

探究的な学びを取り入れた授業実践（校舎の高さの測量実験）

さいたま市立浦和南高等学校 太田 敏之

<要旨>

浦和南高校では、スクールポリシーとして、「探究的な学びを積極的に組み込み、新たな価値を創造する生徒を育成する」を掲げている。そこで、数学の授業でも様々な「探究的な学びを取り入れた授業」を実践しようと試みている。本論ではその中で、三角比を利用した「校舎の高さを測る実験」を行ったので報告する。

1. はじめに

現2年次生から改訂された新学習指導要領の数学科改訂の趣旨の中で、「高等学校数学科においては、数学的に考える資質・能力を育成する観点から、現実の世界と数学の世界における問題発見・解決の過程を学習過程に反映させることを意図して数学的活動の一層の充実を図る」と述べている。また、文部科学省が推進している「探究的な学び」を受けて浦和南高校では、スクールポリシーとして、「探究的な学びを積極的に組み込み、新たな価値を創造する生徒を育成する」を掲げている。それをうけて筆者は、現実事象の課題を数学を用いて解決する、数学的モデリングの考え方に基づいた様々な「探究的な学びを取り入れた授業」を定期的実践しようと試みている。そこで本論ではとくに数学Ⅰ「図形と計量」で、三角比を利用した「校舎の高さを測る実験」を行ったので報告し、その効果について考察する。

2. 研究の経緯

筆者は1995年度の論文で「校舎の高さを測ろう」という実践報告を行うなど、数学的モデリングの考え方に基づいた授業に着目して行ってきた。2003年度には長期研修教員として埼玉大学教育学部で研修させていただき、町田彰一郎先生のご指導のもとで、数学的モデリングの考え方に基づいた授業の研究を行ってきた。しかし、当時はそのような授業の有用性を感じながらも、大学入試等で現実事象を扱った問題があまり出題されなかったため、高校の現場でも授業で扱うことが少なかった。しかし、近年の大学入試では、共通テストを中心によく現実事象を扱った問題が出題されるようになってきた。そこで、今までの取り組みをまとめて報告し、考察していこうと思う。

3. 本校1年次での取り組み

本校1年次の「探究的な学び」の取り組みとして、長期休業中の課題として探究課題を出して考察してもらい、その後の授業で解説するという取り組みをしている。探究課題は、観点別評価の「思考・判断・表現」の観点で評価している。

1年次春課題「2次関数の最大値・最小値について」

右のグラフ（ $y = (x - 3)^2$ のグラフのみを図示）の時に、 x の変域が次のとき（ $0 \leq x \leq 4$ など） y の変域はどのようなになるか。頂点の x 座標というキーワードを含め、推測したことを言葉で表現しなさい。

1年次夏課題「三角比の測量について」

以下の条件のもとで、浦和南高校の校舎の高さを測る方法を考察せよ。①校舎の屋上に登ったり、校舎の中に入ったりすることはできない。②校舎の根元までいって、ある地点から校舎までの距離は測ることができる。③使ってよい道具は、50mまで測ることができるメジャー1本と、 30° 、 60° 、 90° の三角定規1つだけである。

1年次冬課題「データの分析の分散について」

以下の値は、あるバスケットボールチームのA、B、Cの3選手の、昨年の出場した試合で挙げた得点を低い順に並べたものである。どの選手も1試合で挙げた得点の平均は同じ18点であるが、どの選手の挙げた得点の散らばりが大きく、どの選手の挙げた得点の散らばりが小さいかを、すべてのデータを使った数値で示したい。散らばりの大きさを示すために、どのような数値を用いて説明するとよいかを考察せよ。

4. 授業実践とその経緯

ここでは、1 年次夏の探究課題をもとに、2 学期に校舎の高さを測る測量実験を行ったので報告する。

4.1 実験の主な原理

自作した角度測定器を使って校舎を見上げた角度 θ を測り、タンジェントを利用して校舎の高さを計算して求める。

＜角度測定器の使い方＞

- ① 赤い線を上にし、矢印を目標の方向に向ける。
- ② 目線を合わせ、目標を見る。
- ③ 糸のゆれが静止したら押さえ、目盛りを読み取って角度を測る。



4.2 過去の授業実践報告

まずは、1995 年度から行ってきた校舎の高さを測る測量実験の経過について、記録が残っていた 4 つの実践例を報告する。

(1) 川口工業高校（定時制）での実践（1995 年度）

- ★実施クラス 1 年次 19 名（機械科・電子科）
- ★実験方法 校舎の真下から測ることができる。
事前に測量、計算方法を指定する。
個人で測量、計算をする。

校舎から離れる距離を 10m に固定し、 $10 \times \tan \theta$ を計算し、その値に目線の高さ（1.6m）を足して求める。メジャーを用意したり、10m に測ったひもを用意したりしてもよいが、計測を手軽にするために事前に 10m の白線を引いておいて、生徒各自が 10m を何歩で歩けるかを測らせ、歩測で 10m を測らせた。それによって、時間の許す限り校舎以外の高さも手軽に測らせることができた。

- ★主な実験データ（一番近かった班）
実験結果 $10 \times \tan 52^\circ + 1.6 = 14.4(\text{m})$
校舎の高さ 15.2(m) （誤差 -5.2%）

(2) 大宮武蔵野高校での実践（2007 年度）

- ★実施クラス 3 年次理系総合学習 30 名
- ★実験方法 校舎に近づくことができない。
事前に測量、計算方法を指定する。
4 名程度の班で測量、計算をする。
障害物があるために校舎まで近づけないとし、2 地点で見上げる角（ α 、 β ）を測量して、計算して求める。

(3) 横浜国際高校での実践（200 年度）

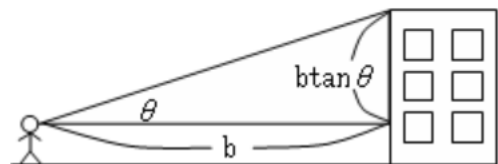
- ★実施クラス 1 年次 40 名 × 2 クラス

- ★実験方法 校舎の真下から測ることができる。
事前に測量、計算方法を指定する。

4 名程度の班で測量、計算をする。

各班にメジャーと角度測定器を用意し、校舎から離れる距離（b m）をメジャーで測量して、 $b \tan \theta$ を計算し、その値に目線の高さを加える。校舎以外の高さも測らせた。

＜実験方法と計算方法の例＞



$h = b \tan \theta$ となる。

これに目線の高さを加える（+1.6）。

(4) 浦和南高校での実践①（2021 年度）

- ★実施クラス 1 年次 30 名（習熟度普通クラス）
- ★実験方法 校舎の真下から測ることができる。
班で測量、計算方法を考える。
4 名程度の班で測量、計算をする。

各班にメジャーと角度測定器を用意し、事前に 4 名程度の班で測量方法や計算方法を考えさせてから、中庭で測量を行った。測量を行った場所が、ちょうど 10m 離れた地点で校舎を見上げると 45° だったので、タンジェントをあまり活用していない班が多かった。

★主な実験データ（一番近かった班）

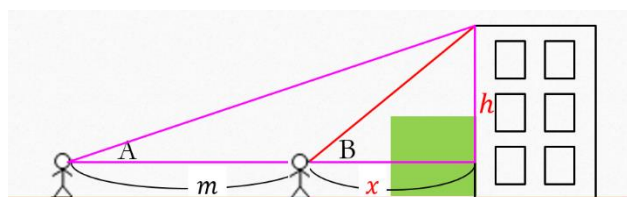
実験結果 $10 \times \tan 45^\circ + 1.6 = 11.6\text{m}$
校舎の高さ 11.77(m) （誤差 -1.4%）

4.3 今年度の授業実践報告

- ★実施クラス 1 年次約 30 名 × 4 クラス
（習熟度発展クラス）
- ★実験方法 校舎に近づくことができない。
班で測量、計算方法を考える。
5 名程度の班で測量、計算をする。

各班にメジャーと角度測定器を用意し、授業実践の前時に 20 分程度の時間を取り、測量する 5 名程度の班で測量方法や計算方法を考えさせた。以下のような実験方法と計算方法を想定していたのだが、生徒からなかなか発想が出ず、ヒントを出しながらようやく以下のような実験方法に決めることができた。

＜実験方法と計算方法の例＞



$$h = (m + x) \tan A$$

$$h = x \tan B \text{ を連立すると,}$$

$$h = m \tan A \tan B / \tan B - \tan A$$

となる. これに目線の高さを加える.

★主な実験データ (一番近かった班)

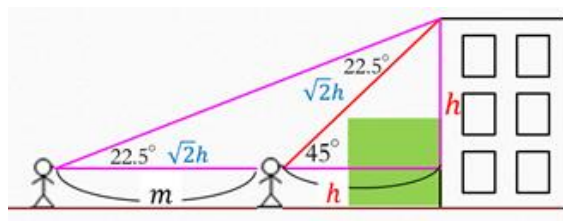
実験結果 $A = 28^\circ$ $B = 34^\circ$ $m = 4.1(\text{m})$

$$h = 4.1 \times \tan 28^\circ \times \tan 34^\circ / \tan 34^\circ - \tan 28^\circ + 1.6 \approx 11.86(\text{m})$$

校舎の高さ 11.77(m) (誤差 0.8%)

＜その他の実験方法＞

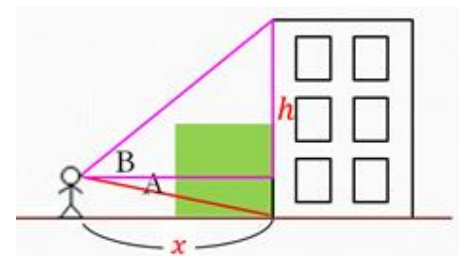
①



$$h = m / \sqrt{2}$$

これに目線の高さを加える.

②



$$h = x \tan A$$

$$h = x \tan B \text{ を連立すると,}$$

$$h = m \tan B / \tan A$$

となる. これに目線の高さを加える.

①の方法はやはり 45° を利用するというので, 思いついた生徒はすばらしいと思った. しかし, 22.5° を測るのが難しかったようだ. ②の方法もとてもいい方法であるが, 校舎の根元が見えないと測量できない方法である.

測量は中庭で行い, 計算と結果発表, 誤差の分析で合わせて55分間かけて行った. おおまかなタイムスケジュールは次の通りである.

- 00(分) 中庭集合, 点呼、測量開始
- 20 測量終了, 教室へ移動
- 25 班ごとに計算
- 40 各班より計算結果の発表
- 50 誤差の分析, 感想記入

以下の写真は, 実際に中庭で測量している様子と教室で計算している様子である.



5. 授業実践の効果の考察

今年度実施した授業実践の効果について, 生徒の誤差分析および感想を紹介し, それをもとに考察する.

＜興味関心意欲＞

- ・いつも解いている問題よりも実用的なので, 興味を持って方法を考えられた. 他にも測り方があると思うので, 機会があればやってみたい.
- ・身近なものを題材とすることでわかりやすく面白かった.
- ・班で協力して, 理論値に近い値が出せたのでよかった.

＜理解深化＞

- ・実験を通して, 単元の理解を深めることができた.

- ・多くのやり方が存在していたので、その時の条件によって求める方法もより臨機応変に対応していきたい。

<誤差の原因の分析>

- ・何度も角度を測ったり、測る長さを変えて測量したりすると、より精度が高くなると思った。
- ・誤差をより小さくするには、より多くデータが必要だと感じた。
- ・タンジェントの値は、角度が大きいほど、1度ずれるだけで誤差が大きくなってしまったことがわかった。使うものの特徴を初めに捉えてから測量することが大事だと思った。
- ・ 45° や 60° という簡単な数字を無理矢理使ってしまった気がする。しっかり正確に測ることが大切だと思った。
- ・最初は角度を決めてその距離を測ろうとしていたが、その角度を探すのに時間がかかったり、誤差が大きくなったりすると考え、距離を決めてその角度を求めることにした。すると実際の高さに近い値が出たのでよかった。
- ・計算の仕方をしっかり理解した上で細かく測定していけばよかった。
- ・計算の途中でタンジェントの値を四捨五入して計算してしまったのが、誤差が大きくなった原因だと思った。

<現実事象との関連>

- ・数学を使えば建物の高さを測ることができるのに感動した。もっと数学を使って身の回りのもの考えて便利にしていきたい。
- ・がんばれば東京スカイツリーの高さも測れそうで、すごいと思った。この方法を使えば、昔でも高さがわかるので、ピラミッドなどを作るときでも高さが測れそうだなと思った。数学って実生活でも使えてすごいなと思った。
- ・三角比を利用して山の高さを測ったり、地図を作成したりしている人たちは、測量も計算ももっと正確に、もっと多くの場所で測量したりしているのだと思うと、とても大変な仕事だと思った。

生徒の感想から考察すると、この授業実践を通して、数学とくに三角比の単元への興味関心が高まり、理解深化がはかれたようである。とくに誤差の分析によって三角比について理解が深まっているように感じた。また、生徒が数学の有用性や数学と現実事象との関連

を感じることはできたようである。

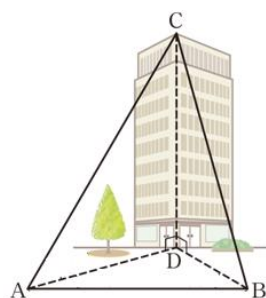
さらに授業の様子から考察すると、班で協力して測量方法を考えたり、計算して測量の正確性を競ったりして楽しんで授業を受けていて、数学の授業を外で行う機会はなかなかなく生徒は楽しんで測量していたのでよかったと思う。

6. まとめと今後に向けて

「探究的な学びを積極的に組み込み、新たな価値を創造する生徒を育成する」という目標を達成するために、数学の授業でもさらに積極的に「探究的な学びを取り入れた授業」を実践していく必要があると考える。また、共通テストで出題されている探究型の問題（太郎さんと花子さん問題など）に対応するためにも、探究型の授業実践は必要であると考え。

今回実践した「校舎の高さの測量実験」という探究型の授業は、授業の様子や生徒の感想を見るととても効果的な授業であると思う。

この授業を発展させて
次回は、「空間図形の計量」より、本校グラウンドから見えるマンションの高さを、以下の図のABの長さと $\angle CAD$ 、 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$ を測量して求める授業をしてみたいと思う。



他にも、数学Ⅱ「微分と積分」の章で「最大容積の箱を作ろう」という実践を行うなど、今までにいくつかの探究型授業を実践してきている。

しかし、授業の進度を考えると、多くの時間を割くことはできないのも現状である。よって、このような効果的な授業案を集めて精査し、各章に1回ずつでもよいから実施していきたいと考えている。

<参考引用文献>

- [1]何森 仁ほか(1987),『生き生き数学』(P34～35),三省堂。
- [2]原 恵理(1995),『「測る」(三角比)の授業より』,数学教室 1995・4 No.521 編集 数学教育協議会,国土社。
- [3]太田敏之(1996),『物の高さを測ってみよう(三角比より)』,「平成7年度高等学校数学研究会全体発表会発表資料」。