

ブラックホールとゲージ理論プラズマ

夏梅 誠¹

高エネルギー加速器研究機構

超弦理論を使って、ゲージ理論プラズマとブラックホールをどう比較するかを説明します。まず平衡系を議論し、つぎに非平衡系（緩和現象）を議論します。

1 はじめに

このレビューでは、AdS/CFT 双対性を使って、ゲージ理論プラズマの量をブラックホールからどのようにして求めるか説明したいと思います。AdS/CFT 双対性そのものの説明や、この双対性にどう到達するのかについては、この研究会報告の今村氏の記事や、文献 [1, 2] を読んでください。本稿では、この双対性にどうたどり着くのかを説明するかわりに、ゲージ理論とブラックホールを比べて、実際に両者が似た振るまいをすることをみていきます。

AdS/CFT 双対性によると、ゲージ理論の強結合極限はブラックホールを使って計算できます (図 1)。ゲージ理論の有効結合定数は、't Hooft coupling $\lambda := g_{\text{YM}}^2 N_c$ (N_c はカラーの数) なので、ここで言う強結合極限も large 't Hooft coupling limit $\lambda \rightarrow \infty$ の意味です (詳しくは 3.2 節)。また図からもわかるように、ブラックホールと言っても、ふつうの球状のブラックホールとは違い地平面が無限に広がっています (詳しくは 2.2 節)。

以下で使う AdS/CFT 双対性は、とくに「有限温度 AdS/CFT 双対性」と呼ばれています。正確な対応は、

$$\begin{array}{c} \text{有限温度での } \mathcal{N} = 4 \text{ } SU(N_c) \text{ 超対称ゲージ理論} \\ \downarrow \\ (\text{AdS}_5 \text{ ブラックホール}) \times S^5 \text{ 上での超弦理論} \end{array}$$

2 ブラックホールとゲージ理論を比べる (平衡状態)

2.1 ブラックホールと熱力学

温度を持つ系で最初に問題になるのが、平衡状態での性質、つまり熱力学量です。そこで、ブラックホールとゲージ理論を比べるのも、まず熱力学量から始めましょう。

じつはブラックホールも有限温度系です。ブラックホールは量子効果により温度を持つからです (ホーキング輻射)。さらに、ブラックホールの性質は熱力学の第ゼロ法則から第三法則と同じ形でまとめることができます。このため、ブラックホールも温度、エネルギー (単にブラックホールの質量)、エントロピーといった概念を持ちます。そこで、ゲージ理論の温度とブラックホールの温度を同定し、ほかの熱力学量を比べることになります。

ブラックホール・エントロピーは以下で重要な役割を果たすので、通常のシュワルツシルド・ブラックホールで詳しくみてみましょう。この場合、地平面の半径は²

$$r_0 = 2GM \tag{1}$$

¹e-mail address: makoto.natsuume@kek.jp

²以下では、 $c = \hbar = k_B = 1$ の単位系をおもに使いますが、 \hbar と k_B についてはあらわに書くこともあります。

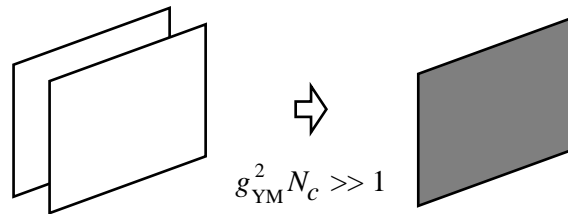


図 1: ゲージ理論は強結合で（無限に広がった）ブラックホールとして記述される。

で与えられます。地平面の半径はブラックホールの質量に比例するので、物質がブラックホールに落ちこむと地平面の面積 $A = 4\pi r_0^2$ は増大することになります。また、古典論的にはブラックホールからはなにも出てきません。したがって、地平面面積は減ることのない量であり、これは熱力学のエントロピーを思い起こさせます。したがって、

$$S_{BH} \propto A? \quad (2)$$

という関係が推測されます。しかし、このままでは地平面面積をエントロピーと同定するにはいくつか問題があります。まず第一に、エントロピーと地平面面積は似たふるまいをしますが、次元が違います。エントロピーは無次元量ですが、面積は次元を持っています。第二に、エントロピーを「説明する」には、量子力学が不可欠です。ブラックホールは重力場によって作られるので、今の場合どこかで量子重力が顔を出すはずですが、この2つの問題は、

$$S_{BH} \propto \frac{A}{l_{pl}^2} = \frac{A}{G\hbar} \quad (3)$$

のように、プランク長さ $l_{pl} := \sqrt{G\hbar}$ の2乗で割ることによって解決します。プランク長さは、重力の量子効果が大きく効きはじめる長さと考えられており、この意味で確かに量子重力が顔を出しています（現実の4次元時空では、 $l_{pl} \sim 10^{-35}$ メートル程度）。では、この「エントロピー」の比例係数はどうやって決まるのでしょうか。

じつは第二法則に限らず、ブラックホールの性質は熱力学の法則と同じ形でまとめることができます。第一法則は dM を以下のように書き替えることによって得られます：

$$dM = \frac{1}{M}(MdM) \quad (4)$$

$$= \frac{1}{32\pi G^2 M} dA \quad (5)$$

すでに A がエントロピーとして解釈できることをみたので、 $1/M$ が温度として解釈できればこの式は確かに第一法則 $dE = TdS$ です。実際、1974年ホーキングはブラックホールが黒体放射を起こし、その温度は（シュワルツシルド・ブラックホールの場合）

$$T = \frac{\hbar}{8\pi GMk_B} \quad (6)$$

で与えられることを示しました。ブラックホールの温度をどう求めるかについては、あとで $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の場合で説明します。いずれにせよ、このように温度が決まれば、第一法則 (5) を使うことで S_{BH} の比例係数が決まり、

$$S_{BH} = \frac{A}{4G\hbar} k_B \quad (7)$$

となります。

さて、この議論では例としてシュワルツシルド・ブラックホールを使いましたが、式 (7) は特定のブラックホールにはなりません。重力作用がアインシュタイン・ヒルベルト作用、つまり

$$\frac{1}{16\pi G} \int d^d x \sqrt{-g} R \quad (8)$$

で与えられる限り、ブラックホール・エントロピーは常に式 (7) になるということが知られています [3]。つまり、式 (7) は一般相対論のブラックホールのみならず、超弦理論やそのほかの重力理論でも成立します。この点が後で重要になります。

2.2 演習： $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の熱力学量

$\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の場合で、具体的に熱力学量を求めてみましょう。今考えている理論には、2つのパラメータがあります。

ゲージ理論の結合定数 g_{YM} 、 カラーの数 N_c

です。以下では、独立なパラメータとして、かわりに g_{YM} と 't Hooft coupling $\lambda := g_{\text{YM}}^2 N_c$ を使います。

ブラックホールの結果をゲージ理論の結果に焼き直すには、上の2つのパラメータが重力理論のパラメータとどう結びつくのかを知っておく必要があります。この「辞書」は

$$\boxed{\frac{G_{10}}{l_s^8} = \frac{\pi^4}{2} g_{\text{YM}}^4} \quad (9)$$

$$\boxed{\left(\frac{R}{l_s}\right)^4 = \lambda} \quad (10)$$

と与えられます。 G_{10} は10次元時空のニュートン定数で、 R は「AdS 半径」と呼ばれる AdS 時空の特徴的なスケールをあらわすパラメータです (式 (11) を参照)。これらはいずれも次元をもった量ですが、右辺はいずれも無次元なので、左辺も無次元にしておく必要があります。そこで「ストリング長さ」 l_s で無次元化されています。超弦理論では、次元をもった基礎的なパラメータは、ストリングの典型的な広がりをおろそかに「ストリング長さ」だけです。

最初の式は、ゲージ理論の結合定数はニュートン定数で書けることを意味しています。標語的に「結合定数は結合定数」と言ってもいいでしょう。次の式は、't Hooft coupling が今考えている時空の特徴的なスケールをあらわしていることを意味しています。

さて、 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論に対応するブラックホール解は

$$ds_{10}^2 = -\frac{1}{R^2} \left(r^2 - \frac{r_0^4}{r^4} \right) dt^2 + \frac{R^2 dr^2}{r^2 - \frac{r_0^4}{r^4}} + \left(\frac{r}{R} \right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 d\Omega_5^2 \quad (11)$$

ここで、

- t : 時間方向
- r : 動径方向。 $r = r_0$ が地平面。
- x_1, \dots, x_3 : \mathbb{R}^3 の座標。この部分の線素がシュワルツシルド・ブラックホールのように $r^2 d\Omega^2$ となっていないのは、無限に広がった地平面を持っていることを意味します。ここまでの5次元部分は、一般相対論の5次元 AdS-Schwarzschild ブラックホールに一致します。
- $R^2 d\Omega_5^2$: 一定の半径 R をもつ S^5

全体としては 10 次元時空になっています。

まず温度を求めましょう。ブラックホールの温度を求めるにはいくつか方法があります。ホーキングが使った方法は、ブラックホール時空中で物質場を量子化するというものです。しかし簡便な方法は、メトリックをユークリッド化して、時空がなめらかであることを要請することです。すると虚時間方向に周期境界条件が必要になります。ブラックホールの温度は、通常の統計力学と同様、この周期 β の逆になります。³

式 (11) をユークリッド化すると

$$ds_{\text{E}}^2 = +\frac{1}{R^2} \left(r^2 - \frac{r_0^4}{r^4} \right) dt^2 + \frac{R^2 dr^2}{r^2 - \frac{r_0^4}{r^4}} + \dots \quad (12)$$

いま地平面近傍 $r \sim r_0$ だけに着目すると、 $(r^4 - r_0^4)/r^4 \sim 4r_0(r - r_0)$ となるので、メトリックは近似的に

$$ds_{\text{E}}^2 \sim +\frac{4r_0}{R^2} (r - r_0) dt_{\text{E}}^2 + \frac{R^2}{4r_0} \frac{dr^2}{r - r_0} + \dots \quad (13)$$

$$= \rho^2 d \left(\frac{2r_0}{R^2} t_{\text{E}} \right)^2 + d\rho^2 + \dots \quad (14)$$

ここで、 $\rho := R\sqrt{(r - r_0)/r_0}$ という新しい座標を導入しました。この新しい座標系では、メトリックは極座標系 $\rho^2 d\theta^2 + d\rho^2$ と同じ形をとっており、したがって $(2r_0/R^2)t_{\text{E}} : 0 \rightarrow 2\pi$ であれば、たんなる平坦な空間です。違う周期をとると $\rho = 0$ を頂点とした「円錐形」になってしまいます。したがって、周期を

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{\pi R^2}{r_0} \quad (15)$$

と要請することになります。

次にエントロピーを求めましょう。問題となるブラックホールは、10 次元時空中のものだということに注意してください。このため「面積」は長さの 8 乗の次元を持ち、地平面は $\mathbb{R}^3 \times S^5$ 方向に広がっています。 x_i 方向の広がりを L_i とします（これは単に答えを有限にするための infrared cutoff です）。すると、メトリックから \mathbb{R}^3 方向の寄与は $(r_0/R)^3 L_1 L_2 L_3$ であることが読み取れます。一方、 S^5 の面積は $\pi^3 R^5$ です。したがって「面積則」、式 (7) から

$$S_{\text{BH}} = \frac{A_{10}}{4G_{10}} \quad (16)$$

$$= \frac{1}{4G_{10}} \left(\frac{r_0}{R} \right)^3 L_1 L_2 L_3 \times \pi^3 R^5 \quad (17)$$

$$= \frac{\pi^6}{4} \frac{R^8}{4G_{10}} T^3 \times L_1 L_2 L_3 \quad (18)$$

ここで、 A_{10} は 10 次元時空中の「面積」で、最後の式では温度 (15) を使いました。ここで「辞書」を使うと、エントロピー密度は

$$s_{\text{BH}} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3 \quad (19)$$

となります。

この結果と比較するために、弱結合でも計算しておきましょう。これは、ゲージ理論の自由度を勘定すれば、すぐに求まります。 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論は、ゲージ場と 6 つの随伴スカラー場をもつ

³物理的には、この操作はブラックホールが物質場による熱浴と熱平衡にある状況をあらわしています（ただし熱力学量への物質場の寄与が無視できる場合）。

ので、ボゾンの自由度は $N_{\text{boson}} = (2 + 6) \times N_c^2$ となります。この理論には随伴フェルミオンもありますが、超対称性からフェルミオンの自由度はボゾンの自由度と同じです ($N_{\text{fermion}} = N_{\text{boson}}$)。したがって、エントロピー密度は通常の光子気体と同様に

$$s_{\text{free}} = \frac{2\pi^2}{45} N_{\text{dof}} T^3 = \frac{2\pi^2}{3} N_c^2 T^3 \quad (20)$$

ここで N_{dof} は有効自由度で、 $N_{\text{dof}} = N_{\text{boson}} + (7/8)N_{\text{fermion}}$ となります (ボゾンとフェルミオンでの分配関数の違いからくるもの)。

式 (19) と式 (20) は同じ関数形ですが、係数が違っています ($s_{\text{BH}} = (3/4)s_{\text{free}}$)。これは、ブラックホールでの計算が強結合での結果だからだと解釈されています。

あとは第一法則を使うことで、エネルギー密度が求まります：

$$\epsilon_{\text{BH}} = \frac{3}{8} \pi^2 N_c^2 T^4 = \frac{3}{4} \epsilon_{\text{free}} \quad (21)$$

しばしばこのような話をするときには、一致した結果だけが議論されます。これは当然のことですが、このためこのような関数形の一致がノントリビアルなものなのかどうか理解するのが困難です。しかし、ブラックホールとゲージ理論の熱力学量の形が一致するのは、極めてノントリビアルです。実際、式 (6) からわかるように、シュワルツシルド・ブラックホールでは $\epsilon \propto 1/T$ なので、ステファン・ボルツマン型とはまったく違った形をしています。

さらにこのような形をもつ帰結として、シュワルツシルド・ブラックホールでは比熱が負になります ($C := dM/dT < 0$)。このため、熱平衡状態が安定に存在しません。これは何もこのブラックホールに限らず、一般に重力系の特徴です。重力系では、平衡から少しゆらぎがあると、そのゆらぎは緩和するどころかますます成長し、さらに平衡から外れていきます。もちろん、これこそが私たちの宇宙が熱平衡にはない理由の一つで、太陽や地球といった物体を生む原動力です。

したがって、通常のブラックホールは、ゲージ理論のような通常の統計力学系と対応することはありえません。この意味で、AdS ブラックホールはきわめて特別です。

3 ブラックホールとゲージ理論を比べる (緩和現象)

3.1 η/s のユニバーサルティ

ブラックホールとゲージ理論を平衡状態で考えましたが、つぎに複雑な場合として、平衡状態から外れることにしましょう。平衡状態を少し外れるには、何か摂動を与えます。たとえば、池にボールを落とすとさざ波が立ちますが、さざ波はやがて止んでもとの静かな水面に戻ります。この散逸は、粘性による効果です。

ブラックホールのふるまいも、流体と似ています。やはり、ブラックホールにモノを落としたとしましょう。すると、しばらくの間、ブラックホールの形は不規則になりますが、最終的にはもとの対称的なブラックホールに戻ります。これも一種の散逸とみなすと、この場合の散逸は摂動がブラックホールに吸収されることによって起きます。したがって、ブラックホールに対してもなにか粘性のような概念が考えられるはずで、この「粘性」は上のようなプロセスを考えれば計算できるはずです。この粘性をゲージ理論の粘性と同定するわけです。

このような緩和現象は、非平衡統計力学や流体力学のテーマであり、主たる物理量は「輸送係数」です。輸送係数には、ずり粘性率や体積粘性率、音速や熱伝導率などがあります。ここでは、2つの理由からとくにずり粘性に着目することにします。まず第一に、RHIC 実験で興味ある量の一つがずり粘性だからです。第二に、以下でみるように超弦理論で信頼して計算できる量もこのずり粘性だからです。

では、どのようにして粘性が計算されるのでしょうか。流体力学では、散逸は粘性の効果です。一方、ブラックホールの立場では、散逸はブラックホールにエネルギーが吸い込まれることによって起きました。したがって、ブラックホールの場合、粘性率をブラックホールへの吸収断面積と同定するのが自然でしょう。⁴この吸収断面積は、多くのブラックホールで地平面面積 A になることが知られています。簡単な場合として、これはシュワルツシルド・ブラックホールにも当てはまります。

ところで、地平面の面積と言えば、すでにおなじみの量です。これはブラックホール・エントロピーに比例していました。ということは、ずり粘性率をエントロピーで割れば、地平面面積が打ち消しあい定数になります。⁵この定数はくわしい議論から決めることができます [1, 2] :

$$\boxed{\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_B}} \quad (22)$$

これはきわめて低い値です。ちなみに、通常の条件下で、水の η/s はこの値の 3×10^3 倍ほどになります。

注目すべき点は、これまでにみたように、ここで使った各種の関係（エントロピーと地平面面積の関係、吸収断面積と地平面面積の関係）はかなり一般的に成り立つという点です。したがって、この結論も一般のブラックホールに対して成立する、つまりゲージ理論の詳細によらないと考えられます。

もちろん η と s の値自体は、考えている理論の詳細次第です。 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の場合、式 (19) からわかるように、エントロピー密度は自由度 $\sim N_c^2$ によるので、明らかに考えている理論次第です。また、エントロピー密度は温度にもよっています。しかし、比を取ることでそのような詳細はちょうどキャンセルしあって、基本定数のみが登場しています。もちろん、その代わりに多くの情報を捨ててしまうことになります。

実際にブラックホールでずり粘性率を計算できるゲージ理論は、おもに超対称ゲージ理論の場合であり、現実的な QCD ではありません。QCD に対応するブラックホールがどのようなものかはまだわかっていないからです。しかし、上でみたように η/s の値が普遍的だとすると、超対称ゲージ理論による結果をただちに QCD にも適用できることになります (図 2)。結局、この主張をまとめると、

「ブラックホールと対応関係があるゲージ理論プラズマは、
強結合で普遍的な小さいずり粘性率をもつ」

ということになります。

たしかに RHIC によると、実験できわめて小さい粘性をもつプラズマができている可能性があり、その値は超弦理論からの値とよく一致しているようです。実験との比較という点で、1つ考慮に入れておきたいのは、非閉じこめが実現しても現在の実験での温度はせいぜい QCD スケールのオーダーだという点です。この領域では、QCD はまだまだ強結合で自由ガスのようなにはなっていません。したがって、強結合の結果を予言する超弦理論が注目されているわけです。

なお、最近もともとのユニバーサリティの議論が当てはまらない場合についても、ずり粘性がどうなるか精力的に調べられています。これまでに調べられたあらゆる系について、ユニバーサリティが確認されています。詳しくは文献 [2] をご覧下さい。

3.2 「強結合」についてのコメント

ここまで強結合での結果をみてきましたが、AdS/CFT で言う強結合と QGP で言う強結合は意味合いが違っているということに注意しておく必要があります。つまり、

⁴この関係はより詳細に議論することができて、詳しい議論によると粘性に相当するのは、特定の偏極をもったグラビトンに対する吸収断面積になります。たとえば文献 [1, 2] を参照のこと。

⁵正確には、エントロピーではなくエントロピー密度です。このブラックホールは、地平面が無限の広がりをもっているので、エントロピー自体は発散します。吸収断面積も同じような意味です。

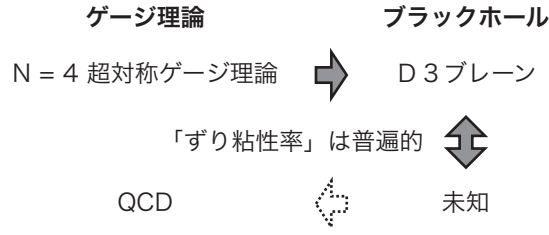


図 2: D ブレーンで議論できるゲージ理論は、超対称ゲージ理論であり、現実的なものではない。しかし、ブラックホールの議論から、ずり粘性率は普遍的であると考えられるので、超対称ゲージ理論の結果が現実のゲージ理論でも成り立つと考えられる。

(i) QGP: $\lambda = O(10)$ ($g_{\text{YM}} = O(1)$, $N_c = 3$)

(ii) AdS/CFT: $\lambda \rightarrow \infty$ ($g_{\text{YM}} \rightarrow 0$, $N_c \rightarrow \infty$)

強結合の意味が違うからといって、AdS/CFT の結果が役に立たないというわけではありません。要は、(i) のような状況を (ii) のように展開したときに、補正が小さいかどうかです。

今の理論には独立なパラメータとして λ と g_{YM} の 2 つがあるので、補正の種類も二種類あります。それぞれの補正について、そもそもなぜ上のような展開をするのか、また補正についてどの程度知られているかを簡単に議論しておきます。(ii) のような展開をする基本的な理由は、AdS ブラックホール上での超弦理論が完全には解けていないからです。

3.2.1 有限 λ 補正

「辞書」より、 $\lambda \rightarrow \infty$ という極限は、

$$(\text{重力の特徴的なスケール}) \gg (\text{ストリング長さ}) \quad (23)$$

を意味します。この場合、ストリング長さが無視できるので、超弦理論を点粒子理論で置き換えることができます (超重重力理論)。ストリング長さ l_s を考慮に入れると、重力の作用で l_s に比例した補正が出てきます:

$$S_{\text{eff}} = \frac{1}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x \sqrt{-g} \left\{ R + l_s^6 O(R^4) + \dots \right\} \quad (24)$$

「辞書」から l_s^3 は $O(\lambda^{-3/2})$ の補正を意味しています。このような補正を取り入れた η/s は、 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の場合で計算されています:

$$\frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi} \left(1 + \frac{135}{8} \zeta(3) \frac{1}{(2\lambda)^{3/2}} + \dots \right) \quad (25)$$

この補正の大きさを見積もるために、QGP のときによく使われる $\alpha_{\text{QCD}} = 1/2$ ($\lambda = 6\pi$) を使ってみましょう。すると η/s は 9% の増加になるので、 $1/(4\pi)$ は比較的良い近似のようです。

$\eta/s = 1/(4\pi)$ は多くのブラックホールについて成立するにもかかわらず、このような補正を入れるとなぜ $1/(4\pi)$ ではないのでしょうか? 2.1 節では、**重力作用がアインシュタイン・ヒルベルト作用で書かれる限り** $S_{\text{BH}} = A/4$ が成り立つと書きました。しかし、式 (24) はこの仮定を満たしません。このため、エントロピーも $A/4$ ではなくなくなってしまいます。同様に η についても、本稿では触れなかった仮定を破ります。この 2 つの効果をあわせて、上のような補正が出てきます。

また、 η/s が増加していることにも注意して下さい。これは自然な振るまいです。一般にずり粘性率は平均自由行程に比例します。相互作用が弱くなると、平均自由行程は増大します。このため、弱結合でずり粘性率は増加します。

ただこのような補正については、もはやユニバーサリティが成り立ちません。つまり式 (25) のような結果は、理論次第です。ほかの理論でも計算できればいいのですが、式 (24) に寄与する項は膨大で、現在でもすべての項が求まっているわけではありません。このため、ほかの理論で計算することは現時点では無理です。だから 9% という結果がどれほどもっともらしいのかははっきりしません。

3.2.2 有限 g_{YM} 補正

「辞書」より、「結合定数は結合定数」なので、 $g_{YM} \rightarrow 0$ は $G_{10} \rightarrow 0$ を意味します。このとき重力の量子効果は無視でき、古典重力で近似できます。超弦理論は量子重力理論ですが、重力の量子効果を計算するのは一般に容易ではありません。このため、有限 g_{YM} 補正の計算も難しく、これまでに見積もられたことはありません。

まとめると、有限 λ 補正の場合、特定の理論では補正が小さいようですが、一般にそうなのかはわかっていません。一方、有限 g_{YM} 補正の場合、どの理論でもこれまでに評価されていません。したがって、AdS/CFT の「強結合」が現実の QGP の「強結合」に近いかどうかは、残念ながらはっきりしていないのが現状です。

3.3 そのほかの QGP の現象

さきにふれたように、現在の実験温度では QCD はまだ強く相互作用しており、理論的手法としてあまり有用なものはありません。そこで、まず QGP に特有の現象はなにかが焦点の 1 つになります。現在までに議論されている現象としては以下のものがあります：

1. 楕円フロー (小さなずり粘性の帰結がこの楕円フローとされています)
2. ジェット・クエンチング
3. J/Ψ 抑制

ここでは、最初の楕円フローに関わる点だけ議論しましたが、どの現象も AdS/CFT 双対性の枠内で議論されています。(詳しくは、文献 [2] をご覧下さい。) ジェット・クエンチングの AdS/CFT 版は、4つのグループから独立に提案され、1 週間のうちにあいついで論文が出ました。また、その週のうちからこれらの提案を拡張する試みもなされ、大いに盛りあがったようです。ただ、同時に安易な論文やいい加減な論文も少なくなかったようです。

本稿執筆にあたり、共同研究者の Elena Cáceres さん、岡村隆氏、前田健吾氏に感謝します。また、ハドロン物理の立場から議論していただいた浅川正之氏、板倉数記氏、初田哲夫氏、藤井宏次氏にも感謝します。

参考文献

- [1] 夏梅誠、「ブラックホールとクォーク・グルーオン・プラズマ」数理科学 2006 年 7 月号。
- [2] M. Natsuume, “String theory and quark-gluon plasma,” arXiv:hep-ph/0701201.
- [3] R. M. Wald, *Quantum field theory in curved space-time and black hole thermodynamics* (The Univ. of Chicago Press, Chicago, 1994).