

## 超弦理論とクォーク・グルーオン・プラズマの「予期せぬつながり」

夏梅 誠\* (高エネルギー加速器研究機構)

超弦理論によると、ゲージ理論とブラックホールの振るまいには密接な関係があると考えられている。このため、ゲージ理論のプラズマ相がブラックホールを使って研究されている。一方、ブルックヘブン国立研究所の加速器 RHIC では、クォーク・グルーオン・プラズマの性質が調べられている。超弦理論と原子核実験という、かけ離れているように思える二つの分野が急接近しつつある。

### 1 風変わりなコメント

ブルックヘブン国立研究所では、数年来、相対論的重イオン衝突型加速器 RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider、発音は「リック」) と呼ばれる加速器を使った実験がおこなわれている。通常の加速器では、電子と陽電子、陽子と反陽子、あるいは陽子同士を衝突させるが、RHIC の大きな特徴は、金原子核のような重イオンを衝突させる点である。陽子や中性子は、クォークというより基本的な粒子からできている。しかし、クォークは通常は陽子や中性子のなかに閉じこめられており、ばらばらに取り出すことはできない。この現象、閉じこめは強い相互作用によるものであり、この相互作用はグルーオンという粒子によって運ばれている。しかし、十分な高温・高密度ではクォークやグルーオンは自由になり、一種のプラズマになると期待されている (クォーク・グルーオン・プラズマ、QGP)。RHIC は、このプラズマを実現し、その物理的性質を調べる実験である [1]。

2005 年、RHIC 実験の結果が大きく報告され、マスコミでも大きな話題になった。このプレスリリースには、一風変わったコメントが載っていた [2]: 「超弦理論と RHIC 実験の間の予期せぬつながりには心が躍った。」 実験に関わった人々をも驚かせた超弦理論と RHIC 実験の予期せぬつながりとは、何のことだろうか? ここでは、その関係について説明したい。

### 2 QGP は完全流体に近い

強い相互作用の理論 QCD は、 $SU(3)$  ゲージ理論に基づいており、主な役者はクォークとグルーオンである。この QCD は、高温で相互作用が弱くなっていく (漸近的自由)。非閉じこめが起きるのはこのためだが、だからといってクォーク・グルーオン・プラズマは理想気体のように振るまうと早まって結論してはいけない。

実際、RHIC の発表に戻ると、このプラズマが「理想気体」というよりもむしろ「完全流体」のように振るまうという点が強調された。理想気体と完全流体の違いは、後者が粘性をもたない点である。したがって、この違いを理解するには、粘性についてきちんと押さえておかなければいけない。そこで、まず念のため粘性についておさらいしておこう。

---

\* <http://research.kek.jp/people/natsuume/>

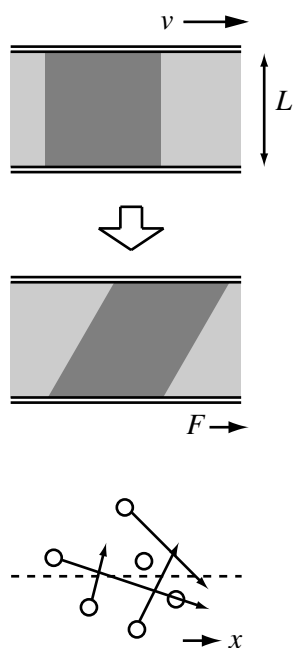


図 1: 上の板を動かすと、粘性によって流体全体が引きずられる。このため下の板にも力がかかる。下の図は流体の一部を拡大したもの。

今2つの板の間に流体があるとして、上の板を動かす (Fig. 1)。すると、流体全体が引きずられ、下の板にも力がかかる。この力こそ粘性の効果である。今の場合、下の板にかかる単位面積あたりの力は、上の板を動かす速度に比例し、流体の厚みに反比例する：

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v}{L} \quad (1)$$

比例係数  $\eta$  は「ずり粘性率」と呼ばれる。

微視的には、粘性は分子間の運動量の輸送によって起きている。Fig. 1 (下) は流体の一部を拡大したもので、人工的に上の部分と下の部分に分けたものだ。流体を構成する分子は互いに衝突をくり返しながらか、たえずこの境界を行き来している。ところで、上の板を動かすという今の状況では、平均すると、上部の分子の方が下部の分子より  $x$  方向の運動量をより多く持っている。そのような分子が交換されるということは、つまり  $x$  方向の運動量が境界を越えて輸送されることを意味している。これが粘性の微視的な原因である。

ずり粘性率は、一般に

$$\eta \sim \rho \bar{v} l_{\text{mfp}} \quad (2)$$

となる。(  $\rho$ : 質量密度、  $\bar{v}$ : 流体を構成する粒子の平均速度、  $l_{\text{mfp}}$ : 平均自由行程) これから一つわかることは、相互作用と粘性の関係である。相互作用が強くなると、平均自由行程は短くなる。粘性は運動量の輸送によって起こったが、相互作用が強いと輸送が妨げられるためである。だから相互作用が強ければ、粘性は小さくなる。とくに完全流体は粘性を持たないので、これは相互作用が極端に強いことを示唆する。この点少し紛らわしいが、理想気体は相互作用がない極限であり、逆に完全流体は相互作用が強い極限である。<sup>1</sup>

<sup>1</sup>以上の議論は、流体一般に成り立つものではない。ニュートン流体のうち、本文にあるような方法で運動量輸送が起こる場合である [ニュートン流体とは、式 (1) を満たす流体]。たとえばハチミツはこの仮定を満たさない。

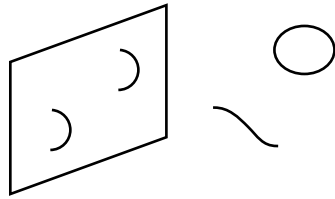


図 2: 超弦理論の主な登場人物。端のあるストリング（開弦）とループ状のストリング（閉弦）。開弦は、Dブレーンと呼ばれる物体上に端点をもつこともできる。

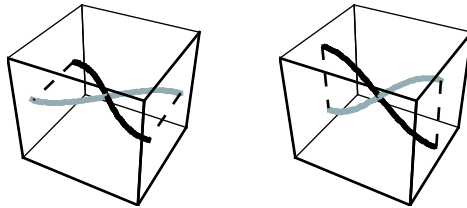


図 3: 開弦のもっとも単純な振動。

このように小さな粘性は、相互作用が強く働いていることを示唆する。RHICの発表によると、QGPは小さな粘性を持つということなので、QCDの相互作用はまだ強く働いていることになる。そもそもQCDの結合定数は、エネルギーについて対数的に弱くなるだけである ( $1/\log E$ )。したがって、現在の実験で実現しようとしている温度では（非閉じこめ相転移温度の数倍程度）、相互作用は十分に弱くはない。この意味で、RHICでの発見は自然に思える。もっともそうになると、QGPの性質を理論的に議論したくても、QCDの摂動論を使うわけにはいかない。これがQGP研究のやっかいな点である。そこで登場するのが、超弦理論である。

### 3 速修 超弦理論

超弦理論での基本的な物体は、伸び縮みする小さいストリングである (Fig. 2)。素粒子論ではさまざまな素粒子が登場する。超弦理論では、これらの素粒子をすべてストリングという一つの物体で統一的に理解する。ストリングは普通の弦とそう変わりはなく、一番の特徴はいろいろな形で振動できるという点にある。そこで、さまざまな素粒子をストリングのさまざまな振動として解釈するのである [3]。

具体的にストリングの振動の様子を見てみよう。Fig. 3は、端のあるストリング、開弦の一番単純な振動をえがいたものである（4次元時空の場合）。ストリングは振動しているが、振動する方向には2つある。超弦理論ではこれは光子（ゲージ理論）をあらわす。光子も2つの偏光状態を持つからである。

超弦理論にはDブレーンと呼ばれる物体も存在する。開弦はこのDブレーン上に端点をもつことができる。これから考える開弦は、いつもこのような場合である。端点が固定されていてもこれは開弦なので、やはりゲージ理論をあらわす。ただ、ストリングはDブレーンから遠くには行けないので、このゲージ理論はDブレーン上にあることになる。

Dブレーンは、何枚か重なりあうこともできる。すると、開弦はDブレーン上に端点をもつが、端点を別々のDブレーン上に置くことができる (Fig. 4で、実線のもの2種類と点線のもの)。このあらたな自由度は、この場合のゲージ理論が電磁気力のような  $U(1)$  ゲージ理論では

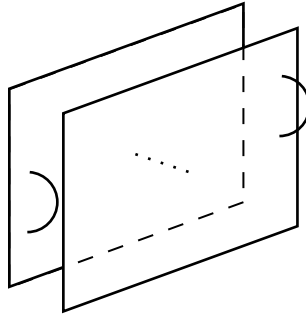


図 4: Dブレーンが  $N_c$  枚あると、 $SU(N_c)$  ゲージ理論になる。図示する都合上、ブレーンを離して描いているが、実際には重なったものを考える。

なく、強い相互作用のような  $SU(N_c)$  ゲージ理論をあらわすことを意味する ( $N_c$  はブレーンの枚数)。

このように、Dブレーンからゲージ理論が登場する。そこでQCDを調べるのに、このDブレーンが使える。もっとも、Dブレーンが単にゲージ理論だけであらわされるか、この段階ではまだ明らかではない。というのも、超弦理論は単なるゲージ理論ではなく、重力も含むからである。これまでの議論では、この重力の影響が無視できるかどうかははっきりしない。

一般相対論によると、いかなるエネルギーも時空を曲げる効果がある。Dブレーンもエネルギーを持っているので、Dブレーンがあれば時空は曲がるはずである。Dブレーンがあると、時空はどうなるのだろうか？ この効果を見積もるには、ニュートン・ポテンシャルを使えばよい。このポテンシャルは

$$\phi_{\text{ニュートン}} \sim \frac{GM}{r} \quad (3)$$

であらわされるので、重力の強さを  $GM$  で測ることができるだろう。ニュートン定数  $G$  とDブレーンの質量  $M$  は、超弦理論ではそれぞれ

$$G \sim g_s^2 \quad (4)$$

$$M \sim N_c/g_s \quad (5)$$

となる ( $g_s$  はストリング同士の相互作用の強さをあらわす結合定数)。よって  $GM \sim g_s N_c$  となる。このことから、結合定数が  $g_s N_c \ll 1$  を満たすほど十分小さいとき、重力の効果は無視できるはずである。したがって、このときDブレーンはただのゲージ理論を使ってあらわすことができる。

一方、 $g_s N_c \gg 1$  のときは、Dブレーンは時空を大きく曲げはじめ、しまいにはブラックホールになってしまうだろう。だから、このときはDブレーンをゲージ理論より、むしろブラックホールによってあらわす方が自然であろう。もっとも、ここでできるブラックホールは、学校で習うような球状のブラックホールではない。Dブレーンは無限に広がっているので、この場合のブラックホールも地平面が無限に広がったものになる (ブラック・ブレーン)。

つまり、相互作用の強さによって、ゲージ理論とブラックホールを対応づけることができる (Fig. 5)。<sup>2</sup> そこで、強結合でゲージ理論の量を計算するためにブラックホールを使おう、というのが方針である。ここでの議論はかなり大ざっぱなものだが、より正確にしたものは「AdS/CFT 対応」と呼ばれている。(詳しくは文献 [4])

<sup>2</sup>ここでの  $g_s N_c$  は、いわゆる 't Hooft coupling に相当する。ゲージ理論での有効結合定数は、この組み合わせになる。

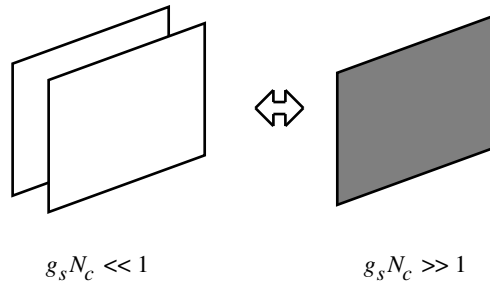


図 5: ゲージ理論は強結合で（無限に広がった）ブラックホールとして記述される。

しかし、あわてて計算してみようと思う前に、一つ大切な点を伝えておかねばならない。AdS/CFT 対応で通常調べられるゲージ理論は、実は QCD ではない。超対称性を持った超対称ゲージ理論と呼ばれる理論である。QCD がブラックホールでどのようにあらわされるのか、今のところわかってはいない。このため、ここで紹介する話も超対称ゲージ理論での計算である。

だとすると、「超対称ゲージ理論が QCD となんの関わりがあるのか?」という疑問を持たれる読者もいるだろう。一言で言えば、「ユニバーサリティ」こそがカギである。ここで言うユニバーサリティとは、ゲージ理論に共通した振るまいを持つ量のことである。もしもこのような量を見つけることができれば、その予言は超対称ゲージ理論に限らず QCD に対しても成立することが期待される。ユニバーサリティを通して QCD にも共通する量を計算する、これが本稿の戦略である。

## 4 ブラックホールとゲージ理論を比べる

### 4.1 平衡状態

温度を持つ系で最初に問題になるのが、平衡状態での性質、つまり熱力学量である。そこで、ブラックホールとゲージ理論を比べるのも、まず熱力学量から始めよう。

実はブラックホールも有限温度系である。ブラックホールは量子効果により温度を持つからである（ホーキング輻射）。さらに、ブラックホールの性質は熱力学の第ゼロ法則から第三法則と同じ形でまとめることができる。このため、ブラックホールも温度、エネルギー（単にブラックホールの質量）、エントロピーといった概念を持ち、これらをゲージ理論の熱力学量と比較することができる。

たとえば、ブラックホールのエントロピーを見てみよう。シュワルツシルド・ブラックホールの場合、地平面の半径  $r_0$  は<sup>3</sup>

$$r_0 = 2GM \tag{6}$$

となる。地平面の半径はブラックホールの質量  $M$  に比例するので、物質がブラックホールに落ちこむと地平面の面積  $A = 4\pi r_0^2$  は増大する。また、古典論的にはブラックホールからはなにも出てこない。したがって、地平面面積は減ることのない量であり、これは熱力学の第二法則を思い起こさせる。したがって、ブラックホールに対してもエントロピーにあたる量が考えられ、

$$S_{\text{BH}} \propto A? \tag{7}$$

<sup>3</sup>本稿では  $c = k_B = 1$  の単位系を使う。ただし  $k_B$  についてはあらわに書く場合もある。

という関係が推測される。このブラックホール・エントロピーは、エントロピーの単なるアナロジーではなく、実際に統計力学的に導くことができる。そもそも、ブラックホールがゲージ理論と対応すること自体、このエントロピーが本当の熱力学的エントロピーであることを示唆する。(詳しくは文献 [5]、この文献以降の発展については文献 [6] を参照のこと。)

さて、今は例としてシュワルツシルド・ブラックホールを持ち出したが、この関係は何もこのブラックホールに特有のものではない。実のところ、エントロピーと地平面面積の関係は多くの種類のブラックホールで成り立つ (比例係数も含めて)。<sup>4</sup>この点が後で重要になる。

## 4.2 緩和現象

ブラックホールとゲージ理論を平衡状態で考えたが、つぎに複雑な場合として、平衡状態から外れることにしよう。平衡状態を少し外れるには、何か摂動を与えてやればよい。たとえば、池にボールを落とすとさざ波が立つが、さざ波はやがて止んでもとの静かな水面に戻る。この散逸は、粘性による効果である。

ブラックホールのふるまいも、流体と似ている。やはり、ブラックホールにモノを落としたとしよう。すると、しばらくの間、ブラックホールの形は不規則になるが、最終的にはもとの対称的なブラックホールに戻ってしまう。これも一種の散逸とみなすと、この場合の散逸は摂動がブラックホールに吸収されることによって起こる。したがって、ブラックホールに対してもなにか粘性のような概念が考えられるはずで、この「粘性」は上のようなプロセスを考えれば計算できるだろう。

このような緩和現象は、非平衡統計力学や流体力学のテーマであり、主たる物理量は「輸送係数」である。輸送係数には、ずり粘性率や体積粘性率、音速や熱伝導率などがある。ここでは、2つの理由からとくにずり粘性に着目することにする。まず第一に、RHIC 実験で興味ある量の一つがずり粘性である。第二に、以下でみるように超弦理論から信頼して計算できる量もこのずり粘性だからである。

さて、ではどのようにしてブラックホールから粘性が計算できるのだろうか。流体力学では、散逸は粘性の効果である。一方、ブラックホールの立場では、散逸はブラックホールにエネルギーが吸い込まれることによって起きた。したがって、ブラックホールの場合、粘性率をブラックホールへの吸収断面積と同定するのが自然であろう。<sup>5</sup>この吸収断面積  $\sigma_{\text{BH}}$  は、多くの種類のブラックホールで地平面面積  $A$  になることが知られている。<sup>6</sup>したがって、

$$\eta \propto \sigma_{\text{BH}} = A \quad (8)$$

となるだろう。ところで、地平面の面積はすでにおなじみの量である。これはブラックホール・エントロピーに比例していた。ということは、ずり粘性率をエントロピーで割れば、地平面面積が打ち消しあい、定数になる。<sup>7</sup>この定数は詳しい議論から決めることができ

$$\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_{\text{B}}} \quad (9)$$

となる。これはきわめて低い値である。通常の条件下で、水の  $\eta/s$  はこの値の  $3 \times 10^3$  倍ほどになる。

<sup>4</sup>これが成立するのは、重力作用の最低次がアインシュタイン・ヒルベルト作用で与えられる場合。

<sup>5</sup>この関係はより詳細に議論することができて、詳しい議論によると粘性に相当するのは、特定の偏極をもったグラビトンに対する吸収断面積、それも低エネルギー極限の場合である。たとえば文献 [7] を参照のこと。以下で断面積が地平面面積になるのも、この場合。

<sup>6</sup>この結果は脚注 5 に出てきたグラビトンの場の方程式の形によるが、既知の場合ではいずれも同じ形に帰着する。これは、ブラックプレーンの持つ時空の対称性が強い制限になるからである。

<sup>7</sup>正確には、エントロピーではなくエントロピー密度  $s$  である。3 節でみたように、今考えているブラックホールは地平面が無限に広がっているの、エントロピー自体は発散する。吸収断面積も同様の意味である。

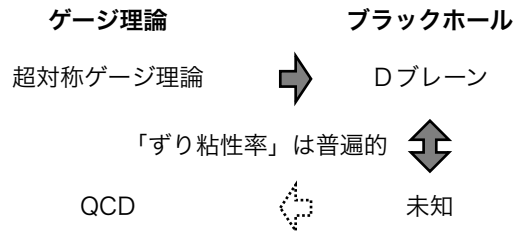


図 6: Dブレーンで議論できるゲージ理論は、通常超対称ゲージ理論であり、現実的なものではない。しかし、ブラックホールの議論から、ずり粘性率は普遍的であると考えられるので、超対称ゲージ理論の結果が現実の QCD でも成り立つと考えられる。

注目すべき点は、これまでにみたように、ここで使った各種の関係はかなり一般的に成り立つという点である（エントロピーと地平面面積の関係、吸収断面積と地平面面積の関係）。したがって、この結論も一般のブラックホールに対しても成立する、つまりゲージ理論の詳細にはよらないと考えられる。

先に述べたように、実際に超弦理論で計算できるゲージ理論は主に超対称ゲージ理論の場合である。したがって、ブラックホールでずり粘性率を計算できるゲージ理論も、主に超対称ゲージ理論の場合であり、現実的な QCD ではない。しかし、上でみたように  $\eta/s$  の値が普遍的だとすると、超対称ゲージ理論による結果をただちに QCD にも適用できることになる (Fig. 6)。結局、この主張をまとめると、

「ブラックホールと対応関係があるゲージ理論プラズマは、強結合で普遍的な小さいずり粘性率をもつ」

ということである。たしかに、2 節でみたように、RHIC 実験ではきわめて小さい粘性をもつプラズマができていている可能性がある。そして、その値は超弦理論からの値とよく一致しているようである。

2 節での議論によれば、相互作用が極端に強いと、単純には完全流体になりそうなものである。しかし超弦理論によると、完全流体はありえず、ある小さな粘性で限界に達することになる。もっとも、このような限界がありうること自体は、簡単な議論からもわかる。大ざっぱに言って、エントロピー密度は粒子数に比例するので、 $s \sim \rho/m$  となる ( $m$ : 流体を構成する粒子の質量)。一方、粘性は式 (2) で与えられるので  $\eta/s > \hbar$  という限界は、平均自由行程が粒子のド・ブローイ波長より長いという条件になる。したがって、粒子描像が成り立つ限り、この関係は満たされそうである。

実際、ここで議論したのは QGP という相対論的流体だが、非相対論的流体でも  $\eta/s > \hbar/(4\pi)$  は満たされるという予想もある。そしてたしかにこの限界を満たさない例は知られていない。とは言え、この予想については、物性物理学からのきちんとした研究が望まれる。

## 5 おわりに

ずり粘性のユニバーサリティは、どのくらい広いクラスのゲージ理論で成り立つのだろうか？

この点については、上に述べたような比較的一般的な議論はあったものの、いかなるゲージ理論のいかなる場合もカバーしているわけではなかった。ところが、最近、一般的な議論がカバーしていなかった場合についても、ユニバーサリティが確認されている。これは、我々をはじめとする研究がきっかけとなって調べ出されたものだが（共同研究者は、関西学院大学の岡

村隆氏、芝浦工業大学の前田健吾氏)、ユニバーサリティの成り立つ範囲を広げる試みが盛んにおこなわれている。

また、小さな粘り率以外にも、QGP のほかの興味深い現象としては、ジェット抑制、 $J/\psi$  生成抑制などが知られている (これらの現象については文献 [1]、超弦理論でのこれらの現象の研究については文献 [7])。これらの現象についても、超弦理論を使って盛んに議論されている。さらに、今回は QCD のプラズマ相に限定したが、閉じこめ相についても超弦理論を使った解析がされている [8]。

ここで書いた「予期せぬつながり」は我々の研究グループにとってもそうで、当初 QGP に関わることになるとは思ってもみなかった。この予期せぬ関係は、超弦理論と QGP だけではなく、これまでみたように一般相対論、非平衡物理、ひょつとすると物性物理学まで巻きこんでいくかもしれない。違う分野同士の予期せぬ関係、これも理論物理の醍醐味の一つかもしれない。というのも、このようなつながりによって私たちの視野もまた広がっていくからだ。

## “Unexpected connection” between string theory and quark-gluon plasma

Makoto Natsuume

Abstract: According to string theory, there is an intimate relation between a gauge theory and a black hole. Thus, gauge theory plasmas have been studied using black holes. In the meantime, quark-gluon plasma experiments have been done by the RHIC machine at Brookhaven National Laboratory. Two completely different areas of researches —string theory and heavy-ion experiments— are getting close to each other.

キーワード：超弦理論、クォーク・グルーオン・プラズマ、AdS/CFT 双対性、ブラックホール

## 参考文献

- [1] K. Yagi, T. Hatsuda and Y. Miake, *Quark-Gluon Plasma: From Big Bang To Little Bang* (Cambridge Univ. Press, 2005).
- [2] [http://www.bnl.gov/bnlweb/pubaf/pr/PR\\_display.asp?prID=05-38](http://www.bnl.gov/bnlweb/pubaf/pr/PR_display.asp?prID=05-38)
- [3] 超弦理論の初等的な教科書としては、B. Zwiebach, “A first course in string theory” (Cambridge Univ. Press, 2004).
- [4] 今村洋介：重力でゲージ理論を調べる、日本物理学会誌 Vol. 55, 188 (2000年3月号)
- [5] 夏梅 誠：超弦理論はブラックホールの謎を解けるか？、日本物理学会誌 Vol. 54, 178 (1999年3月号)
- [6] 大栗博司：トポロジカルな弦理論とその応用、日本物理学会誌 Vol. 60, 850 (2005年11月号)
- [7] M. Natsuume, “String theory and quark-gluon plasma,” arXiv:hep-ph/0701201.
- [8] 酒井忠勝：QCD と弦理論-重力理論によるハドロン物理の理解を目指して- 日本物理学会誌 Vol. 60, 876 (2005年11月号)