

時刻	0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.532
x位置	0 m	1.74	3.47	5.21	6.95	8.69	10.43	12.18	13.92	15.66	17.40	18.51
y位置	-0.5m	-0.34	-0.19	-0.07	0.04	0.12	0.18	0.23	0.25	0.26	0.24	0.22
z位置	1.5m	1.56	1.59	1.60	1.58	1.54	1.48	1.39	1.27	1.13	0.97	0.85

(注: 0.532秒は計算終了時刻です。)

表 3.3.2 経過時刻と左右打者の目線角度 シュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

時刻		0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
右打者	α_R	0.31 度	0.31	0.92	2.34	3.23	4.32	5.75	7.80	11.19	18.46
	β_R	-0.16度	-0.16	0.02	0.21	0.16	-0.06	-0.55	-1.54	-3.63	-8.77
左打者	α_L	-3.45度	-3.45	-3.25	-2.94	-2.87	-2.89	-3.06	-3.52	-4.61	-7.60
	β_L	-0.16度	-0.16	0.02	0.21	0.16	-0.06	-0.55	-1.56	-3.69	-9.16

3.3 右投手のシュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転)

3.3.2 結果

真上(X-Y平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.3.1です。

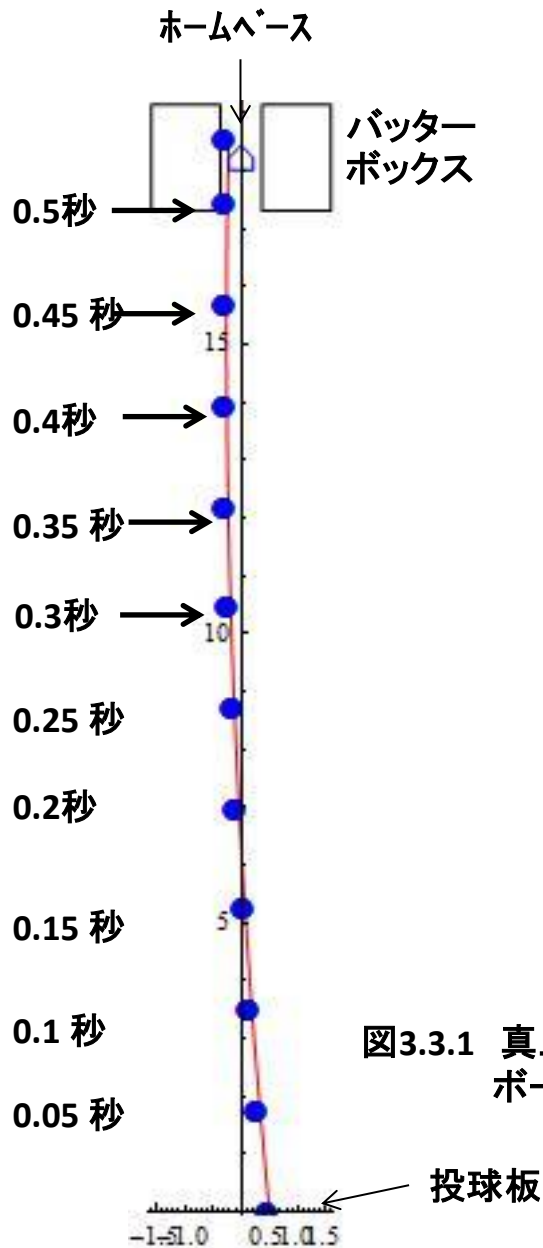


図3.3.1 真上から見た
ボールの軌跡

- ① 投手は時速125km/hでホームベース方向へ、時速12.5km/hで画面左側方向へ、上空方向へ時速5km/hで投げています。シュート回転は35回/秒ですので、投手としては高速回転ボールを投げたことになります。
- ② ボールの左ネジ回りの回転により、ボールは常に左から右への力が作用し、左側へ秒速 3.47 m/s で投げられたボールが、約0.5秒の時点でホームベースの左側ぎりぎりを通っています。
(シュート回転が無ければ、ボールは $3.47 \times 0.5 - 0.5 \div 1.24$ m だけ中心線から左の地点に到達します。ホームベースの左側位置は中心線から約0.21 mの所ですので、実に1.03 m の曲がり角がシュート回転に拠って得られたものです。)
- ③ 右打者から見ればボールは当初、右へ逃げて行く様に見えるので、ストライクゾーンには入らないように思い、ボールと勝手に判断仕舞いがちですが、シュート回転により、ストライクゾーンに入って来ます。これがシュートの醍醐味でも有ります。

3.3.2 結果 (続き)

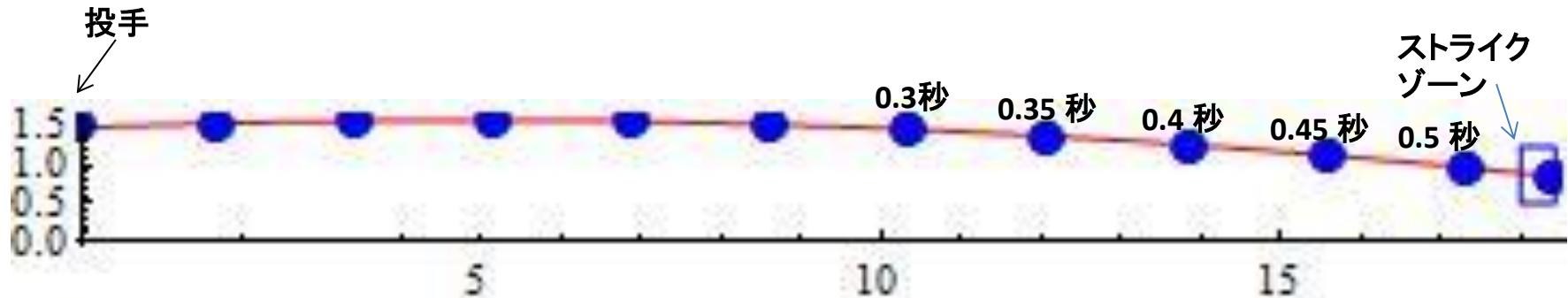


図3.3.2 真横から見たボールの軌跡

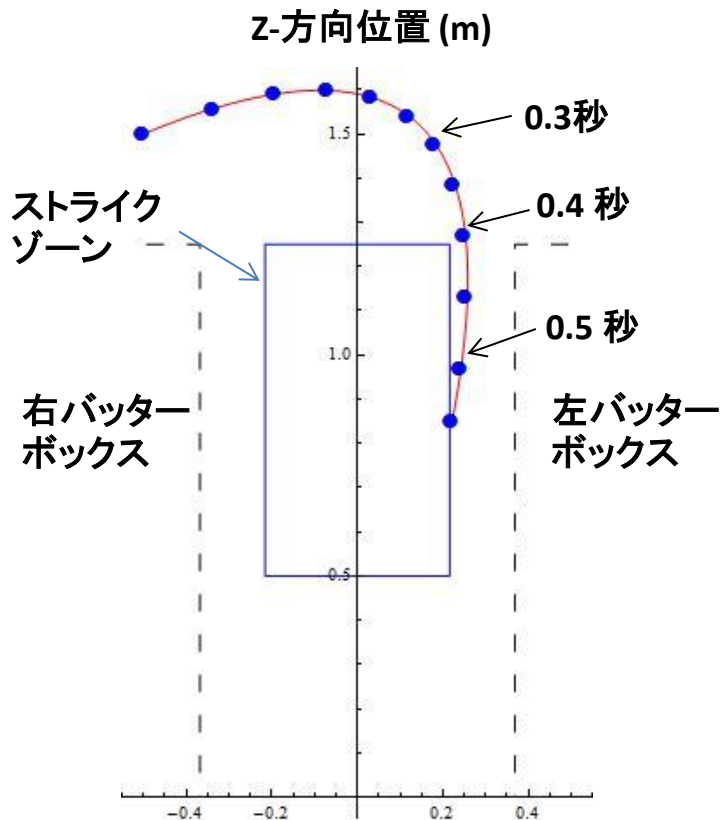


図3.3.3 球審から見たボールの軌跡
(右投手 シュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転))

- ①真横(X-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.3.2です。直球、カーブと同様の軌跡を描きます。
- ②球審側(Y-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.3.3です。カーブの時とは明らかに軌跡が違ってくるのが分ります。シュートは画面上右から回り込んでストライクゾーンに入って来ます。
- ③打者からすれば、0.3秒の時点での球筋から推測して、ボールと判断する可能性が高いです。これが投手の狙いです。

3.3.2 結果 (続き)

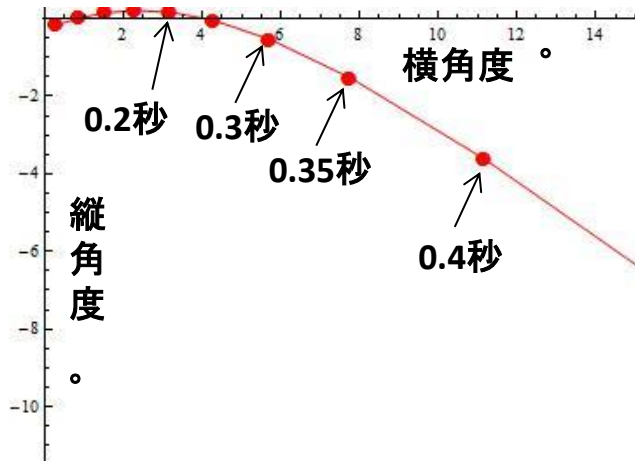


図3.3.4 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 シュート(Z^+ 方向で左ネジ回り回転))

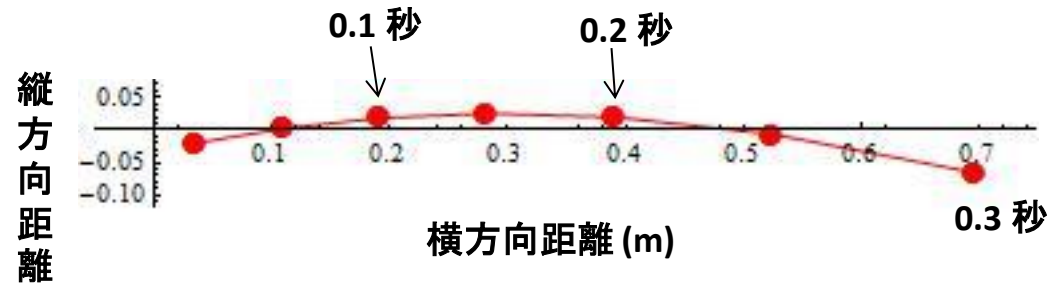


図3.3.5 右打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 シュート(Z^+ 方向で左ネジ回り回転))

- ①右打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.3.4です。シュートボールを投げるため、 Y 方向への速度成分が直球よりも大きくなるため、初期の横方向の角度変化が大きいのが分ります。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.3.5です。本図を見ると、直球の場合以上にボールは横へ逃げて行く様に見えます。このため、ストライクゾーンに入ってくることは無いだろうと思ってしまうのです。

3.3.2 結果 (続き)

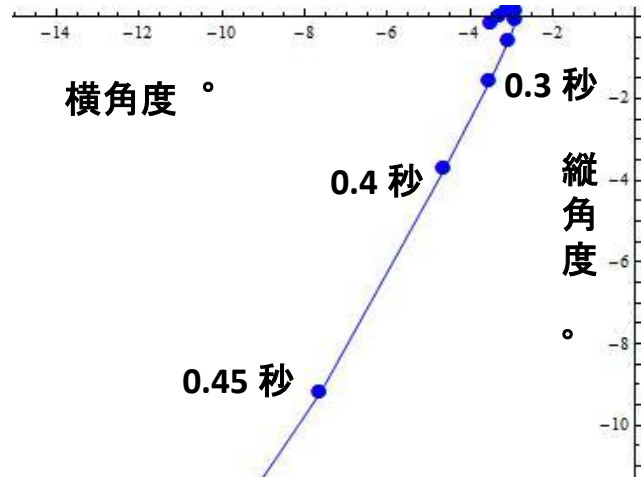


図3.3.6 左打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 シュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転))

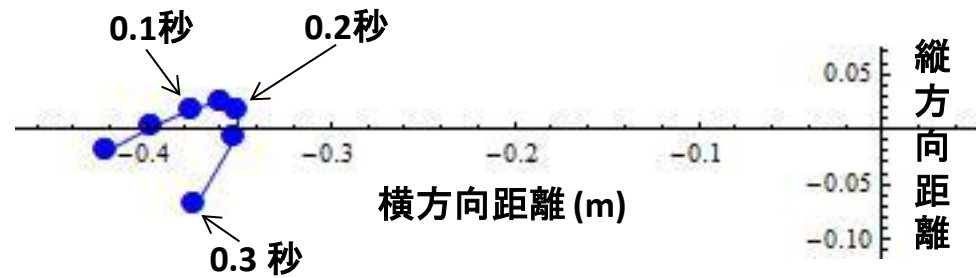


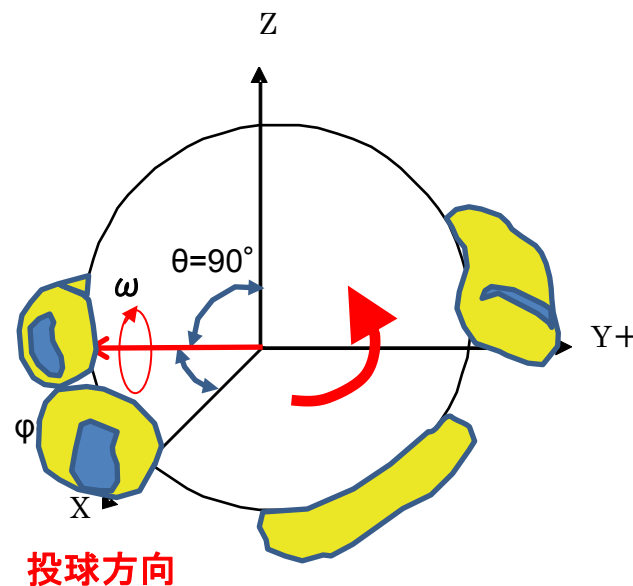
図3.3.7 左打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 シュート(z^+ 方向で左ネジ回り回転))

- ①左打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.3.6です。角度の挙動は、カーブの時とは明らかに違って、右回りに巻き込んでくることが分ります。動態視力の良い左打者は球筋を見て、カーブとシュートの違いを見分けられるかもしれません。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.3.7です。カーブとの違いがはっきり分ります。

3.4 右投手のホップ(Y-方向で右ネジ回り回転)

3.4.1 入力値

(1) 投球速度	125.1 km/h	(34.75 m/s)
x-方向速度	125 km/h	
Y-方向速度	5 km/h	
Z-方向速度	0 km/h	
(2) ボール放出位置		
x-方向位置	0 m	
Y-方向位置	-0.5 m	
Z-方向位置	1.5 m	
(3) ボールの回転		
回転軸俯角 θ	90°	
回転軸方向角 ϕ	-90°	
(4) 回転速度		
x-軸回転速度	0 回転/s	
Y-軸回転速度	-30 回転/s	(Y-方向で右ネジ回り回転)
Z-軸回転速度	0 回転/s	
(5) 打者		
X-位置 (ホームベースの先端から)	0.2559 m	
Y-位置 (中心線から)	0.6 m	
目線高さ	1.55 m	
ストライク高さ	0.5 m ~ 1.25 m	



3.4 右投手のホップ(Y-方向で右ネジ回り回転)

3.4.2 評価結果

表 3.4.1 経過時刻とボールの位置 ホップ(Y-方向で右ネジ回り回転)

時刻	0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.532
X位置	0 m	1.74	3.47	5.21	6.94	8.68	10.41	12.14	13.88	15.61	17.35	18.46
Y位置	-0.5m	-0.43	-0.36	-0.29	-0.22	-0.15	-0.08	-0.01	0.05	0.12	0.19	0.24
Z位置	1.5m	1.50	1.48	1.47	1.44	1.41	1.36	1.32	1.26	1.19	1.12	1.07

(注: 0.532秒は計算終了時刻です。)

表 3.4.2 経過時刻と左右打者の視線角度 ホップ(Y-方向で右ネジ回り回転)

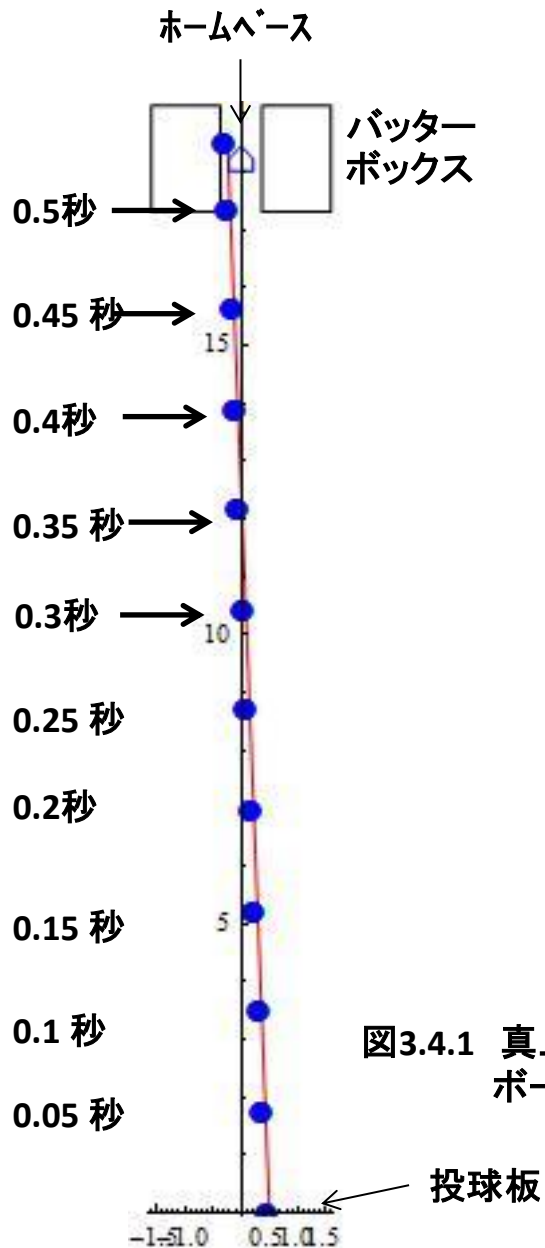
時刻		0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
右打者	α_R	0.31 度	0.59	0.93	1.36	1.92	2.68	3.78	5.50	8.57	15.50
	β_R	-0.16度	-0.19	-0.25	-0.37	-0.56	-0.86	-1.36	-2.20	-3.79	-7.47
左打者	α_L	-3.45度	-3.58	-3.73	-3.92	-4.17	-4.51	-5.00	-5.77	-7.15	-10.33
	β_L	-0.16度	-0.19	-0.25	-0.37	-0.56	-0.86	-1.36	-2.20	-3.80	-7.62

3.4 右投手のホップ(Y-方向で右ネジ回り回転)

3.4.2 結果

真上(X-Y平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図3.4.1です。

本ホップボールはY-軸を中心とする反時計方向の回転球ですので、Z軸の方向で影響し、X軸と、Y軸には殆ど変化しませんので、直球の図3.1.1と同じものとなります。



3.4.2 結果 (続き)

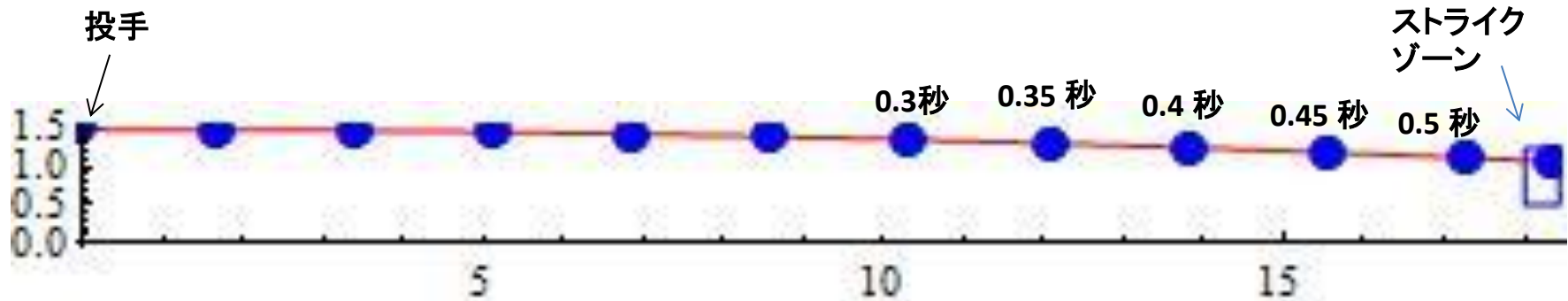
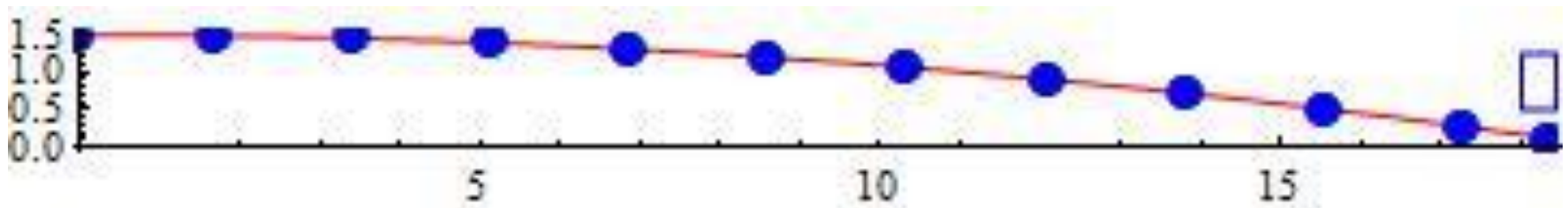


図3.4.2a 真横から見たボールの軌跡 (ホップ)



参考 図3.4.2b 真横から見たボールの軌跡 (直球)

- ①真横(X-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図 3.4.2aです。参考のために、ボールの回転以外は同一とした直球の軌跡を下段図 3.4.2bに示します。
- ②参考図では、ホームベース先端でのZ位置は、約11cmですが、図 3.4.2aのホップボールの場合は約107cmです。回転のために実に96cmもボールが浮上しているのです。このため、打者にとっては沈まないボール、或いは浮いてくるボールと見えるのかもしれません。

3.4.2 結果 (続き)

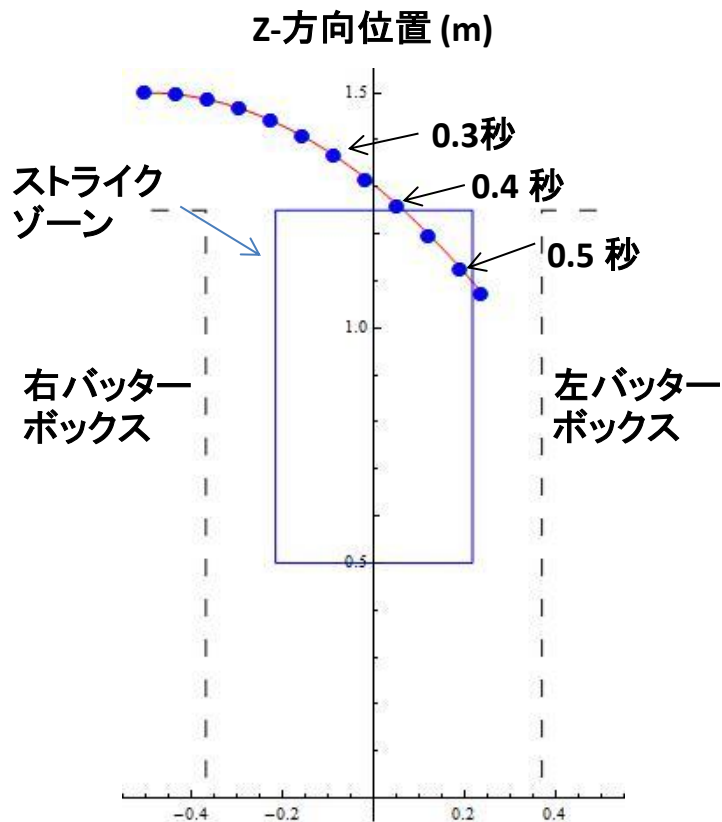
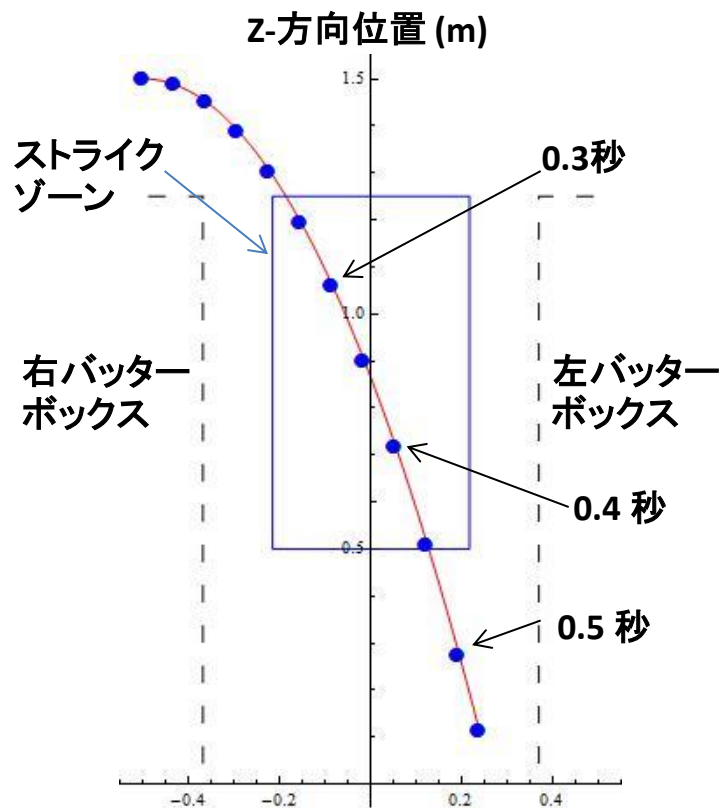


図3.4.3a 球審から見たボールの軌跡
(右投手 ホップ(Y-方向で右ネジ回り回転))



参考 図3.4.3b 球審から見たボールの軌跡
(右投手 直球)

①球審側(Y-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図 3.4.3aです。同様に直球の場合を参考として図3.4.3bに示します。両者で左右(Y軸方向)の変化は無いのですが、上下(Z軸方向)の挙動は明らかに違うことが分ります。

②打者としては、目線変化の少ないホップボールの方が打ち易いのかもしれません。

3.4.2 結果 (続き)

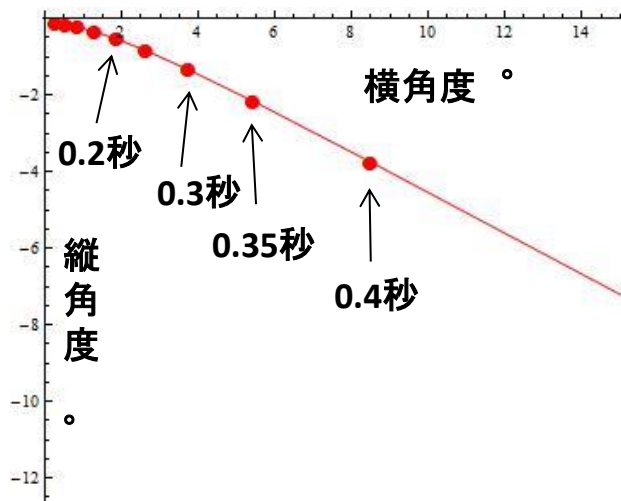
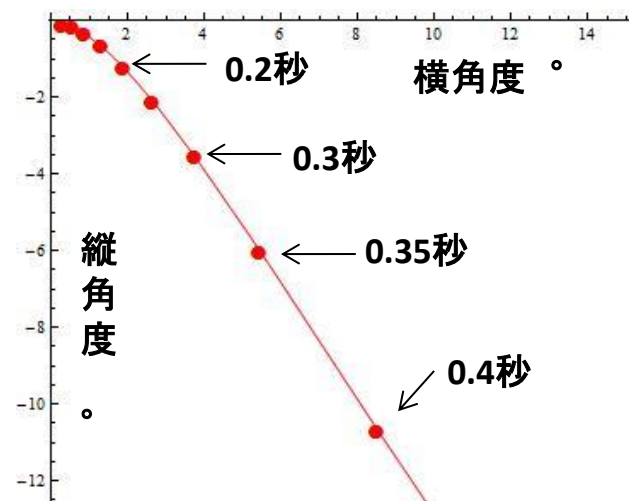


図3.4.4a 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 ホップ(Y-方向で右ネジ回り回転))



参考 図3.4.4b 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 直球)

- ①右打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.4.4aです。参考に直球の場合を図 3.4.4bに示します。前記カーブやシュートとは違い、初期にZ軸上方向への速度成分が無いいため、打者の目線がボールの放出点より高く、縦角度は最初からマイナスになりますが、ホップボールによりボールの落下速度が小さいため、縦角度の変化は小さいです。
- ②角度の違いは参考図3.4.4bと比較するとはっきり分ります。0.4秒時点での直球の場合の縦角度は約 -10.5度ですが、ホップボールの場合は、約 -4度です。

3.4.2 結果 (続き)

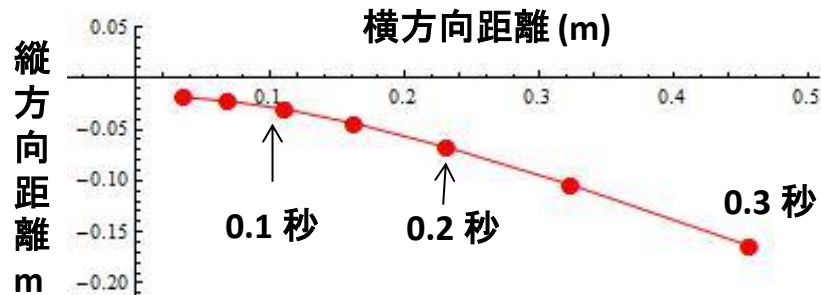
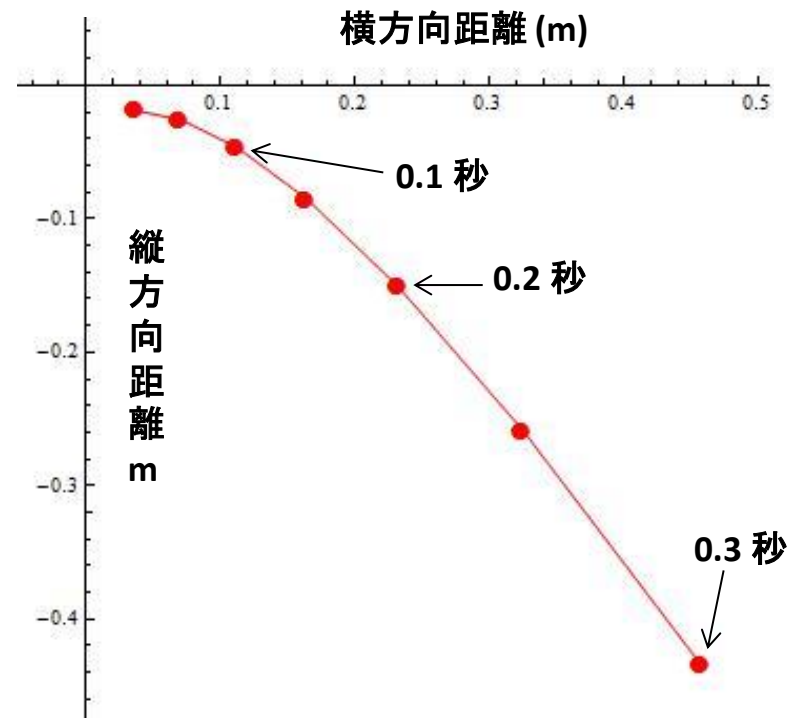


図3.4.5a 右打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 ホップ(Y-方向で右ネジ回り回転))



参考 図3.4.5b 右打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 直球)

- ①0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図3.4.5aです。再三説明していますが、ホップボールのため、本図を見ると、直球の場合以上にボールの落下が小さく見えます。

3.4.2 結果 (続き)

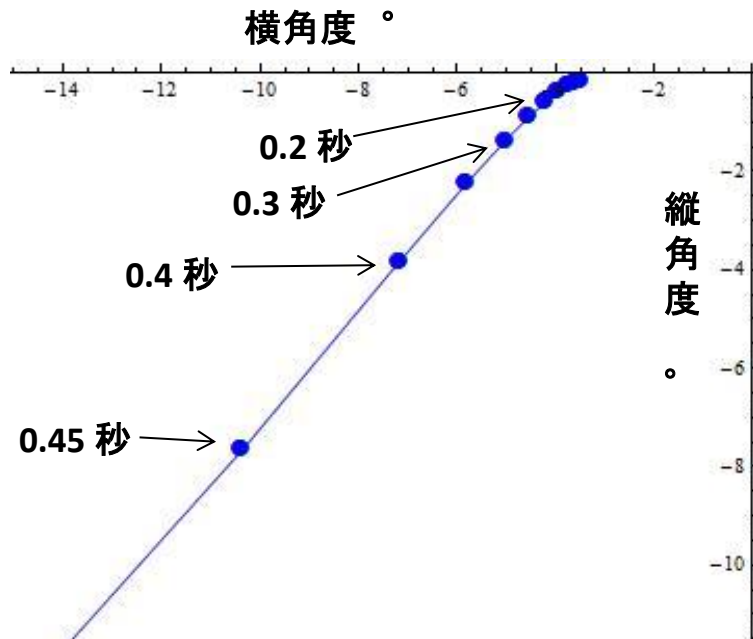


図3.4.6 左打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手 ホップ(Y方向で右ネジ回り回転))

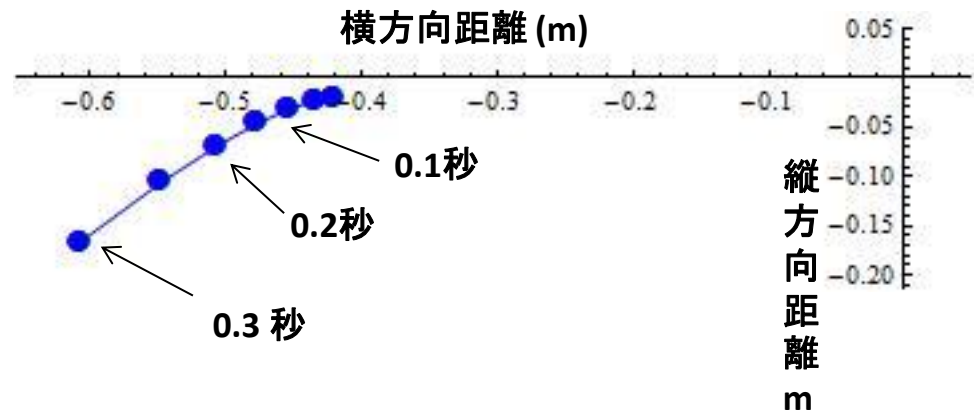


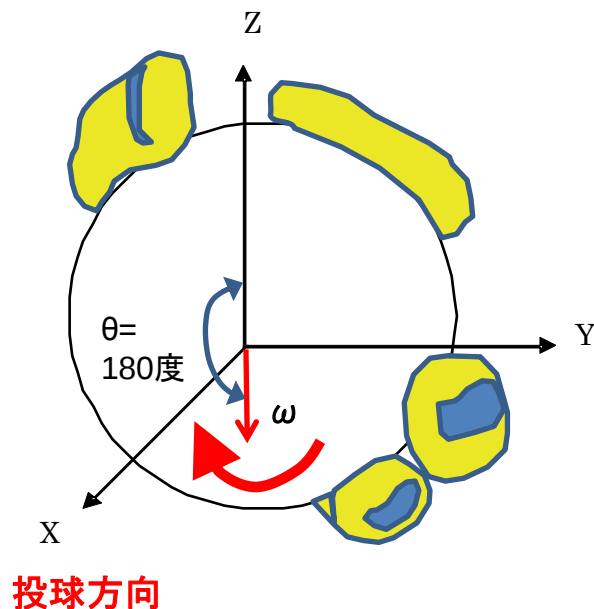
図3.4.7 左打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手 ホップ(Y方向で右ネジ回り回転))

- ①左打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.4.6です。左打者の場合、右投手のボール放出点が右打者(0.1m)に比べて離れているため(1.1m)、0.4秒までの横角度の変化は約 3.7度です。縦角度の0.4秒までの変化は、約 3.6度です。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を左打者の前方、6.67mの仮想球体面に投影したものが、図 3.4.7です。ホップボールのため、0.3秒間の縦方向距離の変化は約 0.15 m です。このため、左打者にとって比較的打ち易い球種のように見えます。

3.5 右投手の下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

3.5.1 入力値

(1) 投球速度	92.05 km/h	(25.57 m/s)
x-方向速度	90 km/h	
Y-方向速度	12.2 km/h	
Z-方向速度	15 km/h	
(2) ボール放出位置		
x-方向位置	0 m	
Y-方向位置	-0.5 m	
Z-方向位置	0.5 m	
(3) ボールの回転		
回転軸俯角 θ	180°	
回転軸方向角 ϕ	0°	
(4) 回転速度		
x-軸回転速度	0 回転/s	
Y-軸回転速度	0 回転/s	
Z-軸回転速度	-40 回転/s	(z-方向で右ネジ回り回転)
(5) 打者		
X-位置 (ホームベースの先端から)	0.2559 m	
Y-位置 (中心線から)	0.6 m	
目線高さ	1.55 m	
ストライク高さ	0.5 m ~ 1.25 m	



3.5 右投手の下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

3.5.2 評価結果

表 3.5.1 経過時刻とボールの位置 カーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

時刻	0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.74
X位置	0. m	1.25	2.50	3.76	5.01	6.27	7.53	8.79	10.04	11.30	12.56	13.82	15.08	16.33	17.59	18.55
Y位置	-0.5m	-0.34.	-0.19	-0.07	0.05	0.14	0.22	0.28	0.33	0.36	0.37	0.37	0.35	0.32	0.27	0.21
Z位置	0.5m	0.70	0.87	1.01	1.13	1.23	1.31	1.36	1.38	1.38	1.36	1.31	1.23	1.13	1.01	0.90

(注: 0.74秒は計算終了時刻です。)

表 3.5.2 経過時刻と左右打者の目線角度 カーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

時刻		0 秒	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
右打者	α_R	0.31 度	0.88	1.48	2.12	2.80	3.55	4.39	5.36	6.49	7.91	9.77
	β_R	-3.30度	-2.88	-2.48	-2.12	-1.79	-1.51	-1.29	-1.17	-1.18	-1.39	-1.93
左打者	α_L	-3.45度	-3.17	-2.89	-2.63	-2.40	-2.19	-2.02	-1.91	-1.88	-1.97	-2.28
	β_L	-3.30度	-2.88	-2.48	-2.12	-1.79	-1.51	-1.29	-1.17	-1.18	-1.40	-1.96

3.5 右投手の下手投げカーブ (Z-方向で右ネジ回り回転)

3.5.2 結果

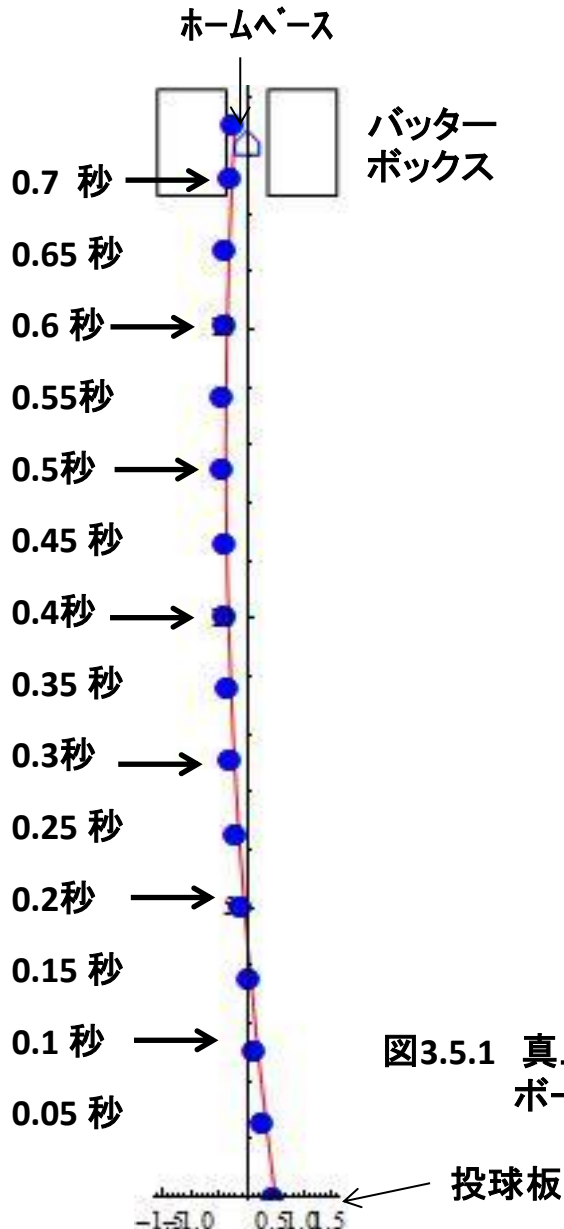
真上(X-Y平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図 3.5.1です。

①投手は時速 90km/hでホームベース方向へ、画面左側のY方向へ時速12.2 km/h、上空方向へ時速 15km/hで投げています。下手投げの特徴として、**投手はボールを上へ投げる感覚**です。

②下手投げで右ネジ回りの回転を掛けているため、**上方から見るとボールはシュート回転しており、常に左から右への力が作用します**。最初、右打者はシュートボールと思って構えますが、ボールが浮き上がってくるので不思議な感覚に捕われます。

③左打者から見ればボールは当初、打者に当る様に見えるため、一瞬体をベースから離すようなリアクションを取ります。しかし、ボールがシュート回転しているため、徐々にボールは内角ギリギリのストライクゾーンに入ってくるボールとなります。

④下手投げのボールというのは中々見慣れないため、左右両打者にとっては、浮き上がるボールに不思議な感覚を持ち、打撃の感覚が狂ってきます。



3.5.2 結果 (続き)

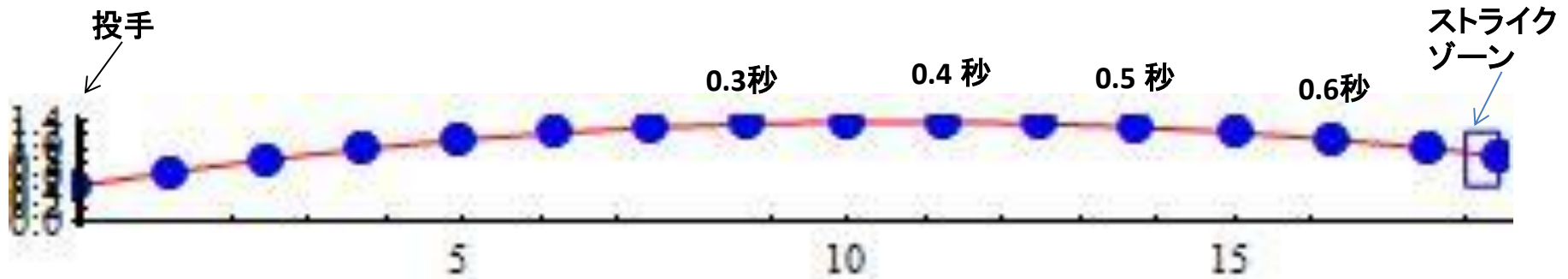


図3.5.2 真横から見たボールの軌跡

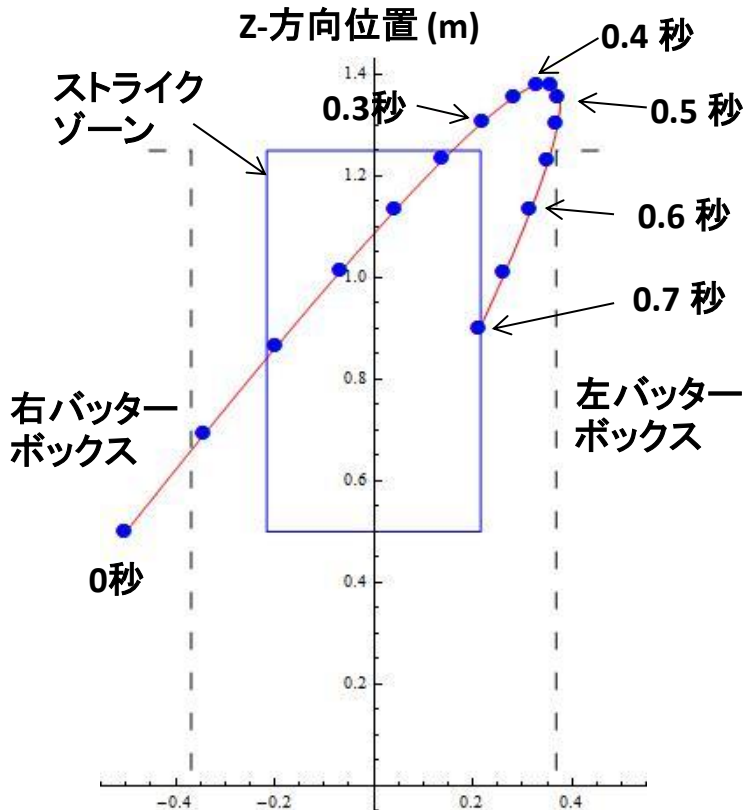


図3.5.3 球審から見たボールの軌跡
(右投手下手投げ カーブ(z-方向で右ネジ回り回転))

- ①真横(X-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図 3.5.2です。下手投げですので、ボールが上方に投げられ、打者からはボールが浮き上がって見えます。
- ②球審側(Y-Z平面)から見たボールの軌跡を投球後の時刻と共に示したのが、図 3.5.3です。下手投げの右投手がカーブを投げると、この様にシュートボールとなります。但し、ボールは下から浮き上がって来ます。図3.3.3と比べて見てください。

Y-Z平面で見ればボールはストライクゾーンを通っており、かつ、X-Y平面(図 3.5.1)で見れば、ボールはストライクゾーンにギリギリ入って来ますので、判定はストライクとなります。

3.5.2 結果 (続き)

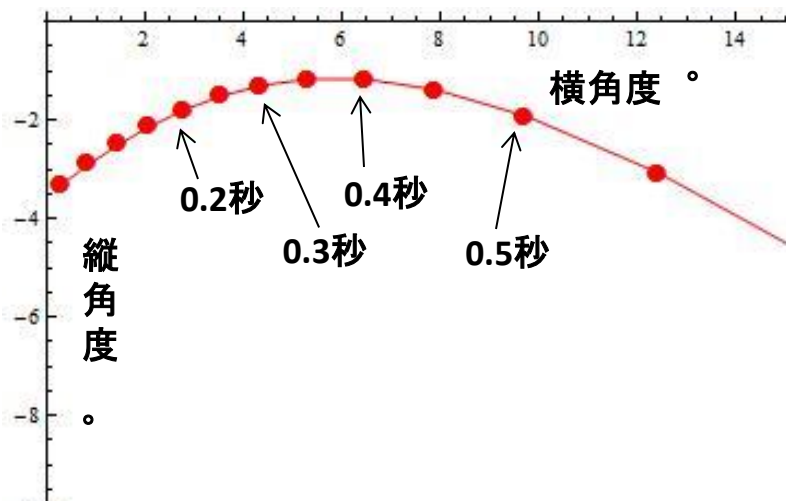


図3.5.4 右打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

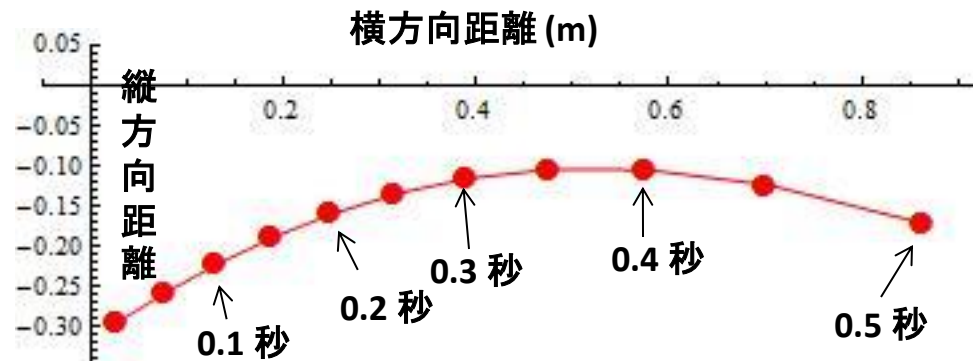


図3.5.5 右打者から見た0～0.5秒間のボール軌跡
(右投手下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転)

- ①右打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.5.4です。右打者から見た右投手の下手投げカーブの特徴として、ボールが浮き上がり、かつ、沈んでいくので、下手投げに慣れれば比較的打ち易いのではないかと思います。
- ②0～0.5秒までのボールの軌跡を打者の前方、5.0m ($0.2\text{秒} \times 25\text{m/s}$) の仮想球体面に投影したものが、図 3.5.5 です。矢張り、打者にとってはボールが浮いて来るように見えます。

3.5.2 結果 (続き)

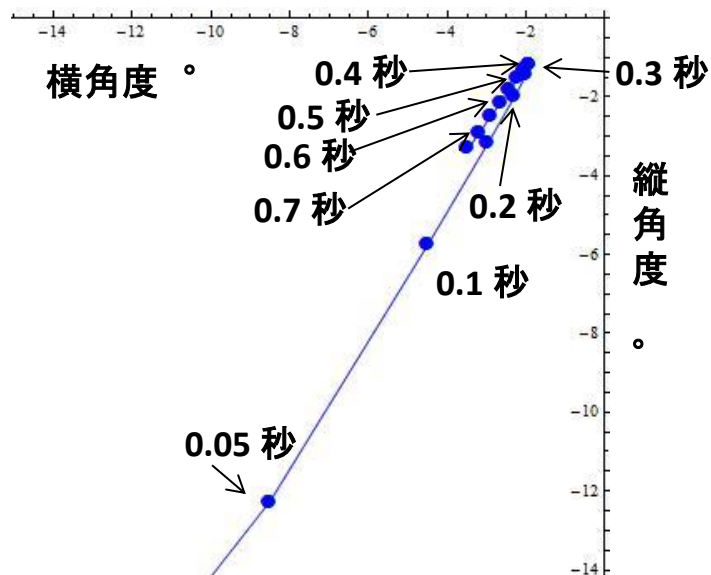


図3.5.6 左打者から見た横・縦方向角度変化
(右投手下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転))

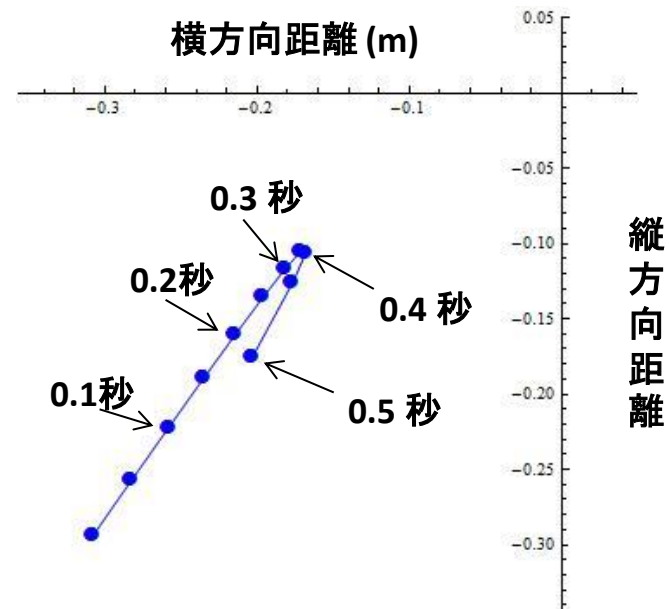


図3.5.7 左打者から見た0～0.3秒間のボール軌跡
(右投手下手投げカーブ(z-方向で右ネジ回り回転))

- ①左打者の視野15度以内のボールの軌跡を示したものが、図 3.5.6です。左打者にとって0.2秒以降、ボールの角度変化が少ないので、0.2～0.5秒の球筋に神経を集中すれば、比較的打ち易いボールの様に見えます。このため、左打者にとっては、0～0.2秒までのボールの球筋を追うことを止めれば良いのですが、野球選手の習性として、投球動作に入ってから1秒間に全神経を集中させるため、0～0.2秒までのボールの球筋を追うことを止めるのは出来ないことです。
- ②0～0.3秒までのボールの軌跡を打者の前方、5mの仮想球体面に投影したものが、図 3.5.7です。縦・横角度共に変化量が少ないため、右打者に比べて左打者は比較的打ち易い球筋かもしれません。

4. 考察

前章までに、ボールに作用する力を運動方程式により解明し、サンプル計算にて色々の球種を検討しました。これにより、以下の知見が得られました。

- (1) サンプル計算により得られた球筋は、我々がボールを投げた時に体験するボールの挙動と同様であることを確認しました。このため、数値解析により球筋を把握することが可能であることを確認しました。
- (2) 右打者に対して、右投手のカーブが有効であることは良く知られたことですが、それが数値解析により確認されました。その理由は、投手の投げたボールが当初打者に向かってくる様に見え、打者が一瞬防御のため、のけ反りますが、ボールは常に右から左へ力が働いて、打者からボールが逃げて行き、ストライクとなるためです。即ち、右打者の目線の横方向の角度移動が大きく、ボールへの対応が遅れるためです。ボールの速度が時速 125km/h である場合、投手が投げてから捕手に届くまでの時間は僅か0.6秒足らずです。この間に、打者が球筋を冷静に分析するのは不可能です。**(これは左打者に対する左投手のカーブの場合と同じです。)**
- (3) 今回5種の球種を検討しました。しかし、角度 ϕ と俯角 θ の組み合わせは無限に可能ですので、色々検討すれば新しい球種を作れるのかも知れないですね。