

ブラックホールの謎に迫りつつある超弦理論

夏梅 誠* (高エネルギー加速器研究機構)

超弦理論は、全ての力を統一する統一理論の唯一の候補である。近年、この超弦理論の進歩によって、ブラックホールにまつわる長年の謎が解明された。さらに、通常の量子力学の法則がブラックホールに対して成り立っているかは以前より論争的となっていたが、今やそれを疑う理由もない。

1 はじめに

この宇宙にブラックホールが存在するのは確実である。ブラックホールというと、一般には大変強い重力を持つというイメージがある。しかし、十分に巨大なブラックホールに対しては、ブラックホールの周りの重力もブラックホールの密度もいくらかでも小さくなりうる。そして一般相対論は弱い重力のもとでは大変よく検証されている。したがって理論的にはブラックホールの存在を疑う理由は何もない。存在しない方が不思議である。

また近年の天文学では、ブラックホールは宇宙の理解に欠かせないものとなっており、ブラックホールの候補もいくつも見つかっている。たとえば、X線連星型のブラックホールの候補としては、Cyg X-1 (はくちょう座), LMC X-3 (大マゼラン雲) など、また銀河中心核に潜むと思われる巨大ブラックホールの候補としては M87¹, M 106²などが知られている。それどころか、銀河中心核のほとんどには巨大ブラックホールが潜んでいると考えられているようである。

宇宙ではこれほどブラックホールが月並みな存在であるのにもかかわらず、我々はブラックホールを理解しているとは言い難い。しかし近年、素粒子理論でブラックホールを巡る長年の謎の一つが解明されたということで、大きな話題となった。しかも、この発展からさまざまなアイデアが派生してきており、その後の発展にも大きな役割を果たしている。

1.1 ブラックホールになぜ素粒子理論？

素粒子理論はミクロのレベルでの基礎法則を探る学問である。とするとブラックホールと素粒子論は、一見すると関係がないように思える。なぜ素粒子論の専門家は、ブラックホールに目を向けることになったのだろうか？

我々は今日では量子力学に極めてなじんでいるために、全ての法則が量子力学で書き下せることを当たり前だと思っている。しかし、このことは重力が入ってくると決して自明ではない。

*<http://research.kek.jp/people/natsuume/>

¹銀河系にもっとも近いおとめ座銀河群の一つ。ジェット付きの楕円銀河として有名で、天体写真集などによく掲載されている。

²りょうけん座。シャルル・メシエによって編集されたメシエカタログ自体は M 103 で終わっており、「M106」は後年追加されたものの一つ。そのためか別名である NGC 4258 を使っている文献もある。これら2つの銀河のように、メシエカタログも後半になると暗いものが多い。とは言え、メシエ自身も小口径の望遠鏡を使っていたので、どちらの銀河も詳しい形はともかく小口径でも見ることはできる。

実際、重力の基礎理論、一般相対論は古典論であり、その意味ではニュートンの重力理論からほとんど進歩していない。そして、一般相対論と量子力学を融合しようという試み（量子重力理論）は、過去半世紀以上にわたって成功を取っていない。

現在は量子重力の大御所として知られるブライス・デウィット（Bryce DeWitt、テキサス大学オースティン校）は、若かりし頃パウリに「量子重力の研究をしたい」と語ったという。パウリの返答は「頭のいい人間じゃなきゃできない問題だな」というものだった。したがって、量子重力理論が知られていないのは、単に我々が十分賢くないだけかもしれないが、そもそも一般相対論と量子力学は相いれないという可能性もある。この可能性は、最初にホーキング（Stephen Hawking、ケンブリッジ大学）によって指摘されたが、ブラックホールが関係する物理現象を考えると、無視できない可能性として出てくる。このため、基礎法則を探すという素粒子論の目的を達成するうえでも、ブラックホールを理解することは極めてプライオリティの高いことなのである。

さて、一般相対論自体を量子化することは、さまざまな理由から困難と見られている。しかし、素粒子論では一般相対論に変わる有力な重力理論が知られている。それが超弦理論である。超弦理論は、全ての力を統一する統一理論の候補として研究されているが、現時点で重力を量子化できる唯一の理論でもある。このため、超弦理論を使い、量子重力やブラックホールについて何がわかるかという研究が近年活発になってきた。

コラム1：超弦理論はなぜ有用？

これまでに統一理論としてさまざまな理論、アイデアが提案されてきた。それらは理論としては優れていたにもかかわらず、いずれも不満足な点があった。これらのアイデアは、超弦理論として統合されて始めて理論的に満足なものとなった。結局のところ、これまでのさまざまな統一理論は、単に超弦理論の部分部分しか見ていなかったのである。つまり、超弦理論は「アイデアの統一」とでも言える面も持っている（図1）。

超弦理論には、現在までに理論家の考え出したさまざまな理論が統合されている。したがって素粒子論の理論的な発展は、必ず超弦理論で調べられることを意味する。しかも、超弦理論は単なる種々の理論の寄せ集め以上のものである。このことが、通常の場合の理論の枠組みでは調べられないことまで教えてくれる。事実、現在までに超弦理論を通してさまざまな理論的な発展があった。それどころか多くの理論的な発展は、まず超弦理論から始まる。例は枚挙にいとまがないが、たとえば超対称性はそもそも超弦理論で「発見」されたものである。

もちろん、理論は実験で検証されなければいけない。この点で超弦理論はしばしば批判を受けてきた。将来、実験で超弦理論が否定されるかも知れない。しかし理論家のこれまでの努力が無に帰することはありえない。仮に将来、違う理論が本当の統一理論であることがわかって、それまでに我々は統一理論、量子重力についてさまざまなことを学んでいるであろう。今回のブラックホールについての発展もその一例である。

とは言え、この分野の研究者は統一理論の教訓を求めて、超弦理論を研究しているわけではない。やはり超弦理論が統一理論として確からしいから、研究しているのである。超弦理論は、現在の素粒子理論全体の発展をリードしてきており、しばしば相対論などの他分野にも影響を及ぼしてきている。しかし、これはやはり超弦理論が統一理論もどきではなく、真の統一理論として十分なほど理論的内容が豊かだからであろう。

したがって、われわれに欠けているものは違う統一理論ではない。むしろ、超弦理論のよりよい理解、全体像である。現在のところ、実験で超弦理論が検証できないのも、明確な予言ができるほどわれわれが超弦理論を理解していないせいである。これは、物理理論の歴史におい

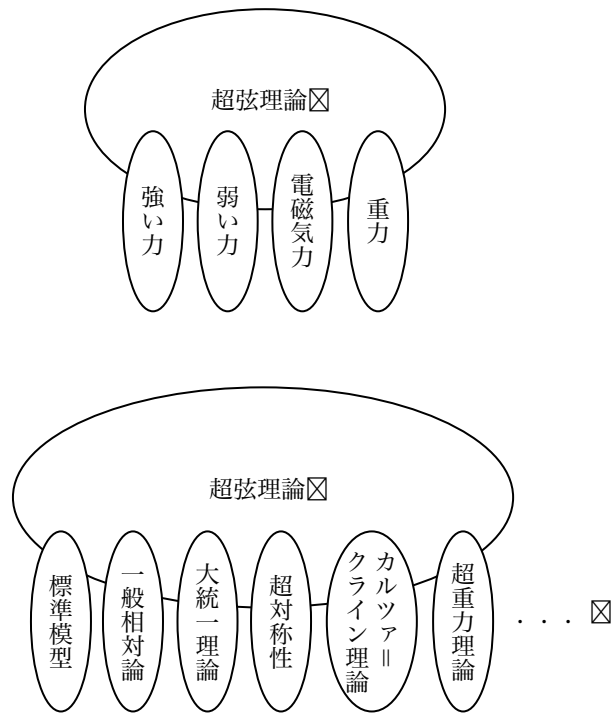


図 1: 超弦理論は全ての力の統一理論というだけではなく（上の図）、「アイディアの統一理論」でもある（下の図）。これまでに提唱されたさまざまな理論的なアイディアが、超弦理論には自然に実現されている。超弦理論の立場からすれば、これまでの統一理論は単に超弦理論の部分部分を見ていたに過ぎない。

てしばしば見られる現象で、珍しいことではない。そして真に理解するには、理論を真剣に検討し続けるしかない。

ワインバーグ（Steven Weinberg、テキサス大学オースティン校）は、「私たちの誤りはわれわれの理論をあまりに真剣に受け取ることではなくて、われわれの理論を充分真剣に受け取らないことである」と述べている（「宇宙創生はじめの三分間」）。これは、3K 宇宙背景輻射はビッグバン理論の自然な帰結であり、いくつかのグループによって予言されていたのに、なぜ偶然発見されるまで誰も背景輻射を探そうとしなかったのか、という点について述べたものである。われわれは超弦理論にもこのステートメントが当てはまると思う。統一理論、量子重力の理論としてきわめて有望な理論が知られている。ならばそれは真剣に取り上げるだけの価値がある。

2 ブラックホールとその謎

2.1 ブラックホール

ブラックホールは、物質が重力に引かれて収縮していくという現象（重力崩壊）の結果として生まれる。重力の観点からいえば、これは星よりも自然な現象である。重力は常に引力として働く。このため、何らかの外向きの力がなければ、重力に対抗して安定でいることはできない。星は、核反応から生じる圧力によって星を支えている。しかし、十分な質量を持つ星は、核反応を終えるともはや重力に対抗できる圧力を生み出すことができなくなり、重力崩壊を起こすしかない。

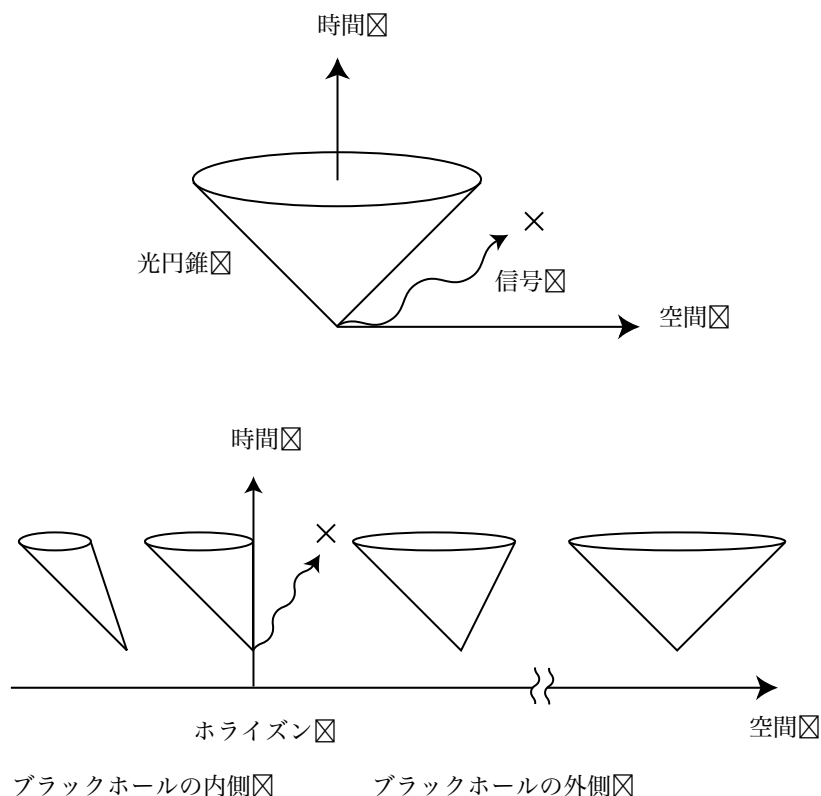


図 2: 光円錐。原点での事象は光円錐の外には影響を及ぼすことができない（上の図）。ブラックホールのホライズンは「傾いた」光円錐にすぎない。このため、ホライズンの外へは情報が逃げ出すことができない（下の図）。このことは光速が一定であるという、特殊相対論の原理に矛盾するように見えるが、そうではない。実際には、光速はどこでも一定である。光円錐が「傾いて」見えるのは、表現の様式がもたらしているにすぎない。

重力崩壊により星がある臨界半径以下に縮むと、星からの光は外には脱出できなくなる。光が外に出られない領域がブラックホールであり、この境界をホライズン（事象の地平面）と呼ぶ。ホライズンの半径は、シュヴァルツシルト半径とも呼ばれるが、

$$(\text{シュヴァルツシルト半径}) = \frac{2GM}{c^2} \quad (1)$$

で与えられる。ここで G は 4 次元のニュートン定数、 M はブラックホールの質量、 c は光速である。

ブラックホールを初めて学ぶと、ホライズンはいったい奇妙な概念に思えてしまう。しかし、実際にはホライズンには何も不思議なことはない。特殊相対論になじみのある読者なら光円錐について聞いたことがあるだろう。光円錐は原点での事象と因果的に影響しうる境界をあらわす（図 2）。特殊相対論と同様、一般相対論も四次元幾何学についての理論であり、理論の主要な要素は光円錐の構造にある。ホライズンはこの光円錐にすぎない。事象は、光円錐の外側には影響を及ぼすことはできない。同様に、ホライズンもホライズンの外へは影響を及ぼすことができない。重力の影響のため、光円錐の内部の領域が空間の特定の領域に限られるという点が特殊相対論と違うにすぎない。要するに、ホライズンは因果律から要請されるのである。

なお、さきほどから「半径」という言葉がでてくるが、ブラックホールの場合半径という言葉は注意してあつかう必要がある。確かに、シュヴァルツシルト半径は、特定の座標系でパラメーターづけしたときの「中心」からホライズンまでの値である。しかし相対論では物理的に

第0法則 熱平衡で T 一定 ホライズンで表面重力 κ は一定

第1法則 $dE = TdS$ $dM = \frac{\kappa}{8\pi G} dA$

第2法則 $dS \geq 0$ $dA \geq 0$

第3法則 $T = 0$ は到達不可能 $\kappa = 0$ は到達不可能

図 3: 熱力学とブラックホールの法則の比較。熱力学に対応して常にブラックホールの法則がある。 M はブラックホールの質量、 A はホライズンの面積、表面重力 κ は、静止している観測者が感じる重力の強さである。

意味を持つ距離は、不変線素だけである。不変線素による中心からの距離は、シュヴァルツシルト半径とは違う。とは言え、不変線素による定義にもあいまいさがある。ホライズンの中の時空は同じブラックホールでも変わりうる。ところが、われわれにはブラックホールの外しか観測できないので、外からブラックホールの半径を決定することはできない。ここで使っている半径とは、ブラックホールの外から観測できるホライズンの円周を 2π で割った値である。つまり、球体であるホライズンに、平坦な時空での半径の定義を用いたものである。これはシュヴァルツシルト半径に一致する。今後、ブラックホールの半径とかサイズというときには、常にこの意味で使う。

2.2 ブラックホール「熱力学」

さて、いったん星がブラックホールになり定常状態に落ちつくと、ブラックホールは質量、角運動量、電荷のみで指定される（ノーヘア定理）。つまり、ブラックホールはもとの星の他の性質、たとえば形や組成などにはよらない。逆に言えば、少数の初期条件にのみ制限されるので、一つのブラックホールには様々な作り方があることになる。

ホライズンの半径はブラックホールの質量に比例するため、物質がブラックホールに落ち込むとホライズンの面積は増大する。増え続ける一方であるこの量は、熱力学のエントロピーを思い起こさせる。そこで、このエントロピーのような量をブラックホール・エントロピーと名付けよう。実は第2法則に限らず、ブラックホールの古典的な性質は熱力学の第0～第3法則の形でまとめることができる（図3）。

この対比からブラックホールは表面重力 κ に比例した温度を持つのではないかと考えられる。事実 1974 年、ホーキングは量子効果により、ブラックホールが κ に比例した温度の黒体輻射をおこなうことを示した。ブラックホールの法則と熱力学の関係は大変印象的であるので、これは単なるアナロジーではなく、ブラックホールの法則はブラックホールに応用された熱力学なのではないか、という推測をしたくなる。

しかし、ブラックホールの法則が実際に熱力学であることを示すことは難しい。なぜなら、そもそも曲がった時空の場合に、どう熱力学を定義すればよいのかすら明確ではないからである。熱力学では平衡状態という概念が重要であるが、重力がある場合には熱力学的な平衡状態は存在しない（ジーンズ不安定性）。そもそも物体が重力で集まり、ひいては重力崩壊をしブラックホールになること自体がそのことを物語っている。

しかも、古典的にはブラックホールからは何も出てこない。したがって古典論の範囲内では、ブラックホールの法則は物理的には熱力学にはなり得ない。このためホーキング輻射と同様、ブラックホール・エントロピーも量子効果を考えて初めて説明できると考えられる。実際、ホーキングにより輻射の温度は $T = \hbar\kappa/2\pi$ と求められたので、³第1法則からエントロピーは

$$S_{BH} = \frac{A}{4G\hbar} \quad (2)$$

となることが期待される。ブラックホール・エントロピーはプランク定数 \hbar を含んでいるため、プランク定数ゼロの古典極限では無限大になってしまう。もっとも、このような状況は目新しいものではなく、19世紀の終わりにも物理学者が遭遇したものである。古典電磁気学によると、黒体は無限大のエネルギーを放出し（レイリー＝ジーンズの法則）、無限大のエントロピーを持つ。いわゆる黒体輻射における紫外カタストロフィーの問題である。しかし、これは古典的な場の理論では、短距離でいくらかでも自由度が存在することの現れに過ぎない。黒体輻射の場合は、電磁場の量子化によりこの問題は解決された。同様に、ブラックホール・エントロピーを実際に導くためには重力も含めた量子化がカギになると考えられる。

2.3 インフォメーション・パラドックス

ホーキング輻射の発見により、熱力学の法則との対応はより明らかになった。しかし、ホーキング輻射は一方でより深刻な問題を引き起こした。ブラックホールはホーキング輻射により、しだいに蒸発していく。ブラックホールが何も残さずに蒸発しきったとすると、どうなるのか？ホーキング輻射は熱輻射であるので、これは始状態を指定しても終状態は確率的にしか予言できないことを意味する。ここで言う確率は、量子力学的な確率のことではなく、統計力学的な確率のことであることに注意されたい。この2つの確率は全く違った概念である。こうして、我々はパラドックスに直面することになってしまう。量子力学による予言を突き詰めていくと、量子力学と矛盾してしまう点がパラドックスである。このパラドックスも、ホーキングによって始めて議論された。

この問題は太陽とどう違うのだろうか？たとえば、この「パリティ」を太陽に投げ落としたとすると、雑誌は燃え尽き太陽からは熱輻射のみが観測される。このためブラックホールと同じく、現実的には雑誌の「情報」は失われてしまう。しかし、太陽が量子力学に矛盾するとは誰も考えない。なぜだろうか？これは太陽の場合、原理的には微視的な状態を追跡できるという確信があるからである。太陽からの輻射は実は厳密には熱輻射ではない。そして熱輻射からのズレの知識から、雑誌の「情報」を再構成できるはずである。熱輻射からのズレが「情報」を運んでいるのである。熱輻射が得られるのは、微視的状态のアンサンブル平均をとっているからに過ぎない。

ブラックホールの場合はそうは言えない。まず第一に、ブラックホールに落とされた雑誌はホライズンを横切るはずである。ところがホライズンの中からは信号を外に送ることはできない。したがって、この場合もホーキング輻射が厳密には熱輻射ではなく情報を運んでいるとすると、因果律を破ることになってしまう。第二に、重力の量子化なしには微視的な状態は追跡できない。

要するに、ブラックホール・エントロピーがエントロピーであることを示すには、微視的状态を数え上げる必要がある。また、インフォメーション・パラドックスを解くためにも、微視的状态を追跡できることが望ましい。しかし、これらは重力の量子化なしには答えられない。

³ここでは $c = k_B = 1$ の単位系を使う。今後は $\hbar = 1$ も使う。

コラム2：パラドックスをどう解くか？

パラドックスが生じるのは、ふつう議論に含まれていた仮定が何か間違っているからである。どの仮定が間違っているのかについては、これまでにさまざまな提案がなされている。主なものは以下のものである：

- シナリオ1：「情報」は本当に失われるので、量子力学は修正しなくてはならない。(ホーキングのもともとの立場)
- シナリオ2：実はホーキング輻射に「情報」が漏れだしている。量子力学は修正しなくても良い。
- シナリオ3：ブラックホールは蒸発しきらずに、微視的なものが残る。これが「情報」を蓄えている。
- シナリオ4：そのほか。

1993 年夏、カリフォルニア大学サンタバーバラ校では相対論と素粒子論の研究者を集めて、ブラックホールについての国際会議が開かれた。この会議のオープン・ディスカッションでは、この問題についての「投票」がおこなわれた。投票結果は、

| 可能性 | 「得票数」 |
|-------|------------|
| シナリオ1 | 25 人 (32%) |
| シナリオ2 | 39 人 (51%) |
| シナリオ3 | 7 人 (9%) |
| シナリオ4 | 6 人 (8%) |
| 計 | 77 人 |

となった。つまり、ホーキング輻射は厳密には熱輻射ではないというシナリオ2が半数を占めている。最近の発展を考えると、現在投票がおこなわれると結果は少々変わってくるであろう。特に §5 で述べるように、今回の発展はシナリオ2を支持するため、シナリオ2はますます「人気」が高まっていると思われる。他の可能性の率についてははっきりしないが、おそらくシナリオ3の人気はさらに減少していると想像される。

3 弦とブラックホール

3.1 超弦理論

超弦理論における基本的な物体は、素粒子ではなくプランク長さ ($\sim 10^{-33}$ cm) 程度のきわめて小さな拡がりを持つひもである。しかし、プランク長さはきわめて小さな長さなので、巨視的にはひもは素粒子と見なせる。

ひもが振動すると、振動はエネルギーを持つので、巨視的には振動のエネルギー分の質量を持つ素粒子として見える。さらに振動のエネルギーが違えば、それぞれ異なる質量を持つ素粒子として見える。弦の固有振動は無限にあるので、超弦理論は無限個の素粒子の存在を予言することになる。ただし、通常知られている素粒子、物質場の粒子やゲージ場の粒子、グラビトン（重力を媒介すると考えられる素粒子）などは、もっとも低い振動から出て来る。それ以外

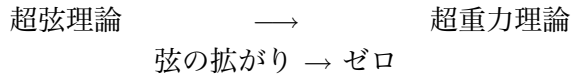


図 4: 超弦理論と超重力理論の関係。弦の広がり十分に小さいとみなせるときは、超弦理論は超重力理論で近似できる。超重力理論の方が、ブラックホールのイメージがつかみやすい。

の振動は、プランク質量 ($\sim 10^{19}\text{GeV} \sim 10^{-5}\text{g}$) 以上という、素粒子としては大変重い質量を持つ。このため、通常もっとも低い振動のみが重要になる。

このように弦の広がり l_s が十分に小さいとみなせる時は、超弦理論は少数の知られている素粒子であらわされるので、ふつうの素粒子理論で書けるはずである。実際、場の理論であらわすことができ、このような理論は超重力理論として知られている (図 4)。

§ 2.2 で、古典的な場の理論では短距離でいくらかでも自由度が存在するため、プランク定数がゼロの古典極限ではブラックホール・エントロピーは発散してしまうと述べた。したがって、一見すればこの自由度を落としてしまえばいいように思える。しかし、単純に短距離での自由度を落としてしまうと、一般座標不変性を損なってしまう。これが一般相対論が量子化を拒んできた理由の一つである。一般座標不変性を損なわずに自由度を落とすことができる知られている唯一の方法は、超弦理論である。超弦理論は特殊な自由度の落とし方を自然に実現している。(この性質のことをモジュラー不変性という) これは、超弦理論の「奇跡」の一つであり、広がりを持つものの帰結である。

3.2 超弦理論におけるブラックホール

さて、超弦理論は量子重力理論だと考えられている。だとすれば、超弦理論を使えばブラックホール・エントロピーも説明できるのではないか？

超弦理論は一般相対論そのものではないが、やはりブラックホールが存在する。最も簡単にこれを見る方法は、超重力理論を使うことである。弦の広がり十分に小さいとみなせるときは、超弦理論は超重力理論で近似できる。ブラックホールを求めるには、この超重力理論を解けば良い。特に簡単な場合は、超重力理論は一般相対論に帰着するので、ブラックホールが存在することは明らかである。

超重力理論では、ブラックホールは古典解を求めることによって与えられる。もっとも、これは超重力理論でのブラックホールであり、超弦理論そのもののブラックホールではない。超弦理論でブラックホール・エントロピーを説明するには、そもそも超弦理論自体ではブラックホールはどうあらわされるのかを考えておかなければならない。弦自体は素粒子なので、ブラックホールは何か別のものだろうか？

ニュートン力学や一般相対論では、重力の強さ、つまり重力の相互作用の大きさは、ニュートン定数 G で決められる。一方、超弦理論では相互作用の強さは単一のパラメーターで指定され、それを g_s と書くことにする。両者は同じ力をあらわしているので、超弦理論の結合定数 g_s と 4次元のニュートン定数 G とは、関係がつくはずである。実際、両者は

$$G \sim g_s^2 l_s^2 \quad (3)$$

の関係がある。ここで一つの思考実験を考えてみよう。今 g_s を大きくしていくと、上の関係から弦のシュヴァルツシルト半径 $2GM$ は大きくなる (相互作用が弱いときには、弦の状態の質量は g_s にはよらない)。 g_s を十分大きくして、シュヴァルツシルト半径が弦のサイズよりも大きくなると、弦はブラックホールになるはずである。なにものも自分自身のシュヴァルツ

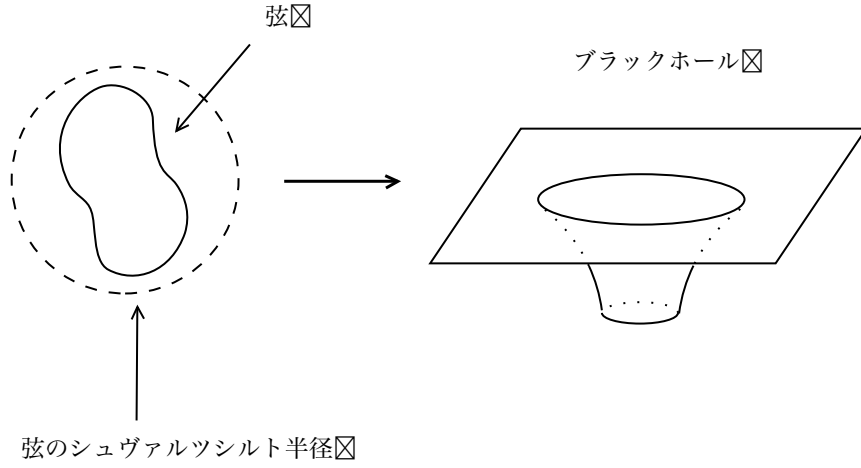


図 5: 超弦理論におけるブラックホール。弦の相互作用が大きくなると、弦自身のシュヴァルツシルト半径は大きくなっていく。シュヴァルツシルト半径が弦より大きくなると、弦は「重力崩壊」を起こしブラックホールになるはずである。

シルト半径より小さくなると、ブラックホールになることから逃れられない。つまり、弦そのものがブラックホールの候補である (図 5)。

3.3 弦とブラックホール・エントロピー

さて、エネルギーを指定しても弦の固有振動は一つではない。つまり、一つの質量を持つ弦の状態は複数存在する。上での議論から、一般にこのような状態は全てブラックホールになるであろう。しかしノーヘア定理から、ある質量を持つブラックホールは一つしかない。したがって、質量 M の弦の状態は全て同じブラックホールになるはずである。ところで統計力学では、(エントロピー) = (系の状態数の対数) である。したがって、ブラックホール・エントロピーは、このような状態数の対数なのではないだろうか？つまり、

$$(\text{ブラックホール・エントロピー}) = (\text{弦の状態数の対数}) \quad (4)$$

今回の発展の背後には、一見単純に見えるこのアイデアが基礎になっている。

弦の状態数は、相互作用が弱い場合には (弱結合) よく知られている。この状態数から、弦のエントロピーが計算できる：

$$S_{string} \sim l_s M \quad (5)$$

一方、ブラックホール・エントロピー (2) は、

$$S_{BH} \sim \frac{A}{G} \sim GM^2 \quad (6)$$

となる。ここでホライズンの半径 (1) を使った。 M のべきが違っているため、一見するとこの 2 つは一致していないように見える。特に、超弦理論の状態の方がはるかに少ないように見える。

しかし、弦の状態数は相互作用が弱いとき、 $g_s \ll 1$ で数えたものであることに注意しなければならない。弦は、 g_s が大きくなるとブラックホールになると期待される。ところが、このとき相互作用が強くなり、弱結合の結果 (5) は破綻する。そこで相互作用の効果を含めて始め

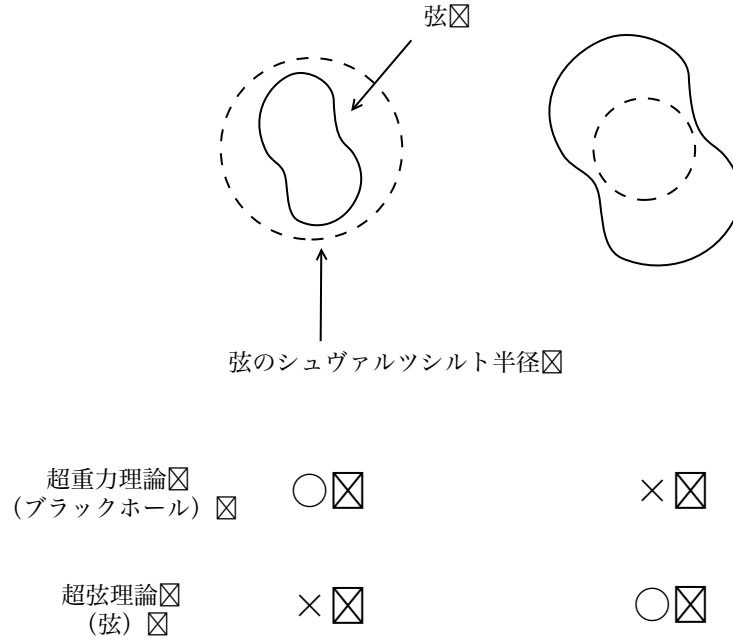


図 6: どういう場合に、弦とブラックホールを直接比較できるか？

(左の図) シュヴァルツシルト半径が弦より大きいと、超弦理論による記述は破綻し（弱結合近似が破れる）、超重力理論によるブラックホールの記述の方がよい。

(右の図) 一方、シュヴァルツシルト半径が弦より小さいと、超重力理論による記述は破綻し（計量テンソルという概念が意味を失う）、超弦理論による弦の記述の方がよい。したがって、弦とブラックホールが比較できるのは、せいぜい両者のサイズが同じ程度の時だけである。なおDブレーンを使った場合は、左下の \times も \circ になるので、弦とブラックホールのエントロピーを比較できる。

て、ブラックホール・エントロピーと弦の状態数の一致について議論すべきであろう。ただし、強結合の効果を計算することは大変難しく、現実的ではない。

幸いなことに、もう少し注意深く調べると、弱結合近似を破ることなしに、弦をブラックホールと比較できる場合があることがわかる。そして、このとき両者のエントロピーはよく一致している。

上で述べたように、シュヴァルツシルト半径が弦のサイズよりも大きくなると、弱結合近似が破れる。しかし、この場合は弦ではなくブラックホールとして記述できる（図6）。一方、シュヴァルツシルト半径が弦より小さくなる場合を考えてみる。前にも述べたように、超重力理論は弦の広がり l_s が十分に小さいとみなせるという近似である。このためブラックホールのサイズが l_s 程度に小さくなると、超重力理論による記述が破れ、計量テンソルという概念も意味を失う。つまり、この場合は逆に、ブラックホールではなく弦で記述できる。したがって、弦とブラックホールを直接比較できるのは、ちょうどブラックホールが弦のサイズ程度になったときだけである。このとき $GM \sim l_s$ なので、

$$S_{string} \sim l_s M \sim GM \times M \sim GM^2 \quad (7)$$

となり、実際にブラックホールのエントロピーと一致する！

G は結合定数 g_s によるので、結合定数を適当に選べば式 (5) と式 (6) がどこかで一致することは当然である。しかし、この一致が特に意味のない時に起こるのではなく、弦がブラックホールになった時に起こるのは決して自明なことではない。

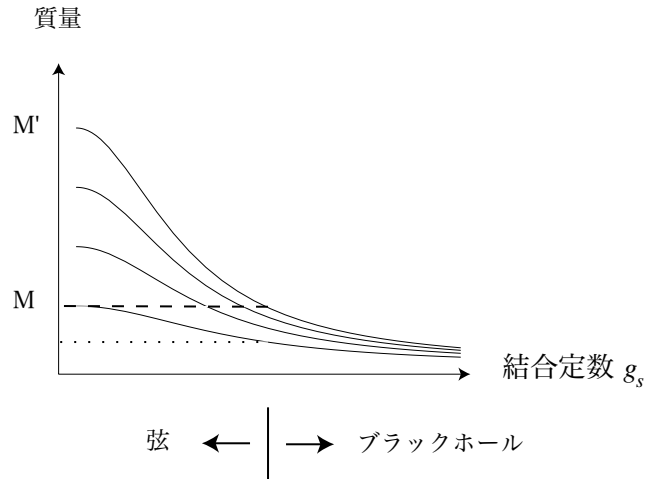


図 7: 相互作用の大きさを変えたときの弦の各状態の質量の推移 (想像図)。全状態のうち、質量の小さい4種類の状態のみを描いてある。質量 M の状態からでは、質量 M のブラックホールは作れない (下の波線)。質量 $M' \gg M$ の状態を使う必要がある (上の波線)。

一致が得られたところで、一見するとなぜ2つが一致しなかったのか振り返ってみよう。実は、2つを単純に比較するとき、式 (5) にあらわれる M と式 (6) にあらわれる M が同じであるという仮定が入っている。実はこの仮定が誤りだったのである。結合定数を大きくしていくと、相互作用、特に重力の作用が強くなっていく。重力場の影響がききはじめ、時空が平坦な時空から曲がり始める。重力場のエネルギーは負であるため、重力の影響は超弦理論の各状態の質量を小さくするように働く。この解析をおこなうのは容易ではないが、例えば想像として図7のようになると考えられる。つまり、超弦理論の質量 M の状態からスタートしても、質量 M のブラックホールにはなりえない。質量 M のブラックホールを作るには $M' \gg M$ の状態から始めなくてはいけない。一見すると超弦理論の状態数の方が少ないように見えたが、 $M' \gg M$ の状態から始めることによって、足りないように見えた状態数を補うことができるのである。(式 (5) より、 M' での状態数の方が M より大きい)

この方法では、結合定数を調節して弦をブラックホールへと「重力崩壊」させて、ブラックホールのエントロピーを弦のエントロピーとして説明する。このプロセス自体は星の重力崩壊と似ている。しかし一方、ブラックホール・エントロピーを星のエントロピーとして説明することはできない。なぜなら星は、ブラックホールよりはるかに少ないエントロピーしか持たないからである。太陽のエントロピーはほぼ 10^{58} である。ところが、1太陽質量のブラックホールの場合、式 (2) からエントロピーは 10^{77} となる。このエントロピーは宇宙全体の陽子数 ($\sim 10^{80}$) に匹敵する莫大な数である。ブラックホールは、ノーヘア定理により質量や角運動量などの少数のパラメーターのみで指定される。このため、ブラックホールには太陽より多くの作り方がある。したがって太陽のエントロピーだけでは、ブラックホールの状態数をつくしたことになるのではないのである。

おさらいをすると、ブラックホール・エントロピーがあらわす状態数は、超弦理論の立場では同じ質量を持つ弦の状態数の数である。弦によってブラックホールを作る作り方の数と言っても良い。

4 ブラックホール・エントロピーの厳密な導出

4.1 極限ブラックホールと BPS 状態

前節で見たように、ブラックホールと弦の間には対応がつきうることがわかった。しかし、このままではエントロピーの係数まで導くことはできない。弦がブラックホールになる点をもっと正確に指定しなければいけないし、また様々な近似が破綻する境界ぎりぎりの議論である。しかし驚くべきことに、ある種のブラックホールに対しては、信頼できる近似のもとでエントロピーの係数まで合わせることができる！この2点、

- 信頼できる近似
- 係数まで正しく導く

という点が今回の発展のユニークな点である。

前節での我々の方針は、

弦のように、弱結合で状態を数え上げることができて、強結合でブラックホールになる「物体」を使う

というものであった。しかし式 (7) のような比較では、ブラックホールになる点を正確に指定する必要がある。係数まであわせるにはこの方法は使えない。

前節で結局問題になったのは、弦のエントロピーの式 $S_{string} \sim l_s M$ で質量 M が結合定数 g_s を変化させると変わっていくという点であった。場の理論ふう to 言うと、質量が「繰り込まれる」のである。しかし、もしもエントロピーの式が繰り込みを受けない量でのみ書けていれば、このエントロピーは強結合においても成り立つことが期待される。つまり、図6で左下の×も○にできるので、エントロピーの比較が可能である。しかし、そのようなブラックホールとは何だろう？

これまでは、もっとも単純なブラックホールを考えていた（シュヴァルツシルト・ブラックホール）。しかし、一般相対論では別の種類のブラックホールも知られている。たとえば、ブラックホールに電荷を持たせることも可能である。このような荷電ブラックホールに対しては、電荷 Q は $Q \leq M$ に制限される。しかも $Q < M$ のブラックホールはホーキング輻射を起こし、最終的に $Q = M$ のブラックホールへと落ちつく。 $Q = M$ の場合は、ホーキング温度が0になるので輻射を起こさないからである。この極限の場合を極限ブラックホールと呼ぶ。このような状態は超対称性を持つ理論では広く知られており、BPS 状態と呼ばれる。

極限ブラックホールに対しては、エントロピーは繰り込まれない。たとえば、この発展においてよく調べられたブラックホールのエントロピーは

$$S_{BH} = 2\pi\sqrt{Q_1 Q_5 n} \quad (8)$$

の形をしている。ここで Q_1, Q_5, n は、このブラックホールの持つさまざまな電荷である。これらの電荷は単なる整数である。これらの電荷は、基本的にはトポロジカルな理由から量子補正をまぬがれる。たとえば電磁気学でも、磁荷があると電荷が量子化される（ディラックの量子化条件）。

4.2 Dブレーン

さて、前節のように弦の適当な状態を考えるのではなく、電荷を持った状態を使えば式 (4) を確かめられるのではないかと。ところが、弦から作られる極限ブラックホールのサイズは、結合定

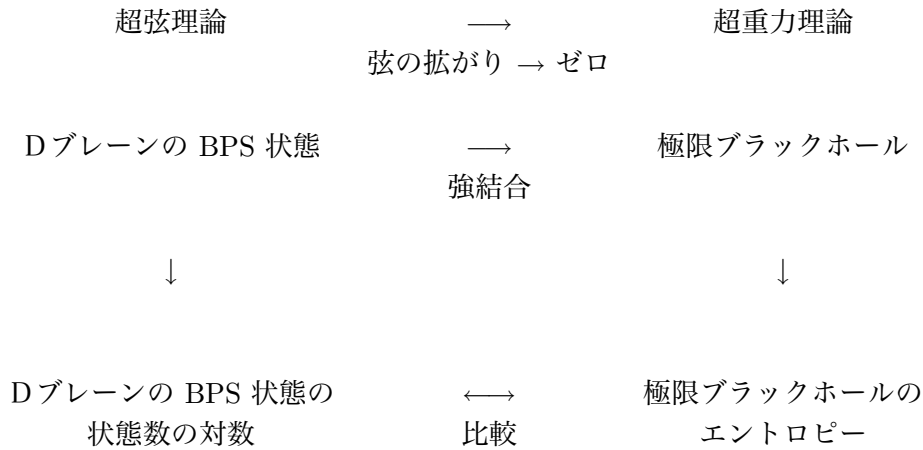


図 8: 超弦理論のソリトン、D ブレーンと超重力理論の極限ブラックホールの関係。D ブレーンは強結合で極限ブラックホールになる。したがって、D ブレーンの状態数の対数と極限ブラックホールのエントロピーは一致するはずである。これがストロミンジャーとヴァファが示したことである。

数を変えても弦の広がり程度にしかならないことが知られている。このため超重力理論でブラックホールの記述ができなくなる。つまり、この場合図 6 で左上の○が実現できないのである。このアイデアを推し進めるには、ブラックホールのサイズが弦の広がりより充分大きくなっていなくてはならない。そこで弦以外の物体を使うことにする。それが D ブレーン (D-brane) である。

近年の超弦理論の発展は、超弦理論には弦によって記述される状態以外にも、ソリトンが含まれているという発見がカギとなってきた。D ブレーンは、このような発展を通して発見されたソリトンの一種である。D ブレーンをソリトンと呼ぶのは、通常のソリトンのように量子化が可能だからである。このため、弦のように弱結合で状態数を数えることが可能である。

D ブレーン自体は平坦な時空に住むソリトンであるので、ブラックホールではない。しかし弦と同様に、D ブレーンもブラックホールになる。D ブレーンの質量は $1/(g_s l_s)$ 程度であることが知られている。そこで D ブレーンのシュヴァルツシルト半径は $2GM \sim O(g_s)$ である。このため g_s が十分大きくなれば、D ブレーンも極限ブラックホールになることが期待される。特に D ブレーンの BPS 状態は、極限ブラックホールになるであろう。結局、われわれが取るべきアプローチは、式 (4) の代わりに

$$\begin{aligned}
 & \text{(極限ブラックホールのエントロピー)} \\
 & \quad ? \\
 & = \text{(同じ電荷 } Q \text{ を持つ D ブレーンの BPS 状態の状態数の対数)} \quad (9)
 \end{aligned}$$

となる (図 8)。1996 年 1 月、ストロミンジャー (Andrew Strominger、カリフォルニア大学サンタバーバラ校 (当時)) とヴァファ (Cumrun Vafa、ハーバード大学) は、D ブレーンを使って 5 次元の極限ブラックホールを作り BPS 状態の状態数を計算した。そして、それが式 (2) で与えられるブラックホール・エントロピーと完全に等しいことを示した。

5 インフォメーション・パラドックス再考

さて、インフォメーション・パラドックスはどうなったのか？この種の計算を極限に近いブラックホールにすることで、ホーキング輻射が正しく導出されている。D ブレーンは通常の量

子力学系である。超弦理論は、通常の量子力学の原理に従って構築されている。熱輻射が得られるのは、太陽の輻射と同じくアンサンブル平均をとることによる。このため、Dブレーンの立場ではインフォメーション・パラドックスの問題はない。つまりDブレーンの計算によれば、コラム2のシナリオ2を支持することになる。

もっとも、極限に近いブラックホールはBPS状態ではないため、一般には強結合極限は正当化できない。にもかかわらず、なぜブラックホールの結果が再現できるのかよくわかってはいない。しかも、強結合の問題をぬきにしても、Dブレーンによるホーキング輻射の導出には問題があり、このままではパラドックスの十分な回答にはなっていない。特に、ホーキングの議論のどこが間違っていたのかを示していない。(詳しくは文献リストのより進んだ解説を参照)

しかし、今回の結果は、ブラックホールが通常の量子力学系のように振る舞うことを示唆している。このため、インフォメーション・パラドックスも量子力学の枠内で解決され则认为するのが自然であろう。統一理論としての超弦理論の完成までにはまだしばらくの時間が必要かもしれない。しかし、超弦理論はそれまでに量子重力そして素粒子理論に対して、多くのことをわれわれに語り続けるに違いない。

コラム3：双対性、Dブレーン、そして新たな発展へ

Dブレーンは、もともとポルチンスキーら (Joseph Polchinski、テキサス大学オースティン校 (当時)) によって1989年に発見された。しかし、当時はDブレーンがソリトンであるという点もわかっておらず、ほとんど注目を集めていなかった。Dブレーンが広く知られるようになるのは、ポルチンスキーによる1995年の仕事以降である。この仕事で、彼はDブレーンがソリトンでありBPS状態であることを示した。

近年の超弦理論の発展は、まず双対性と呼ばれる性質の発見から始まる。一般に、同一の理論に対して二つの異なる記述ができるときに、この二つの記述は双対性で結ばれるという (図9)。これについての詳しい解説は他にゆずるが、1990年代はじめから主にシュワルツ (John Schwarz、カリフォルニア工科大学) らによって研究されてきていた。1993年初頭カリフォルニア大学サンタバーバラ校では、世界の主だった弦理論の専門家を集めた半年間のワークショップが開かれていた。このワークショップで、シュワルツは次の弦理論の会議ではここにいる人間全員が双対性の研究することになると予言し、聴衆の笑いを取った。⁴

しかしこの予言は現実のものとなる。1995年3月14日、ロスアンジェルスでは「次の会議」Strings '95の2日目を迎えていた。この日朝一番の講演で、ウィッテン (Edward Witten、プリンストン大学) はソリトンがもたらす超弦理論の双対性とその驚くべき意義について語り、聴衆を興奮につつんだ。この会議の席上で、ポルチンスキーはウィッテンの語るソリトンとはDブレーンのことではないかと考え始めることになる。

同年夏、ポルチンスキーはYKIS (Yukawa International Seminar) の会議に招かれて来日した。このときの滞在は2週間におよぶ比較的長いものであったため、途中で一度洗濯する必要があった。しかし、用意されたホテルは立派なもので、コイン・ランドリーはついていなかった。ホテルのランドリー・サービスにお金をかけるよりは、彼は京都大学のうら近くにあるコイン・ランドリーに行くことを選んだ。当然、このような場合は他にやることもなく、洗濯物の番をしていなければならないので、無柳を慰めるため彼は一つの計算を始めたという。このときの計算が最終的にDブレーンについての発見につながったという。このときの来日では、日本での手厚いもてなしのおかげで、日程の後半ではすっかり体調を崩してしまっていたが、有意

⁴シュワルツが信じてもらえなかったのは、これが始めてではない。彼は統一理論としての超弦理論を主張した一人であるが、10年間信じてもらえなかった。

| | | |
|----------|-----|------------|
| 記述 (A) | → | 記述 (B) |
| 自然、解析が容易 | 双対性 | 不自然、解析が難しい |

| | | |
|------------|-----|----------|
| 記述 (A) | ← | 記述 (B) |
| 不自然、解析が難しい | 双対性 | 自然、解析が容易 |

図 9: 双対性。「理論」が同じであることは「物理」が同じであることを意味しない。一つの理論に対して2つの記述、(A)、(B)が可能であるとする。(A)であつかう現象は(B)では不自然、あるいは解析が難解な現象が多く、(B)ではそのような物理を考えない、考えられないことが多い。逆も同じ。この意味で同じ物理をあつかっているわけではない。2つの記述を使うことで、理論の応用できる範囲が広がる。本当の理論は、2つの記述をあわせたもので、(A)、(B)それぞれが別の理論と考えるべきではない。

義なものだったようである。なお、DブレーンのDはディリクレ (Dirichlet) 境界条件から来たものだが、発見者の一人 J. Dai のイニシャルもかけているそうである。

さて、ソリトンと言えば統一理論が予言するモノポールがあるが、点粒子状のソリトンであるモノポールとは違い、Dブレーンにはひも状や膜状のソリトンもある。そこで空間的な広がり次元を p とすると、

| | |
|----------|-----------|
| $p = 0$ | 点粒子状のソリトン |
| $p = 1$ | ひも状のソリトン |
| $p = 2$ | 膜状のソリトン |
| \vdots | \vdots |

となる。この広がり次元は、Dブレーンが持ちうる電荷の種類によって決まる。

Dブレーンをソリトンと呼ぶのは量子化が可能だからである。ウィッテンが語ったように、超弦理論では多くの場合、双対性によってソリトンは基本的な物体、弦と結びつく。Dブレーンの量子化が可能なのも、この双対性の性質による。実はDブレーンは、T-双対性と呼ばれる双対性の一種で弦と結びつく。このため、弦の結果を使ってDブレーンを量子化することができるのである。

ところで、同一の理論に対して記述が異なっているだけなら、結局は同じもので別の記述を使うことに何の御利益があるのか？しかし、「理論」が同じであることは「物理」が同じであることを意味しない(図9)。理論が同等なので、一方の記述(A)であつかう現象を、もう一方の記述(B)で書き下すことは常にできる。その意味では物理も同じと言っていい。しかし、(A)で普通にあつかう現象は(B)ではきわめて不自然、あるいは解析が難解な現象が多く、普通は(B)ではそのような物理を考えない、または考えられないことが多い。この意味で同じ物理をあつかっているわけではない。物理が違っていても、実は同じ理論で書き下せるという点が驚くべきことである。

近年の超弦理論の発展は、つまるところ弦とブラックホールの対応から出てきた。双対性も、当初はソリトンとしてブラックホールを使うしかなかったが、それに対応したDブレーンが登場してから後で急速に発展していった。また、1998年から1999年にかけては、この業界ではAdS/CFT 双対性と呼ばれる発展があった。このときのブームの様子は“Physics Today”の記事に詳しいが、これも結局は弦とブラックホールとの対応をより具体的に押し進めたものであった。

今後も、この対応から新たな発展が生まれてくるかどうかは定かではない。しかし、現在でもこの対応は十分に理解されたとは言えず、さまざまな疑問が残っている。本稿であつかった

インフォメーション・パラドックスもその一つであり、この対応をより理解すれば完全に解決することができるはずである。

参考文献

[*] ここでは原論文は挙げず、日本語による解説を中心に編んだ。

[1] 超弦理論の最近の発展全般については、

E. ウィッテン：「双対性、時空、量子力学」、パリティ **12** No. 12 (1997).

米谷民明：「弦理論とは何か、何であるべきか」、パリティ **13** No. 2 (1998).

米谷民明：「非摂動的弦理論の構築を目指して」、日本物理学会誌 **53**, 312, 1998 年 5 月号.

J. Polchinski: “String Duality—A Colloquium,” Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1245, hep-th/9607050; “Quantum Gravity at the Planck Length,” Int. J. Mod. Phys. **A14** (1999) 2633, hep-th/9812104.

[2] この発展についての解説としては、

G.P. コリンズ：「D-ブレーンおよび弦との関係がわかってきた量子ブラックホール」、パリティ **12** No. 9 (1997).

夏梅誠：「超弦理論はブラックホールの謎を解けるか?」、日本物理学会誌 **54**, 178, 1999 年 3 月号.

[3] ブラックホール熱力学については、

S.W. ホーキング：「ブラックホールと量子力学」、日経サイエンス 1977 年 3 月号.

細谷暁夫：「ホーキング輻射とは何だろうか?」、パリティ **9** No. 9 (1994).

[4] インフォメーション・パラドックスについては、

L. サスカインド：「ブラックホールと情報のパラドックス」、日経サイエンス 1997 年 7 月号.

[5] *AdS/CFT* 対応については、

Search and Discovery, Physics Today, 1998 年 8 月号.

今村洋介：「重力でゲージ理論を調べる」、日本物理学会誌 **55**, 188, 2000 年 3 月号.

[6] 少し以前の超弦理論の解説としては以下のものがある。歴史的な経緯や基本的な性質を知るのに便利であろう：

M.B. グリーン：「超弦理論」、日経サイエンス 1986 年 11 月号.

J. シュワルツ：「超弦理論」、パリティ **3** No. 10 (1988).