

超弦理論と実験

ホログラフィー理論と重イオン実験

夏梅 誠

1. 予期せぬ結びつき

理論と実験の結びつきと言うと、通常、理論的予言はどのような実験で検証できるかを念頭に置くだらう。逆に、実験はどのような理論を検証するのか念頭に置くことが多いだろう。しかし、ここで紹介する話は、そのような物語ではない。理論的研究が当初まったく想定していなかった実験に応用され、また実験も当初まったく想定していなかった理論の検証に使われた、という事例である。物理の歴史をひもとけば、過去にこういった事例がなかったわけではないが、それでも興味深い事例だと思うので、ここで紹介したい。

問題となる実験は、**クォーク・グルーオン・プラズマ**と呼ばれるものに対する実験である。一方の理論は、**超弦理論**と呼ばれる。自然界には、重力、電磁気力、弱い力、強い力、という4つの基本的な相互作用がある。超弦理論は、これらの力を統一的にあらわす統一理論の最有力候補である。その統一理論が、クォーク・グルーオン・プラズマ実験と何の関わりがあるのだろうか？ここでは、その関係がどうはじまり、どのように発展し成熟していったのか、ここ10年ほどの歴史をふり返って説明することにする。

なお、大方の物理の物語と同様、ここで書く物語が正確な歴史を述べていると言うつもりはない。むしろ、私が把握している範囲での歴史、私個人が関わった物語だということを断っておく。

2. クォーク・グルーオン・プラズマ (原子核物理)

陽子や中性子は基本的な素粒子ではなく、より基本的な粒子、**クォーク**や**グルーオン**からできている。ただし、通常の状況下では、クォークやグルーオンは陽子や中性子のなかに「閉じこめ」られており、ばらばらにとり出すことはできない。しかし、十分な高温では、クォークやグルーオンは閉じこめから解放され、クォーク・グルーオン・プラズマをなす。クォーク・グルーオン・プラズマへの転移は、2兆度程度と見積もられている。

クォーク・グルーオン・プラズマの存在は、理論的には以前から予言されていた。しかし、このプラズマは実験でも創り出されたことがなかったものであり、ましてやその物理的性質など測られたことはなかった。しかし、近年このプラズマを創成して物理的性質を測ろうという**重イオン実験**がおこなわれている。代表的なものとして知られているのが、

- ブルックヘブン国立研究所の ^{リック}RHIC
- セルンの LHC

と呼ばれる加速器を使った実験である。

重イオン実験でまず問題になったことが、実験結果をどう理論的に解釈すべきか、という点であった。クォークやグルーオンは、理論的には**ゲージ理論**の一種、**量子色力学 (QCD)**によって記述される。しかし、クォーク・グルーオン・プラズ

マは強く相互作用する多体系であり、そのような状況下で QCD を解くのは困難を極めることが知られていた。

このような状況下で、原子核研究者が注目したのは、クォーク・グルーオン・プラズマが高温の多体系だという点である。このような系を扱うのに、QCD のような微視的理論を完全に解く必要はない。このような系は熱力学によって記述され、温度 T 、エネルギー密度 ε 、圧力 P 、といった熱力学量を指定することで、巨視的な性質は一意的に定まる。熱力学は平衡系を扱うが、平衡から外れた場合は、**流体力学**によって記述される。したがって、実験ではクォーク・グルーオン・プラズマの熱力学的・流体力学的性質に着目すればよい。

もともと、熱力学・流体力学を使っても、完全に理論的問題が解決できたわけではないことに注意しておきたい。実験と理論的予言を比べるために、あいかわらず微視的理論を解く必要はある。

熱力学の場合、状態方程式は理論的に定める必要がある。たとえば、光子気体では状態方程式は $\varepsilon = 3P$ で与えられる。また、流体力学の場合、**輸送係数**を理論的に定める必要がある。輸送係数の例としては、**粘性**、音速、熱伝導度などがあり、いずれも「ある物理的影響が伝搬する目安」を与える。これら関係式や係数自体は、熱力学・流体力学の枠内だけでは決まらず、微視的理論を解く必要がある。別の言葉で言えば、熱力学・流体力学は、微視的理論が解くべき箇所はこれら特定の式、係数だけで良いことを保証してくれる。熱力学・流体力学は、微視的理論から取り出すべき情報を絞り込んでくれるのである。しかし、クォーク・グルーオン・プラズマに対して輸送係数を計算するのは、相互作用が弱いときには可能だが、相互作用が強いときには難しい。

この問題を解く手段は、予期せぬ方向からもたらされた。RHIC の完成が近づいた頃、超弦理論の分野で、ある活発な研究がなされていた。

3. ホログラフィー理論 (超弦理論)

1997 年、当時まだ 30 歳に満たない研究者、マルダセナによって**ホログラフィー理論**という考えが提唱された*1)。この考えは、超弦理論を使って導かれた考えなのだが、大雑把に言って、強結合のゲージ理論とある種の重力理論が等価だと主張する。ただし、この 2 つの理論は、違う時空次元に住む。前者は、QCD と同様のゲージ理論で、我々の住む 4 次元時空の理論である。しかし、後者は、仮想的な 5 次元時空の重力理論である。2 つの理論の住む時空次元が違うというのが、ホログラフィー理論という名前の由来である。通常のホログラムが 2 次元面に 3 次元の映像を記録しているように、ホログラフィー理論では、4 次元時空の理論が 5 次元時空の理論を記録しているのである。

この考えがどのように統一理論たる超弦理論から生まれたのか、詳しい説明は他の解説¹⁾や教科書²⁾に譲ることにするが、一点だけコメントしておく。ホログラフィー理論では、ゲージ理論と重力理論、という 2 つの理論が登場する。この 2 つを同じ土俵で扱えること自体、統一理論だからこそ可能になったことである。これまでの素粒子論では、この 2 つの理論は理論的基礎や概念が大きく異なる。したがって、通常の素粒子論では、このような関係は望むべくもない。ホログラフィー理論は、超弦理論だからこそ可能なのである。

クォーク・グルーオン・プラズマのように高温のゲージ理論の場合、ホログラフィー理論は

(高温の強結合プラズマ) = (ブラックホール)

を主張する。**ブラックホール**が出てくる基本的な理由は、ブラックホールも熱力学系だからである。**ホーキング放射**という現象により、ブラックホールも温度という概念を持つ。

先にみたように、平衡状態にある熱力学系が (摂動を加えたりして) 平衡状態から少し外れると、流

*1) ホログラフィー理論は、「AdS/CFT 双対性」、「ゲージ・重力双対性」などさまざまな呼ばれ方をしますが、いずれも同じものを指す。

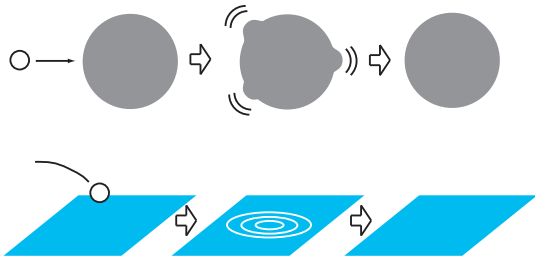


図1 ブラックホールの振るまいは、流体の振るまいとよく似ている。

体力学であらわされる。ブラックホールも1つの熱力学系なので、ブラックホールの振るまいも流体力学であらわされるだろう。

事実、ブラックホールの振るまいは流体と似ている(図1)。たとえば、池にボールを落とすと、さざ波が立つが、さざ波はやがて止んでもとの静かな水面に戻る。これを散逸と言うが、流体力学によると、これは粘性の効果である。同様に、ブラックホールにモノを落としたとすると、しばらくの間、ブラックホールの形は不規則になるが、最終的にはもとの対称的なブラックホールに戻ってしまう。この場合の「散逸」は、摂動がブラックホールに吸収されることで起こる。したがって、ブラックホールに対してもなにか粘性のような概念が考えられるはずである。

さて、原子核の研究者は、クォーク・グルーオン・プラズマの粘性を理論的にどう計算するかに頭を悩ませていた。しかし、ホログラフィー理論を使えば、ブラックホールの計算からクォーク・グルーオン・プラズマの粘性が計算できるかもしれないのである。

2001年、ホログラフィー理論を使って、強結合ゲージ理論プラズマの粘性がはじめて計算された³⁾。その結果は、

$$\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \quad (1)$$

(η : ずり粘性率, s : エントロピー密度, \hbar : プランク定数, k_B : ボルツマン定数)。数値的には、

$$\frac{\eta}{s} \approx 6.1 \times 10^{-13} \text{ K} \cdot \text{s} \quad (2)$$

数値だけ挙げても、この η/s の値がどの程度の大

きさなのか、イメージするのは難しいが、この値は、通常の物質と比べて著しく小さい。一例として、常温・大気圧下で窒素の η/s はこの値の 3×10^3 倍にもなる^{*2)}。ホログラフィー理論によると、強結合ゲージ理論プラズマの粘性は小さく、粘性ゼロの**完全流体**に近いのである。

「ゲージ理論プラズマは著しく小さい粘性をもつ」^{*3)}、というこの結果は興味深いものの、この時点では大きな注目を集めるには至らなかった。第一に、ホログラフィー理論の結果は、 **$\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論**と呼ばれる仮想的な理論のプラズマに対するものであり、クォーク・グルーオン・プラズマに対するものではなかったからである。第二に、重イオン実験は当時まだはじまったばかりで、クォーク・グルーオン・プラズマの粘性の実験結果についてもわかっていなかったからである。

4. RHIC の発表 (原子核物理)

状況が一変したのは、2005年である。この年の4月、フロリダ州タンパでおこなわれたアメリカ物理学会の年会で、RHICの最初のまとまった実験結果が報告された⁴⁾。プレスリリースも出され、マスコミでも大きな話題になった⁵⁾。発表によると、RHICで創成されたクォーク・グルーオン・プラズマは完全流体に近いことが明らかになった。

しかし、このプレスリリースには、一風変わったコメントも載っていた。「超弦理論と RHIC 実験の間の予期せぬ結びつきには心が躍る」。ここで言う超弦理論との結びつきとは、ホログラフィー理論で得られた小さな粘性のことを指す。大型実験のプレスリリースで超弦理論が言及されたのは、おそらくこれが史上はじめてだったと思われる^{*4)}。

*2) η/s という組み合わせには、物理的意味がある。エントロピーは系の自由度の目安なので、 η/s は単位自由度あたりのずり粘性に相当する。通常の流体力学の用語では、 $\eta/(Ts)$ は動粘性係数と呼ばれる。

*3) 以下では繰り返し「粘性が小さい」という言い方をしますが、 η 自体が小さいという意味ではなく、正確には η/s が小さいという意味である。

*4) 超弦理論との関係をプレスリリースに含めるよう進言したのは、RHICのフェニックス・グループで当時スポークス-

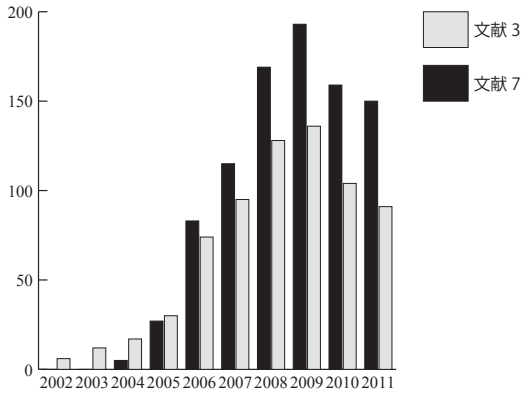


図2 ホログラフィー理論の応用研究でカギとなる2つの論文の年ごとの引用数.

超弦理論の関係者も、この発表に注目した。それまでホログラフィー理論の研究は純粋に理論的なものが主流で、実際の実験と結果を比較するという研究はほとんどおこなわれていなかった。そもそも、超弦理論というと、統一理論という壮大なテーマを扱うものの、実験的証拠がない、としばしば批判されてきた。しかし RHIC の発表は、こういった状況を変えるだけのインパクトをもっていたのだ。

2005年を境に状況が一変したことは、論文の引用数からもわかる。図2は、ホログラフィー理論の応用研究でカギとなる2つの論文の年ごとの引用数を調べたものである⁶⁾。このグラフを見ると、2005年を境として引用数が急激に伸びたことがわかる。

5. 普遍性の検証 (超弦理論)

ホログラフィー理論による粘性の計算は、もともとは $N = 4$ 超対称ゲージ理論に対するものだった。これは QCD とは違う理論である。だからこそ、クォーク・グルーオン・プラズマの実験結果と近いことが、RHIC の公式発表で「予期せぬ結びつき」と表現されたのであろう。したがって、ホロ

パーソンを努めていたビル・ザイツ (Bill Zajc) だと言う (本人談)。超弦理論と重イオン実験の結びつきを語る上で、彼の果たした役割は大きいと言えよう。

グラフィック理論とクォーク・グルーオン・プラズマを比較する上で、「ホログラフィー理論の結果 (1) がどの程度普遍的なのか」という問題が挙がってきた。

もともと、当時すでにホログラフィー理論を使って、さまざまな超対称ゲージ理論で粘性の計算がされ、その結果はいつも式 (1) となった⁷⁾。しかし、普遍性の検証は、まだまだ十分ではなかった。

2006年初頭、式 (1) は有限密度の場合でも成立することが確認された⁸⁾。これは我々のグループを含む4つのグループによって同時に確認された。この例が重要だったのは、もともと有限密度では普遍性が成り立たないと予想されていたのに、普遍性の成立を示したからである。これが契機となって、あらためて普遍性の研究が精力的におこなわれた。そして、既知の例では、常に式 (1) が強結合極限で成立することが知られている。

したがって、 η/s の値は、強結合ゲージ理論に共通した性質ではないかと考えられる。そうであれば、クォーク・グルーオン・プラズマに対しても、式 (1) は良い近似になっているのではないかと想像される^{*5)}。

6. 数値シミュレーションの問題 (原子核物理)

ホログラフィー理論の結果は、クォーク・グルーオン・プラズマに対しても良い近似だと理論的には考えられるようになってきたが、一方実験結果はどの程度ホログラフィー理論の結果に近いのだろうか？

実験結果のもともとの解析は完全流体に対するものであり、粘性の見積もり自体は大ざっぱなものしかなかった⁹⁾。当時、格子数値計算の手法を使って、強結合ゲージ理論プラズマがホログラフィー理論の予言に近い η/s をもつらしいことがわかってきていた¹⁰⁾。しかし、実際の実験でみえているものが、小さな粘性の効果かどうか確かめるのは、

*5) 現在のところ、直接 QCD に対してホログラフィー理論の計算をおこなうことは、さまざまな技術的困難からできない。

また別問題である。実際の実験で、直接クォーク・グルーオン・プラズマの粘性を測っているわけではないからである。

重イオン実験では、金原子核のような重い原子核どうしを衝突させる。その結果生成される莫大な粒子は、十分高温であればクォーク・グルーオン・プラズマをなす。しかし、このプラズマは膨張し、冷えていく。最終的には、クォーク・グルーオン・プラズマは再び**ハドロ**ンと総称される粒子に閉じこめられる。観測されるのは、これら多数のハドロンである。

クォーク・グルーオン・プラズマの複雑な時間発展を理論的に追跡するには、流体の数値シミュレーションをおこなう。これは、まず流体としての初期条件を与え^{*6)}、流体の発展を数値的に追うという手法である。その際に、粘性の値をいろいろと変えて、実験結果に近い粘性の値を決める。この結果が、ホログラフィー理論の予言に近いかどうかをみればよい。

当時、すでに完全流体のシミュレーションはされつつあり、シミュレーション結果が実験結果とよくあうことはわかっていた¹¹⁾。そのことを受けて、RHICの公式発表で「クォーク・グルーオン・プラズマは完全流体に近い」と表現された。しかし、小さな粘性を取り入れたシミュレーションはできていなかった。原理的な問題があったためである。

実は、相対論的粘性流体力学には、物理的ではない不安定性が存在する。この不安定性は、相対論的粘性流体力学に特有のものであり、不安定性が起こる時間スケールは極めて短い。シミュレーションの立場では、この不安定性は、粘性を導入した途端にシミュレーションが破綻することを意味する。相対論的粘性流体のシミュレーションは存在しないのである。だから、実験結果の解析は、粘性の大ざっぱな見積もりにとどまっていたのである。

*6) これはQCDなどの知識を使って与えるが、これを理論的に決めるのも難しい問題である。

7. 二次流体力学 (超弦理論)

実験結果がどの程度ホログラフィー理論の予言に近いかわかる上で、相対論的粘性流体力学の非物理的な不安定性が壁となっていた。しかし、この不安定性を除く方法は、すでに知られていた。流体力学の近似の「精度」を上げるという方法である。

先に述べたように、流体力学は系の巨視的な振るまいを記述する理論であり、低エネルギー長波長近似の理論である。この近似の下での0次が完全流体であり、1次が粘性流体である。しかし、近似の次数を2次まで上げると、非物理的な不安定性は起こらないことが知られていた。次数を2次まで上げた理論は、しばしば「二次流体力学」と呼ばれる。

しかし、流体近似の高次へと進むことは、理論にパラメータ(輸送係数)が増えることを意味する。これは、粘性流体で粘性というパラメータが増えたのと同じ事情である。実験結果と比較する上で、二次流体力学で増えたパラメータも決める必要がある。しかし、粘性と同様、微視的理論からこれらを決めるのは、困難である。

となると、粘性と同様、これらのパラメータをホログラフィー理論から決めればいいのか? このような考えに基づいて、2007年のクリスマス直前に計算結果が発表された¹²⁾。またしても、我々のグループを含む3つのグループによって同時に発表されたものである。この結果は、ただちにクォーク・グルーオン・プラズマのシミュレーションに応用された¹³⁾。その結果、ホログラフィー理論の予言(1)が、さらに精度良く検証されることにつながったのである。

8. その後の展開

このへんで我々の物語は終えることにしよう。しかし、この物語と並行して、あるいはこの物語の後にも超弦理論と実験の関係は続いている:

1. 今回取りあげたのは、クォーク・グルーオン・プラズマの流体力学的性質だったが、原子核物理

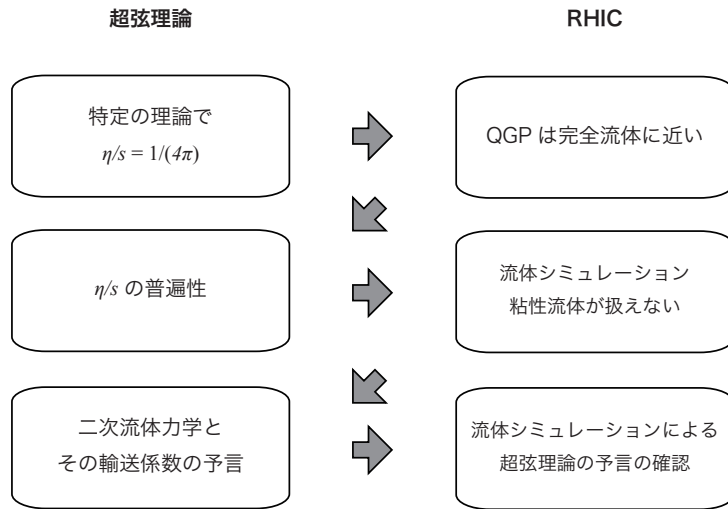


図 3 超弦理論と RHIC 実験のフィードバック. QGP はクォーク・グルーオン・プラズマの略称.

では他にもクォーク・グルーオン・プラズマに特徴的な現象が議論されてきた. ホログラフィー理論で, それらの現象を解析する研究も盛んにおこなわれている¹⁴⁾. また, 重イオン実験は LHC でもおこなわれているため, その結果も注目されている.

2. また, 今回取りあげたのは, QCD の非閉じこめ相の性質だったが, QCD の閉じこめ相についても議論されている. 特に, 酒井-杉本模型と呼ばれるモデルから求めたハドロンの性質は, 驚くほどの精度で実験結果と一致する¹⁵⁾. 本特集監修の橋本幸士氏も, この方面の研究で名高い.
3. ホログラフィー理論は, 物性にも応用されてきている. 特に発見から四半世紀経つものの, いまだに理論的な理解が十分でない高温超伝導が注目されている. QCD のようなゲージ理論は, 通常の物性理論では現れないということで, ホログラフィー理論の物性への応用には当初批判も多かったが, 徐々に市民権を得つつある (少なくとも超弦理論の分野では). これまでの主な成果として,
 - ホログラフィー理論でも超伝導が記述できることがわかっている¹⁶⁾.
 - 金属はフェルミ流体論で記述されるが, 高温

超伝導体は非フェルミ流体として振るまうことが知られている. ホログラフィー理論で, ある種の非フェルミ流体を記述することが可能になった¹⁷⁾.

9. まとめ

超弦理論と RHIC は, 理論と実験のフィードバックが非常にうまくいった事例だと思う. 当初はそれぞれ独立にはじまった理論と実験が, RHIC の発表によって関わりをもつようになり, たがいに刺激しあうことで理論・実験の結果がより精密になっていった様をみえてきた (図 3).

超弦理論による粘性の最初の結果は, 特定の理論に対するものだったが, クォーク・グルーオン・プラズマはほぼ完全流体という RHIC の発見と近かった. それに刺激されて超弦理論の研究が進み, 強結合プラズマでの粘性の普遍性が理論的に確立した. そうなると, クォーク・グルーオン・プラズマの粘性は本当に超弦理論の予言通りなのか検証しよう, という機運が出てきた. このため, 流体シミュレーションの研究が進んだが, 二次流体力学も扱う必要が出てきて, またその際に新たに現れる輸送係数をどう決めるのか, が問題になっ

た。そこで、超弦理論でそれらのパラメータを決める研究がおこなわれ、その値を参考にして流体シミュレーションがおこなわれた。結果、クォーク・グルーオン・プラズマの粘性は、確かに超弦理論の予言に近いことが判明した。

このように、あらためて歴史をふり返ってみると、RHICの公式発表で超弦理論が言及されたのは、やや先走っていた感がある。と言うのも、RHICの結果が本当に超弦理論の予言通りなのか、2005年の時点ではわかっていなかったからである。しかし、最初から厳密である必要もないのだろう。この公式発表が1つのきっかけとなり、理論・実験の関係が成熟していったのだから。

こういった理論と実験のフィードバックは、理論と実験の関係が密接な分野では、日常的に起こっているのだろう。この物語に学ぶべき教訓があるとすれば、もっとも重要な教訓は、理論と実験の関係は当初当事者たちですら思いもよらなかった分野間でも起こりうる、ということだろう。

草稿を読んで有益なコメントを寄せていただいた岡村隆さん（関西学院大学）、平野哲文さん（上智大学）に感謝します。

参考文献

- 1) 夏梅誠, 数理科学 2006年7月号; 数理科学 2008年2月号; 数理科学 2011年12月号; 日本物理学会誌 2007年9月号.
- 2) 夏梅誠, 超弦理論の応用—物理諸分野での AdS/CFT 双対性の使い方— (サイエンス社 SGC ライブラリ 93, 2012).
- 3) G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 081601 [hep-th/0104066].
- 4) *First Three Years of Operation of RHIC*, Nucl. Phys. A **757** (2005), issues 1-2.
- 5) <http://www.bnl.gov/newsroom/news.php?a=1303>
- 6) 引用数は以下のデータベースに基づく：
<http://inspirehep.net>
- 7) P. Kovtun, D. T. Son and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 111601 [arXiv:hep-th/0405231].
- 8) J. Mas, JHEP **0603** (2006) 016 [arXiv:hep-th/0601144];
D. T. Son and A. O. Starinets, JHEP **0603** (2006) 052 [arXiv:hep-th/0601157];
O. Saremi, JHEP **0610** (2006) 083 [hep-

- th/0601159];
K. Maeda, M. Natsuume and T. Okamura, Phys. Rev. D **73** (2006) 066013 [arXiv:hep-th/0602010].
- 9) D. Teaney, Phys. Rev. C **68** (2003) 034913 [arXiv:nucl-th/0301099].
- 10) A. Nakamura and S. Sakai, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 072305 [arXiv:hep-lat/0406009];
H. B. Meyer, Phys. Rev. D **76** (2007) 101701 [arXiv:0704.1801 [hep-lat]].
- 11) たとえば,
T. Hirano and K. Tsuda, Phys. Rev. C **66** (2002) 054905 [nucl-th/0205043].
- 12) R. Baier, P. Romatschke, D. T. Son, A. O. Starinets and M. A. Stephanov, JHEP **0804** (2008) 100 [arXiv:0712.2451 [hep-th]];
S. Bhattacharyya, V. E. Hubeny, S. Minwalla and M. Rangamani, JHEP **0802** (2008) 045 [arXiv:0712.2456 [hep-th]];
M. Natsuume and T. Okamura, Phys. Rev. D **77** (2008) 066014 [arXiv:0712.2916 [hep-th]].
- 13) ただちに応用された例として, たとえば,
M. Luzum and P. Romatschke, Phys. Rev. C **78** (2008) 034915 [arXiv:0804.4015 [nucl-th]];
H. Song and U. W. Heinz, Phys. Rev. C **78** (2008) 024902 [arXiv:0805.1756 [nucl-th]].
- 14) レビューとしては, たとえば
J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, arXiv:1101.0618 [hep-th];
O. DeWolfe, S. S. Gubser, C. Rosen and D. Teaney, arXiv:1304.7794 [hep-th].
- 15) T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113** (2005) 843 [hep-th/0412141].
- 16) レビューとしては, たとえば
G. T. Horowitz, Lect. Notes Phys. **828** (2011) 313 [arXiv:1002.1722 [hep-th]].
- 17) レビューとしては, たとえば
T. Faulkner, N. Iqbal, H. Liu, J. McGreevy and D. Vegh, arXiv:1003.1728 [hep-th].

(なつうめ・まこと, 高エネルギー加速器研究機構)