プロジェクト遂行の定量的正当性について

原　宣一
宇宙開発事業団
東京、日本
Hara-Norikazu@gakushikai.jp

概要

リスクが価値の単位を持つことを認識すれば、プロジェクトＡＴＰの正当性を判別する簡単な不等式が導ける。その不等式とはミッションの価値がコストとリスクの和より大きいという必要条件である。コストとは開発や運用に必要な総経費である。ミッションの価値とはミッションの成功によりもたらされる恩恵を通貨に換算したものである。リスクは損失の期待値である。そしてこの損失には、もしミッションが失敗すると期待した恩恵が得られない損失のみならず、加えて付随的な損失も含めたものである。効用の概念はミッションの価値にも損失にも含められるべきものである。ミッション失敗の確率とはリスクを構成する二つの要素の一つであるが、ミッションが失敗に終わる可能性に対する確信の度合いである。リスク評価に必要な確率は頻度概念でなく確率の本来の意味である確信の度合いである。情報が無いときの事前分布として等分布を仮定するのでなく、情報が無いことは等分布と見ることと同値であることを認識すれば、確信の度合い確率からラプラスの連続則が自然に導ける。さて、ＡＴＰの正当性を示す根拠となる不等式は計画が長引いたときにも続行するか中止するかに関する決定の正当性を与えることにも使える。この不等式の使い方を示すために、ＪＥＭプロジェクトをモデルに著者が想定した数値で現時点の評価例を示す。

まえがき

一般に新たなミッションを与えられ、そのミッション遂行に必要な開発を行う場合、その開発の実現性を確信してから進めるべきことは当然のことである。しかし、如何に事前の研究や検討を深めてもその実現性に不確かさを伴うこと、従って開発が失敗するというリスクを伴うことは避けられないことである。すべての行動にリスクがつきものであることは避けられない。必要な経費（コスト）が予算内であることに加えて、考えるべきことはミッションが成功して得られる恩恵と比べて、どの程度までリスクが小さければ開発に踏み切れるかについての根拠の正当性である。概念的にはリスクと恩恵 (Risk and Benefit) という言葉でこれまでにも必ず検討されていたものであるが、例えばＳＳＣ計画で見られるように［１]、コスト見積もりを除いて定量的な評価として示されることは無かった。

あるトンネル工事では計画着工時点と完成時点では交通事情が大きく変わってしまい、完成後も多額の費用と工事中の事故で犠牲となった方の命が無駄に使われたとの批判が残った。何故、途中で止められなかったのかと反省が残ることは、プロジェクト推進者のみならず納税者にとっても不幸なことである。

著者は、リスクに価値の単位があることを明確に意識すれば、計画実行への正式認可（ＡＴＰ）に対して正当性を裏付ける条件が明示できることを示唆した［２]。本論文は、確率を確信の度合いとすることが適切なものであ

ることを示すためにラプラスの連続則を導くと共に、実際のプロジェクトでどのように計画実行の判断が正当化できるかを示すものである。

リスクの定義

リスクは高いか低いかを比べることが本質的なことである。そのためにリスクは漠然としたものでなく、測定しうる1次元量として定義されなくてはならない。さらに合理的な処置対策を行うために、リスクは加法が成立することが望ましい。そこで著者はリスクを損失の期待値と定義すべきであり、リスクは価値の単位を持つことを認識すべきであることを述べた［2］。損失は価値の単位で測定すれば、通貨の単位をそのまま使うことが出来るものであり、これによりリスクも通貨の単位を持つものであることを強調した。価値の単位としての通貨は円であれドルであれ加法が成立する。さらに、リスク評価における確率の解釈は本来の確率の意味である確信の度合いとすべきことも強調した。数学の確率論は加法が成立するように定めた抽象的な公理から出発する理論体系である。これにより価値と確率をかけ合わせたリスクも価値の単位を持ち加法が成立する。定量的リスク評価はこのような背景で可能となるものである。

ミッションの価値

何かを開発する動機はそのものを開発して運用するミッションに価値があると認めるからである。ミッションの価値とはミッションを遂行することによって得られる恩恵（benefits）である。大きな価値があるものかそれ程のものでないものかこれを表現するには価値の単位で表現することが適切である。これらの価値はこれまで必ずしも、と言うより殆ど、定量的な表現ではなされてこなかった。しかし、開発に踏み切ったからには、少なくともその価値が開発にかかるコスト（必要経費）を上回るものであると考えたことは確かであろう。

単純に商品を買う場合でも、その商品の値段が高過ぎると思えば買わないものである。しかし、その商品が適正と考えられている値段より、かなり高くても気にせず買う場合もある。その商品の必要性に迫られた人にとっては、その高い値段よりもさらに価値があると認めるからである。立場の異なる個人によって実際の価値が異なるということである。ミッションの価値も置かれた立場が異なることにより、人により異なるものである。従って、ミッションの価値判断には「効用」概念［3］も含めて考える必要である。ミッションから得られる恩恵はどのようにミッション成功の効果を想定するかによって異なるので、ミッションの価値は概略値しか意味を持たないものである。時に結果として想定が外れることは普通のことであろうが、常にコストより低い価値の物を作っている会社は破産してしまうことは間違いない。最初から、ミッションの価値がコストより低いことを知りながらプロジェクトを進めるようなことがあってはならないものである。さらに、開発にはすべてリスクが伴うものであり、コストに加えてリスクの多寡を加味する必要がある。ミッションの価値は決して正確に見積もれるものではない。むしろ、当事者が効用を考慮してどのように価値を見たかを表現すべきものである。

［ミッションの価値］　＝　［大多数の人が認めると考えられるミッションの価値（平均)］　＋　［プロジェクト推進者に付随する価値（ユーティリティ考慮分)］　・・・（1）

開発コスト見積もり

ここで言うコストとは単に狭い意味の原価でなく、必要な経費すべてを考えた総経費で

ある。開発にあたって、それがいくらかかろうともやらねばならぬとしてとりかかることも稀にはあるが、日本における宇宙開発のように国の計画では必ず前もって経費の見積もりを行う。経費が賄えなければ開発が成功し得ないことは明らかである。これは開発が順調に進められた場合の全ての経費を加算した総経費である。予算は詳細な数字の積算で見積もられることが多いが、本来コストも大まかにしか意味を持ち得ない性格のものである。

部分的なトラブルに対処する費用、即ち予備経費をあらかじめ組み込んで置くことは望ましいが、実際にはいろいろな面で難しい。従って、開発が上手く行かない場合は後年に追加コストが必要になることが多い。

開発の失敗確率

開発の結果、物が出来ても期待したように作動するとは限らない。失敗の可能性はある。この開発成功に対する確かさの程度を数値で表現したものが成功確率であり、逆に失敗する恐れの程度を数値表現したものが失敗確率である。

［ミッションの成功確率］　＋　［ミッションの失敗確率］　＝　1　　　・・・（2）

ここで、考える当該ミッションは１回限りのものであり、失敗確率の確率とは確信の度合いであり、いわゆる主観確率であることに留意する必要がある。従って、この確率は人によって異なることがあり得る。強いて言えば、これはプロジェクト・マネジャの確信の度合いであるが、その確信の度合いは他人にも説明できるものでなければならない。根拠もなく失敗確率を低く表現したり、逆に高く見たりすることなく、利用できる情報から誰であっても同じ確率を割り当てるように決めたものでなければならない。言い換えると、他人に説明して納得が得られるようなものでなければならない。自分の確信の度合いが他人と違う場合には、双方が根拠を出し合って調整し、可能な限り合議による確率を割り当てるようにする必要がある。

コスト見積もりに比べると、確率の割り当ては難しいように思える。これは人間が確信の度合いを数値で表現することに慣れていないためである。特に非常に小さな確率は大きく見がちである。

確信の度合いとラプラスの連続則

情報を得た後に確率を割り当てる式として最も基礎的な「ラプラスの連続則」がある。総標本数ｎのうち成功数はｒであったとい情報を得た後では成功に対する確信の度合いは次式で求められる。

$$P = \frac{r+1}{n+2} \qquad \cdots (3)$$

ラプラスが最初に導いたこの式は、「事前確率に等分布を仮定する」ということに批判があった［４］。しかし、情報がない状態は等分布の別表現であることを認識して、ベイズの定理を用いると同じ式が得られることが示される［５］。

確信の度合いとしての確率

確信の度合い（Degree Of Belief）が主観確率として定義出来ることはサベイジにより確立された［６］。確信の度合いとしての確率は心の状態を数値表現したものに他ならない。確率（ｐ:probability）とは「命題に対する確信の度合いである。」即ち、命題が真であることの確からしさについてその度合いを０から１までの数値で表現したものである。

このように定義した確率も、コルモゴロフの確率の公理を満たすように決めることが出来る。従って、すべての数学的確率論の定理が使える。ｐは０から１までの任意の値を与え得るが、次の３つの値は特別な場合である。

ｐ$\mapsto$１：命題が絶対的に真であるとの極め

て強い確信を表す。（記号 p ↦ 1 は数値 1 を p に与える意味）
p ↦ 0 ：命題が絶対的に偽であるとの極めて強い確信を表す。
p ↦ 0.5：命題の真偽が全く不明の時の確信を表す。所謂、五分五分。

今、白石と黒石を入れた革袋から 1 個石を取り出す実験を考える。命題は「取り出した石は白である。」この命題が真であることに対して抱く確信の度合い、即ち確率（p）はどのようなものかを問題とする。

革袋に白石だけが入れられた状況を見ていたら、p ↦ 1 である。黒石だけであったことを見ていたら p ↦ 0 である。黒 30 個と白 70 個を入れたことを知っていたら、p ↦ 0.7 である。白と黒を同数入れたことを知っていれば p ↦ 0.5 である。これらはラプラスの定義した確率で出された数値であり、また、この実験は p の値についての強い確信がある場合である。

次に、白石と黒石のどちらをどれだけ入れたのか全く知らされていない場合を考える。このような状況の場合も、革袋から取り出した 1 個の石は白か黒かの二通りしか考えられない。本命題が真である確かさの度合い、即ち、確率（p）は、p ↦ 0.5 となる。

白、黒同数の石を入れたのを見ていた場合も、同じ p ↦ 0.5 であった。両者の違いは p に対する内容、つまり p に対する確信密度が異なるのである。p に対する確信密度の分布 π(p)の形状が異なるのである。

両者どちらの場合でも p ↦ 0.5 であるということをふまえ、「確率に対する確信密度の期待値はその確率に等しい。」とすることが適切である。確率は確信の度合いと定義することに伴う原理と捉えるべきものである。分布で表現した確率を代表値で表現するときの換算式として期待値を採用するということである。p ↦ E(p)であるが、［↦］を［＝］で書いてももはや混乱はない。

$$p = E(p) = \int_0^1 p\pi(p)dp \qquad \cdots (4)$$

前者は石を入れたのを見ていたという状況で、p の値について強い確信を持つことが出来る場合であり、その確信密度分布はディラックのデルタ関数で表すことが出来る（図 1）。

白石と黒石を同数入れたことを見ている場合は、

$$\pi(p) = \delta(p - 0.5) \qquad \cdots (5)$$

後者の場合でも、石を 1 個、2 個取り出して結果を見ることにより p についての確信がだんだん強くなる。つまり、データを見ることにより p の値に対する確信密度が変わるのである。

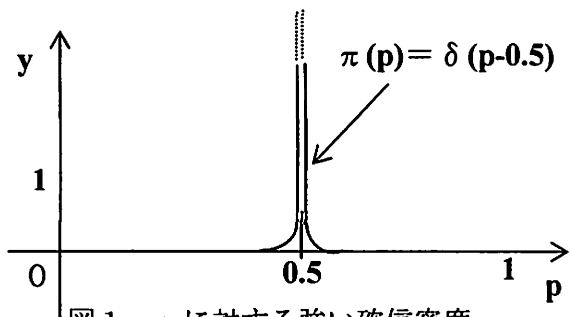

図 1　p に対する強い確信密度

逆に、後者の場合は石をどのように入れたのか全く見ていないので、最も弱い確信の度合いの状態であり、その密度分布は 0 から 1 までの等分布で表すことができる（図 2）。

$$\pi(p) = 1 \qquad \cdots (6)$$

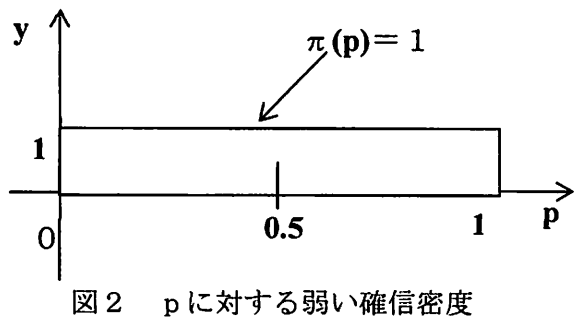

図 2　p に対する弱い確信密度

確信密度$\pi(p)$は次のような性質を持っている。

$$\left.\begin{array}{ll}\pi(p)=0、 & p<0、p>1 \\ \pi(p)\geq 0、 & 0\leq p\leq 1\end{array}\right\} \cdots (7)$$

さらに、規格化の条件として次式を加えて良い。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\pi(p)dp=\int_{0}^{1}\pi(p)dp=1 \quad \cdots (8)$$

図３は一般のｐに対する確信密度の例である。

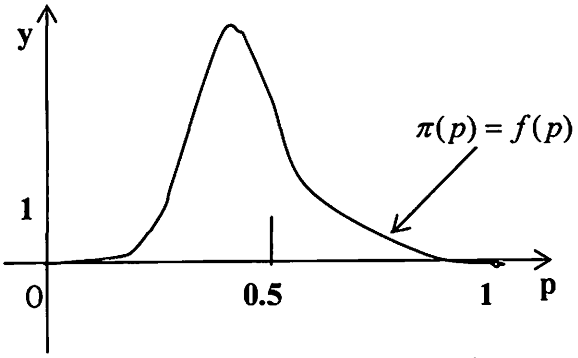

図３　一般のｐに対する確信密度

ラプラスとダランベールの確率

先述の革袋から独立に２個の石を取り出す実験を考える。取り出した１個の石が白である確率をｐとすると、２個とも白である確率はp^2であるが、ｐについての確信密度が　π（ｐ）で表されるときは、（4）式が（9）式になる。

$$E(白、白)={}_2C_2\int_0^1 p^2\pi(p)dp \quad \cdots (9)$$

同様に、１個白で１個黒の場合、及び２個とも黒の場合は（１０）、（１１）式で表される。

$$E(白、黒)={}_2C_1\int_0^1 p(1-P)\pi(p)dp \quad \cdots (10)$$

$$E(黒、黒)={}_2C_0\int_0^1 (1-P)^2\pi(p)dp \quad \cdots (11)$$

（９）、（１０）、（１１）式のπ（ｐ）に（５）式を代入して計算すると、それぞれ 1/4、1/2、1/4 の値が得られる。これは２項分布Ｂ (2,0.5) と同じである。

一方、π（ｐ）に（６）式を代入して計算すると、それぞれ 1/3、1/3、1/3 の値が得られる。この結果は、取りうる状態が３種類あるのでそれぞれの状態に１／３の確率を割り当てた等確率分布になっている。

同時に投げた２枚のコインが２枚とも表、１枚表で１枚が裏、２枚とも裏である確率を求める問題で、ダランベールはそれぞれ 1/3、1/3、1/3 であるとした。ダランベールの弟子であったラプラスが、それぞれ 1/4、1/2、1/4 に正したと伝えられている。コインは１枚ごとに裏と表があるのでｐ＝0.5 の強い確信がある場合に相当するものである。実際に試行して統計を取ると相対比率はラプラスの与えた確率に近くなる事が認められている。

なお、上述のコインを独立にｎ個取り出す場合も同様な計算が出来て、２項分布になるか等確率分布になるかはπ（ｐ）に依存する。

データを見た後の確信の度合い

ディラックのデルタ関数で表される程、事前の確信が強ければ、有限のデータを見ても確率は不変である。しかし、事前の確信が弱ければデータを見ることによって確信の度合い、即ち確率が変化する。この変化はベイズの定理により計算できる。

ベイズの定理はつぎのように主張している［６］。「データを見た後の事後密度はデータの尤度と事前密度の積に比例する。」

ｐに対する事後密度の期待値が求めるデータを見た後の確率ｐである。

属性試験は結果が成功か失敗かだけのデータを提供する試験であった。これは成功を白石とみることにより、革袋に入れる石を見ていない場合の先述の実験に相当する。皮袋の中は全部白石かも知れないが黒石がかなり混ざっているかもしれない。

まず、初めの状況は確信の度合いである確率ｐの事前密度は（6-3）式とすることが前述の考察により妥当である。

データＸは（x1、x2、・・・）は成功、不成功の列であるが、個々に独立としているので順序は関係せず、試験個数ｎと成功個数ｒだけが事後密度に影響する。

データＸを見た後の事後密度π(p｜X)は

$$\pi\left(p|X\right)\propto L(X|p)\pi(p) \quad \cdots (12)$$

ここでL(X｜p)はｐに対するデータＸの尤度である。

試験個数ｎのうち成功個数ｒを得たというデータの尤度は $p^r(1-p)^{n-r}$ であるから

$$\pi(p\,|\,X)\propto p^r(1-p)^{n-r}\times 1 \quad \cdots (13)$$

（6-5）式の条件からベータ積分の公式を利用して定数を決めると、

$$\pi(p\,|\,X)=\frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(r+1)\Gamma(n-r+1)}p^r(1-p)^{n-r} \quad \cdots (14)$$

（6-11）式はβ-分布に他ならない。従って、データを見た後の確信の度合い、つまり確率ｐは（6-1）式により期待値を求めると、

$$p=E(\pi(p\,|\,X))=\frac{r+1}{n+2} \quad \cdot\cdot (15)$$

ここで、ｎは試験個数、ｒは成功数である。

（１５）式が、データを見た後の確信の度合いとしての確率値、又は信頼度であって（３）式に等しい。

開発の失敗に伴う損失

開発を進めるか否かの決断時には、もし開発が失敗したときに損失の多寡を見積もる必要がある。失敗した時に失う物はまず、ミッションが成功したときに得られる恩恵であり、即ち３．項で述べたミッションの価値と評価されるものである。

さらに加えて、失敗したという不評を被ること等による損害がある。これは開発を進める組織が置かれた立場によって異なる。いわば負の効用である。小さなプロジェクトで期待する利益も少ないがコストも小さいようなものでも失敗によると会社全体の信用を失い等価的に大きな損失を被ることがある。

失敗したときに被る損失は両者の和である。

［ミッション失敗により被る損失］ ＝ ［ミッションの価値］ ＋ ［失敗に付随して被る損失］ ・・・（１６）

ＡＴＰの条件

日常の商品の購買は売り手と買い手がいて、売り手が商品の値をつける。その商品を必要とする買い手にとってはその商品の価値が値段（コスト）より高いと判断するので、支払うリソースがあれば買うという行動に出る。売り手に取ってはその商品の価値が付けた値段より低いから売ることに合意する。売り手には売ることを拒絶する権利があり買い手には買うことを止める権利がある。双方に取って利益があると考えるから売買が成立する。

通常の商品売買であればリスクは殆どないので、買うことを正当化できる条件は商品の価値が値段より高いことである。

［商品の価値（買い手に取っての）］ ＞ ［商

品の売値］　　　　　　　　　・・・（17）

［商品の価値（売り手に取っての）］ ＜ ［商品の売値］　　　　　　　　　・・・（18）

開発の場合は、ミッションの価値が開発コストより高いだけでは開発費を支払う理由を正当化できない。ミッション遂行に必要な開発コストに開発リスクを加味したものより高いことが必要である。

［ミッションの価値］ ＞ ［開発コスト］ ＋ ［開発リスク］　　　　　　　・・・（19）

この式が成立しても、実際に開発に踏み切ることが出来るかについては、別問題である。開発コストを支払う余裕があるか否かに左右されるからである。この式はあくまでもＡＴＰを正当化できる条件式である。

プロジェクト継続の条件

資金が投入され開発が始まりその後スケジュールに沿ってプロジェクトが進められればＡＴＰの条件は成立した状態が維持される。しかし、開発が進むと途中で思わぬ追加コストが必要になったり、開発が思うように進まず開発のリスクがより高まったりする。極端に開発期間が長引くとミッションの価値すら変わって来ることもある。このような状況のときは開発を続行すべきか否かの検討も迫られるであろう。

開発続行の条件は、次式で表される。

［見直したミッションの価値］ ＞ ［今後に支払いが必要なコスト］ ＋ ［見直した開発リスク］　　　　　　　・・・（20）

多くの場合、ミッションの価値は当初と同じであろうが、時間がクリテイカルなミッションでは見直した時点でミッションの価値が激減しているものもある。見直した開発リスクは当初と同じである場合もそうでない場合もある。殆どのプロジェクトでは不幸にして追加コストが生じてもそれは、既に支払い済みのコスト分に比べれば小さいであろうから、この式は優に成立する。従って、途中で中止になるような開発プロジェクトは当初の計画が極めて杜撰であったということになる。

開発の中途で見直した結果、（２０）式が成立しなくなった場合は、計画を中止すべきである。開発を中止することにより、支払い予定の開発コストの残り分をいくらかでも救済できる。

評価の作成例（想定）

開発開始時点では大勢の人が同意の上で決められることであり、ミッションの価値がコストとリスクの和より大きいことは数値で示すまでもないことかも知れない。しかし、開発が当初の予定を大幅に延びた場合には、途中の時点でこれら諸数値を明確にして、（２０）式により開発継続の正当性を明らかにしておくことが望ましい。

あるプロジェクトが当初の計画から大きくスケジュールが延期されている。検討例としてこのプロジェクトを現時点でも続行すべきか否かの検討を表-１に示す。この表の諸数値は著者の想像により作ったものである。

プロジェクトの当事者（例えばプロマネ）が作成し、ミッションの価値は当然のことながら、リスクの大きさも公に常時批判を受ける事が出来るようにしておくことが良いと思われる。

あとがき

開発が長引き毎年追加コストが上乗せされる場合もあろう。最終的に開発が終了し、計画したミッションが終了した場合、真に開発が成功であったか否かは次式で判定出来る。

［成功したミッションの価値（後評価）］ ＞ ［開発コストの総額］　　　　　　・・・（21）

開発期間が長引けば、開発コストの総額も単純な加算では済まなくなるので適宜換算も必要である。しかし、この式の成立を確認するために、もはや数値の精度を求めることは無意味であり、有効数字一桁か二桁で十分な性格のものである。

参考文書

[1] "Risks and Benefits of Building the Superconducting Super Collider" Congressional Budget Office, October 1988

[2] N.Hara, "Unit for Risk Measurement", IAA-01-IAA.6.2.03, 10. 2001

[3] L.J. Savage, "The Foundations of Statistics", Dover Publication, 1972

[4] B. de Finietti, "The Theory of Probability, Vol. II, John Wiley and Sons, New York, NY, 1974

[5] N.Hara "Degree of Belief with a Few Data from Inspection by Attribute", 14th Reliability Symposium, November 2001

[6] D.V.Lindley, "Introduction To Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint", 1965

表-1　　プロジェクトのＡＴＰ正当性検討表（作成例）

プロジェクト名称	JEM			
評価時点	開発移行 1992.4	現時点 2002.4	記号	備考
ミッションの価値（億円）	10,000	8,000	A	１)、２)、３)
コスト　（億円）	6,000	3,000	B	４)、５)
失敗時の付加損失（億円）	1,000	1,000	C	６)
リスク　（億円）	550	90	D	＝E（A＋C）
失敗確率　（－）	0.05	0.01	E	７)
ＡＴＰ条件	Yes	Yes	F	If A＞B＋D

１）開発組織のユーティティを含む。
２）ミッション期間が短くなった。
３）ミッションへの期待が萎んだ。
４）評価時点以降の総経費。
５）７年間の運用経費を含む。
６）開発組織に対する不評を推定換算見積もり。
７）開発試験は順調であった。