

## ゲージ重力対応と強い相互作用

夏梅 誠

### 1. 「場違いな」研究者たち？

この数年、原子核物理の分野は活況を呈しています。世界各地で毎月のように国際会議が開かれています。一つの理由は、あとで説明する「クォーク・グルーオン・プラズマ」を実現する実験、相対論的重イオン衝突型加速器 RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider、発音は「リック」) が運転を開始したからです。ところで、これらの会議ではしばしば奇妙な現象がみられます。それは、「場違い」とも思える研究者、超弦理論の研究者が参加していることです。超弦理論は、自然界の4つの力すべてを統一する最有力候補の理論だとされています。その超弦理論の研究者が、原子核物理の会議でいったい何をしているのでしょうか？ 実は、超弦理論の研究者は決して場違いというわけではありません。超弦理論の研究者も原子核物理の研究者も、「強い相互作用」を理解したいという共通のゴールがあるからです。そこで、ここでは超弦理論と強い相互作用の関係について書いてみたいと思います。

### 2. 強い相互作用の研究はなぜ必要か？

強い相互作用の理論、QCD が提案されてから30年以上になります。そもそも、なぜ強い相互作用の研究が今でも必要なのでしょう？ QCD のラグランジアンは一行で書けるシンプルなもの

です。しかし、30年以上たった今でも、十分に理解されているとは言えません。

素粒子物理学は他に類をみない精密科学です。たとえば、QED の結合定数、微細構造定数の場合、理論と実験は10桁もの精度で確かめられています。実に百億分の1という精度ですが、「標準模型」のなかでも QCD に関わる部分は様子が違っています。QCD でも精度よく比較ができる部分もありますが、それは一部の領域で、大部分の領域では精度が悪く、数分の1程度の誤差はあたり前です。

この問題は既存の現象を QCD で理解するときにもろん問題になりますが、新しい物理を探るうえでも問題になります。たとえばセルンの LHC は今年から運転が開始されますが、LHC は陽子・陽子コライダーなので実験結果の解釈には強い相互作用の理解が欠かせません。「標準模型」の他の部分が精密に検証されているということは、逆に新しい物理をみつけるのも困難で精密測定が欠かせないことを意味します。このような状況のなかで、QCD が十分に理解できていないことは問題になります。

このように QCD の理解が不十分なのは、強い相互作用という名前の通り、相互作用が強く摂動論の使える領域が限られているからです。QCD は高エネルギーで相互作用が弱くなることが知られています(漸近的自由)。このため、深部非弾性散乱と呼ばれる高エネルギーでの実験結果と QCD

を精度よく比較することができ、QCD が検証されました。一方、低エネルギーでは相互作用が強くなり、クォークやグルーオンはハドロンと総称される粒子のなかに閉じこめられ、ばらばらに取り出すことはできないと考えられています。しかし、このように相互作用が強い場合、QCD は十分には理解できていません。実際、クレイ数学研究所によって発表された「ミレニアム問題」の一つとして、閉じこめの問題には現在百万ドルの賞金がかけてられています (2000 年 5 月 24 日発表)。ミレニアム問題は数学の未解決問題のうち、重要と思われるものを集めたもので、それから百年さかのぼったヒルベルトの 23 の問題になったものです。

しかし、強結合で摂動論が使えないという状況は、逆に QCD では QED などよりずっと豊かな現象が期待できることを示唆します。実際、QCD は豊かな相構造を持つことが知られており、いまだに相構造の全体像は知られていません (図 1)。この図で「ハドロン相 (閉じこめ相)」の部分が、クォークが閉じこめられている相です。

一方、高温では多数の軽い粒子が励起され、それらが邪魔してクォーク同士に働く力が弱められます。これは電磁気学でも知られた「デバイ遮蔽」と呼ばれる現象です。<sup>\*1)</sup> この効果で非閉じこめが起きた相が、クォーク・グルーオン・プラズマです。この相の存在は理論的には以前から知られていました。しかし、このプラズマは実験室で創り出されたことがなかったものですし、ましてやその物理的性質など測られたことはありませんでした。RHIC はこのプラズマを実現して物理的性質を測ろうというはじめての本格的な実験です。

プラズマ相では非閉じこめが起こっているのです、一見すると摂動論が有効だと思われがちです。確かに、十分な高温ではこのプラズマは自由ガスのように振るまいます。しかし、現在の実験で実現しようとしている温度では、相互作用は十分に弱くはなりません。なぜなら QCD の結合定数は、

\*1) ただし QCD の場合、遮蔽されるのは電荷ではなく「カラー電荷」です。

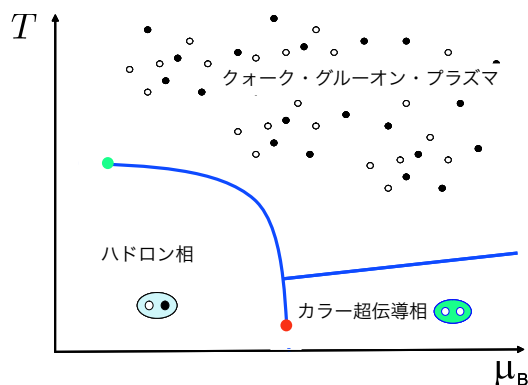


図 1 QCD の相図<sup>1)</sup>。縦軸は温度、横軸はバリオン化学ポテンシャル。これは模式図であり、他の相の存在の可能性についても相の境界についても、わかっていないことが多い。

エネルギーについて対数的に弱くなるだけだからです ( $1/\log E$ )。このためプラズマの性質を理論的に議論したくても、摂動論的 QCD の有効性はやはり限られています。そこで、やはり違う手段が求められています。<sup>\*2)</sup>

さて、このような各種の相構造を判断する一つの基準として、クォーク・反クォーク間のポテンシャルが使えることが知られています。そこで、本稿ではこのポテンシャルを通して、超弦理論が各相をどう記述するのかを説明します。

### 3. なぜ超弦理論?

超弦理論の研究者も強い相互作用に大きな関心を寄せています。これはなにもミレニアム問題の賞金に興味があるからではありません。

超弦理論が強い相互作用と関わりを持つのは、意外でもなんでもありません。超弦理論は、60 年代の終わりから 70 年代の初めにかけて、そもそも強い相互作用の理論として産声を上げたからです。もともと、実験結果が集まるとともに超弦理

\*2) なお、強結合で有用な手法としては格子数値計算があり、コンピュータの発達などから近年とくに有力になってきています。しかし、実時間形式ではなく虚時間形式であることから、この手法は平衡状態のような定常的な問題には強力ですが、RHIC 実験のような非定常的な問題には得意としていません。



図2 ストリングを使ったメソンのモデル。

論では不満な点が明らかになり、QCD が正しい理論であることがわかったため、この試みは挫折しました。

一方、超弦理論は重力も含めた統一理論として再出発することになりました。しかし、それでも超弦理論はなんらかの形で強い相互作用と関わりがあるという信念を超弦理論の研究者はずっと持ってきましたし、その方面での研究も続いてきました。これは単なる「意地」ではありません。定性的に多くの成功を取めたこと、そして実際的な御利益もあったからでしょう。つまり、摂動論的QCDが苦手とする領域こそ、強い相互作用の弦理論的な描像がよく成り立つ領域なのです。したがって、超弦理論と強い相互作用の関係が明らかになれば、強い相互作用を理解するうえで、超弦理論とQCDは相補的な役割を担うことができるからです。

たとえば、クォークと反クォークでできたメソンは、クォーク対をつなぐ「ストリング」でうまくあらわすことができます(図2)。このストリングは張力を持っています。したがって、クォーク対を引き離すには、ストリングの長さ  $L$  に比例したエネルギー  $E \propto L$  が必要になり、クォークを単独で取り出すことはできません。ストリングに注入したエネルギーが十分大きくなると、中間にクォークと反クォークが対生成されます。しかし、1本のストリングが2本にちぎれてしまうだけで、ストリングの端点にはやはりクォークがついているという意味で、クォークを単独で取り出すことはできません。このように、ストリングはクォークの閉じこめを自然に説明します。

また、QCD が登場したと言っても、QCD は強い相互作用としての超弦理論と相いれないものではありません。つまり、通常の力線は空間的に広がっていきませんが、クォーク・反クォーク間の力

線は広がらず「フラックス・チューブ」をなすと考えられています。少なくとも、このフラックス・チューブの太さが無視できる場合は、メソンのストリング模型に帰着すると考えるのは自然です。

このように、強い相互作用の物理と超弦理論はうまく対応しますが、多くの問題もありました。とくに

**問題1** ストリングを矛盾なく量子化するには、高次元時空が要求されます。ボゾンだけのストリングの場合は26次元時空、フェルミオンも含んだストリングは10次元時空ではないと無矛盾になりません。

**問題2** クォークをつなぐストリングとして閉じこめは記述できましたが、QCD で出てくるのは閉じこめポテンシャルだけではありません。クォーク間の距離が小さくなれば、フラックス・チューブの太さが無視できなくなり、通常の力線に似てきます。その結果として、ポテンシャルはクーロン型になります ( $E \propto -1/L$ )。しかし、単純なストリング模型では、この効果は記述できそうにありません。またプラズマ相では、熱的に励起されたクォーク・反クォーク対によって、ストリングがちぎれやすくなってデバイ遮蔽が起こります。ここでもやはり、ストリングによる記述は適切ではなくなるように思えます。つまり、ストリング模型は閉じこめのモデルにすぎないように思えます。超弦理論が確かにQCDをあらわすのなら、相図の全体が議論できるべきでしょう。

このような問題から、強い相互作用と弦理論の対応には、明らかになにか欠けた点がありました。これらの問題を部分的に解決したのが、「ゲージ重力対応」という考えです。ゲージ重力対応によると、ゲージ理論に対応するのは、実は平坦な時空での超弦理論ではありません。むしろ曲がった時空での超弦理論です。典型的な例では、この時空は5次元反ド・ジッター時空(以下 AdS)として知られているものです。

曲がった時空を導入することで、なぜ上記の間

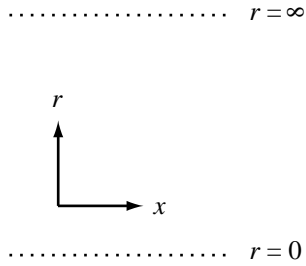


図3 模式的に描いた AdS 時空

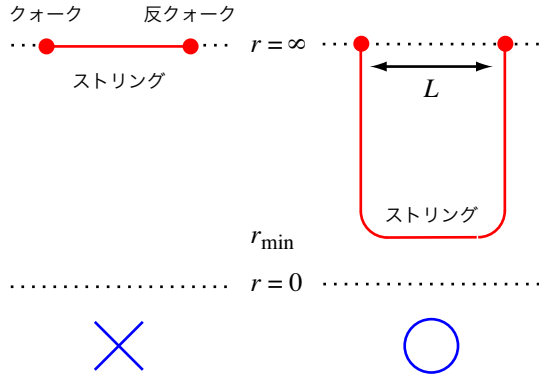


図4 水平に伸びたストリング (左) は最低エネルギー状態ではなく、AdS 時空の内部に入ったものが最低エネルギー状態になる。

題が回避できるのかみてみましょう。まず問題1ですが、曲がった時空の場合でも全体としては10次元時空になっています。<sup>\*3)</sup> もっとも、AdS 時空は、部分空間として4次元の平坦な時空を含みます。この部分空間が、ゲージ理論の住む時空として同定されます。曲がった高次元時空と言っても、4次元の平坦な時空に住むゲージ理論とは矛盾しないのです。

#### 4. 曲がった時空でのクォーク・ポテンシャル

##### 4.1 基本的な考え方

つぎに問題2に移りましょう。ゲージ重力対応でのクォーク・ポテンシャルの基本的な考え方を理解するために、まずゲージ重力対応の一番簡単

\*3) 全体としての時空は AdS と 5次元球面との直積です。5次元球面は単に全体の次元を 10 にあわせるためだけのものではなく、重要な役目を担っています。

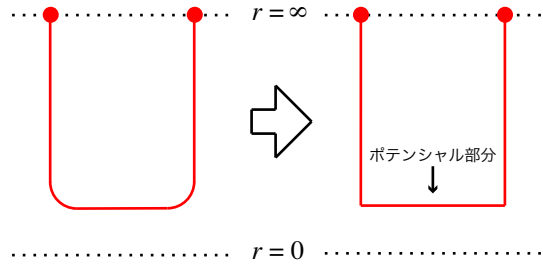


図5 クォークをつなぐストリング (左) を近似的に長方形のストリングであらわす (右)。水平に伸びたストリングのエネルギーが、クォーク・ポテンシャルをあらわす。

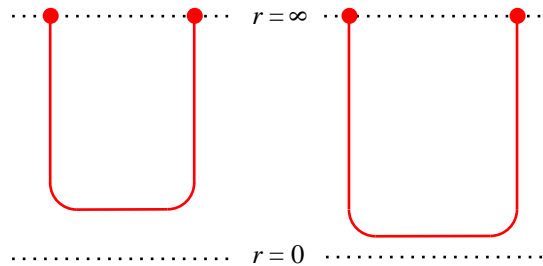


図6 クォーク間の距離を変えたときのストリングの振るまい。Lを大きくすると、ストリングの下端  $r_{\min}$  は  $r_{\min} \propto 1/L$  のように下がってくる。

な場合、AdS 時空を考えます。そして、QCD の短距離で出てくるようなクーロン・ポテンシャルが、曲がった時空から出ることをみます。

図3は AdS 時空を模式的に描いたものです。水平方向はゲージ理論の住む3次元空間の1つをあらわし、垂直方向は AdS 時空の動径方向をあらわします。動径方向は、適当な座標  $r$  で  $r=0$  から  $r=\infty$  まで拡がっていますが、図示する都合上縮めて描いています。クォーク自体は、 $r=\infty$  に住むとされます。

AdS 時空は曲がっているので、線素は単純に平坦なものではなく

$$ds_{\text{flat}}^2 = -dt^2 + dx^2 + \dots$$

$$\rightarrow ds_{\text{AdS}}^2 = r^2(-dt^2 + dx^2 + \dots) \quad (1)$$

と  $r^2$  の因子がかかっている点が特徴です。<sup>\*4)</sup> ゲー

\*4) 以下の議論では、 $r$  方向の線素の具体形は必要ないので省

ゲージ理論での時間・長さは  $t, x$  の値で測られます (つまり  $r^2$  の因子をかけない)。しかし、これは曲がった時空本来での線素とは違うという点がポイントです。ゲージ重力対応の多くの効果は、このことだけから理解できます。

クォーク間の距離を  $L$  とします ( $\Delta x = L$ )。ゲージ重力対応でも、クォーク・ポテンシャルはクォークをつなぐストリングによってあらわされます。一見すると、この場合でもクォークを  $r = \infty$  で水平に伸びたストリングでつなげれば良さそうに思えます (図 4)。しかし、これではストリングの長さは最短にはなりません。曲がった時空では、座標間隔が必ずしも本当の距離 (固有長さ) をあらわすわけではないからです。この図は固有長さを適切にあらわしてはいないので、この点注意が必要です。実は、AdS 時空の場合、いったん時空の内部 ( $r \neq \infty$ ) に入った方がストリングの固有長さは短くなります。<sup>\*5)</sup>

くわしい解析によると、このストリングは大雑把に言って2つの部分にわけられます。第一の部分はほぼ垂直に伸びた部分で、第二の部分はむしろほぼ水平に伸びた部分です。したがって、ここでは簡単化のために、このストリングを近似的に長方形のストリングで置き換えることにしましょう (図 5)。このうち、クォーク・ポテンシャルに相当するのは、第二の部分です。クォーク間の距離  $L$  を伸ばしたときに変化するのはこの部分だからです。一方、垂直部分はあまり変化しないので、この部分はほかのクォークとは無関係で、もともとクォークが持つ質量をあらわしていると考えることができます。

ポテンシャルを計算するには、もう少し情報が必要です。まず、実際に計算するとストリングの下端  $r = r_{\min}$  は

$$r_{\min} \propto 1/L \quad (2)$$

となります (図 6)。また線素 (1) から2つの帰結

略してあります。

\*5)  $x$  方向の線素には  $r^2$  の因子がかかっているので、原点近くの方が固有長さ  $r\Delta x$  は短くなります。

が考えられます。第一に、水平方向の固有長さは  $rL$  なので、ストリングのエネルギーも

$$E_{10} \propto rL \quad (3)$$

となります。第二に、このエネルギー  $E_{10}$  は10次元時空の立場でのエネルギーで、ゲージ理論の立場でのエネルギーではありません。式 (1) にあるように、時間方向にも  $r^2$  がかかっているからです。ゲージ理論の立場での時間はあくまで  $t$  なので、 $E_{10}$  をゲージ理論のエネルギー  $E_{\text{ゲージ}}$  に直してやる必要があります。一般相対論の言葉では、この因子  $r^2$  は重力赤方偏移をあらわします。<sup>\*6)</sup> 式 (1) から、10次元での固有時間  $t_{10}$  とゲージ理論の時間  $t$  のあいだに  $t_{10} = rt$  の関係が成り立つので、エネルギーの関係はこの「逆」つまり

$$E_{\text{ゲージ}} = rE_{10} \quad (4)$$

となります。そこで最終的にほしいポテンシャルは式 (2) も使って

$$E_{\text{ゲージ}} = r_{\min} E_{10} \propto r_{\min}^2 L \sim O(1/L) \quad (5)$$

このようにクーロン型のポテンシャルとなり、<sup>\*7)</sup> 閉じこめポテンシャル  $E \propto L$  にはなりません。つまり、曲がった時空を使うことで超弦理論でも非閉じこめポテンシャルを記述できることがわかります。

後ほど必要になるので、メトリックが式 (1) 以外の場合でのポテンシャルを求めておきましょう。これまでの議論を一般の場合でくり返すことで、エネルギーは

$$E_{\text{ゲージ}} = \sqrt{-g_{00}} E_{10} \propto \sqrt{-g_{00} g_{xx}} L \quad (6)$$

となることがわかります。ただしメトリックには、ストリングが水平に伸びた場所でのものを使います。式 (1) の場合、式 (6) から式 (5) が出てくることを確かめてみてください。

\*6) ブラックホールの場合、この赤方偏移から地平面近傍では時間がゆっくり進むように見えるといった一見奇妙な振るまいが出てきます (4.2 節)。

\*7) 本当のクーロン・ポテンシャルなら  $E \sim -1/L$  となるはずですが、この方法では符号までは再現できません。これは、ストリングを粗っぽく図 5 のように近似したためです。

#### 4.2 閉じこめ相

一方、ゲージ重力対応は、昔の超弦理論が定性的に記述した閉じこめポテンシャルを記述することもできます。実は、単純な AdS 時空は QCD ではなく、 $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論と呼ばれる理論に対応します ( $\mathcal{N}$  は超対称性の数)。 $\mathcal{N} = 4$  理論には、温度ゼロでも閉じこめ相が存在しないことが知られています。さきほどの計算ではクーロン・ポテンシャルしか出てこないのはこのせいです。QCD に近い理論を記述するには、単純な AdS 時空を修正する必要があります。

ゲージ理論が変われば、どのような曲がった時空が必要なのかについてはいろいろな場合で知られていますが、ここでは議論を単純化するために簡単なモデルを使いましょう (図 7)。このモデルは、 $r = \infty$  から  $r = 0$  まで広がった AdS 時空を  $r = \infty$  から  $r = r_0$  までで切り取ったものです。

時空をいじったとは言え、ストリングが空間の端  $r_0$  から十分離れている場合は、影響はありません。4.1 節と同じでクーロン・ポテンシャルが出てきます。しかし、クォーク間の距離  $L$  が大きくなると新しい効果が生まれます。

さきほど、AdS 時空ではストリングの下端は  $r_{\min} \propto 1/L$  となりました。しかし、この切り取られた AdS 時空の場合、 $L$  が十分長くなると、ストリングは  $r = r_0$  に達してしまいそれより先には行けません。したがって、水平に伸びたストリングのエネルギーは式 (6) から

$$E_{\text{ゲージ}} = r_0^2 L \sim O(L) \quad (7)$$

となり、確かに閉じこめポテンシャルが出てきます。

このように、ゲージ重力対応は昔の超弦理論の利点を生かしながら、その欠点を補うことができます。

#### 4.3 プラズマ相

つぎに有限温度、つまりプラズマ相に移ってみましょう。ゲージ重力対応によると、有限温度のゲージ理論に相当するのは単純な AdS 時空ではなく、ブラックホールのいる AdS 時空です (図 8)。

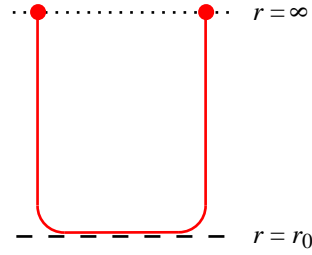


図 7 切り取られた AdS 時空の場合、クォーク間の距離が大きくなるとストリングは空間の端  $r = r_0$  に到達してしまう。

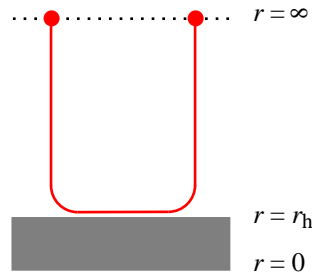


図 8 プラズマ相の場合、 $r = 0$  から  $r = r_h$  の部分はブラックホールをあらわす。

どうしてブラックホールが有限温度のゲージ理論に対応するのか詳細は省きます<sup>2,3)</sup>、一つの理由はブラックホールも有限温度系だからです。ブラックホールは量子効果により温度を持ちます (ホーキング放射)。さらに、ブラックホールの性質は熱力学の第ゼロ法則から第三法則と同じ形でまとめることができます。このため、ブラックホールも通常の熱力学量で指定できます。

有限温度の場合は、 $r = r_h$  にブラックホールの地平面があります。もっとも、この場合もブラックホールから十分離れていれば近似的に AdS 時空なので、ポテンシャルはクーロン型になります。しかし、ストリングが地平面に到達すると新しい効果が生まれます。

ブラックホールの場合、時間方向の線素が地平面近傍で特徴的な振る舞いをします。このため、 $E_{10}$  と  $E_{\text{ゲージ}}$  の関係 (4) が修正されます。これを理解するには、ふつうのシュワルツシルド・ブラックホールを使えば十分です。シュワルツシルド

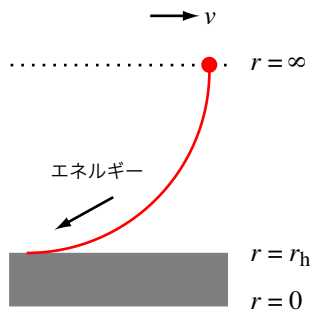


図9 ゲージ重力対応によるジェット抑制。

ド・ブラックホールの場合、時間方向の線素は

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_h}{r}\right) dt^2 + \dots \quad (8)$$

であり、地平面  $r = r_h$  で  $g_{00}$  がゼロになります。このことは  $t$  を時間として使う遠方の観測者の立場では、地平面近傍での時間は止まって見えることを意味します。あるいは、地平面近傍ではエネルギーがゼロになるように見えます。

今の場合も同じで、実際式 (6) から

$$E_{\text{ゲージ}} \sim 0 \quad (9)$$

となります。水平方向のストリングはエネルギーには寄与しないということですが、このことはクォーク間に力が働かないことを意味します。結局、クォークを十分離してしまうと、クォーク間に力が働かないこととなります。これがゲージ重力対応によるデバイ遮蔽です。

### 5. クォーク・ポテンシャルの再来

前節で説明したポテンシャルの議論は、1998年にゲージ重力対応が本格的に唱えられてから2週間もしないうちに提案され、1か月もたたないうちにさまざまな拡張も試みられました。ところが、それから8年もたった2006年になって、このような単純な議論に再度スポットがあてられています。

もっとも、何か本質的な部分で変更があったわけではありません。1998年当時、このような計算はゲージ重力対応の証拠の一つとしてなされてお

り、実際の応用を念頭に置いたものではありませんでした。超対称ゲージ理論は現実のQCDとは違うので、そのような計算を応用するにあたって心理的な抵抗もあったのでしょう。しかし、RHIC実験などで観測される状況に応じて、さまざまな効果を真剣に計算してみようという試みが、最近では果敢におこなわれています。

2節でふれたように、プラズマ相でも摂動論的QCDはあまり有効な手法ではありません。このため、まずプラズマ相に特有の現象はなにかが議論の焦点の1つになってきました。現在までに議論されている現象としては

1. 小さな「ずり粘性」
2. ジェットの抑制 (ジェット・クエンチング)
3.  $J/\Psi$  抑制

などがあります。どの現象も超弦理論の枠内で議論されるようになりました。(現象1については文献2,3)、現象3については文献3,4)を参照)

たとえば、ジェットの抑制をみてみましょう。ハドロンの散乱では、しばしば「ジェット」が生成されます。ジェットはほぼ同じ方向に生成された多数のハドロンです。しかし、ジェットがプラズマ中にできるとジェットのエネルギーが媒質に吸収され、ハドロンの観測数が抑制されます。これがジェットの抑制です。

これまではポテンシャルを考えるために、静かなクォークを考えてきました。しかし、この効果の場合、クォークがどうエネルギーを失っていくのかに興味があります。したがって、今度はクォークをあらゆるストリングを  $x$  方向に速度  $v$  で動かすことにしましょう (図9)。すると、ストリングは図のようにたなびきます。ストリングがたなびくのは、ブラックホールにエネルギーが渡されるためです。したがって、ストリングが失ったエネルギーをクォークがプラズマ中で失うエネルギーだと解釈することができます。

この提案は4つのグループから独立にされ、1週間のうちにあいついで論文が出ました。また、その週のうちからこれらの提案を拡張する試みもなされ、大いに盛りあがったようです。ただ、同

時に安易な論文やいい加減な論文も少なくなかったようです。

本稿執筆にあたり、共同研究者で原稿を読んでいた岡村隆氏（関西学院大学）に感謝します。

#### 参考文献

- 1) T. Hatsuda, arXiv:hep-ph/0702293.
- 2) 夏梅誠、「ブラックホールとクォーク・グルーオン・プラズマ」数理学 2006 年 7 月号；夏梅誠、「超弦理論とクォーク・グルーオン・プラズマの『予期せぬつながり』」日本物理学会誌 2007 年 9 月号。
- 3) M. Natsuume, “String theory and quark-gluon plasma,” arXiv:hep-ph/0701201.
- 4) M. Natsuume, Nature Phys. **3** (2007) 297.

(なつうめ・まこと, 高エネルギー加速器研究機構)