

言語活動を取り入れた数学の授業の研究

埼玉県大宮武蔵野高校 太田 敏之

1. 研究の概要

来年度から新学習指導要領が先行実施される。文部科学省（2009）によると、2008年の中央教育審議会答申における学習指導要領改訂の改善の基本方針のひとつに「言語活動の充実」が示されている。また、新学習指導要領の総則には、「言語に対する関心や理解を深め、言語に関する能力の育成を図る上で必要な言語環境を整え、生徒の言語活動を充実すること」と述べられている。

そこで本論では、言語活動を取り入れた数学の授業の指導方法について提案していくものとする。

2. 研究の内容

「言語活動」部会(2009)は、思考力、判断力、表現力等を育成するための言語活動を通して、数学科として、特に育成したい力として次の6点を挙げている。

- ①読解力（文章を読んで理解する力）
- ②分析力（筋道を立てて考える力）
- ③論証力（答案を数学的に表現する力）
- ④話す力（相手に理解してもらうように話す力）
- ⑤聞いて理解する力（表現を聞いて理解する力）
- ⑥伝達手段の理解力（記号を正しく使う力）

本論では、これを参考にして実践した以下の指導方法について提案する。

2.1 言語としての数学記号

町田氏(2010)は、「算数・数学は自然・社会・経済的な現象を科学的に記述する Global 言語である」と述べている。また「言語活動」部会(2009)は、「数学では表記そのものを一つの言語として捉えることができる」と述べている。

数学記号は「世界共通の言語である」と「短い表記で表現できる」という2つの役割を担っていると考える。

例えば「 $2 + 3 = 5$ 」という表記は現在では当たり前に使われているが、「+」や「=」の記号が初めて使われたのは1500年頃であり、その前は長々と言葉で表現していたそうである。英語では「Two and three make five.」、日本語では「2たす3は5」といった具合である。

つまり現在の「 $2 + 3 = 5$ 」という記号による

表現は、世界共通の言語であり、言葉で表現するより短い表記で表現しているといえる。

しかし、生徒にとって記号の理解は難しい。そこで、授業では上記のような記号の存在理由を説明し、記号を日本語に訳して説明することによって理解を深め、「伝達手段の理解力」を高めることができると思う。

(例) $a \in A$. . . aは集合Aに属する
 $2^3 =$. . . 2を3乗すると？
 $\log_2 8 =$. . . 8は2の何乗か？

2.2 共書き

共書きとは、授業の要点を授業者が読み上げ、それを聞いて生徒がノートに一齐に書き写す活動である。生徒が書くのと同時に授業者も黒板に書く。櫻氏(2011)の取組を参考にして実践しているが、この活動によって「聞いて理解する力」を高めることができ、違う場面でもただ黒板を書き写すのではなく、重要な部分を聞いて理解しノートに記録する力をつけることができると考える。

3. 授業実践報告

授業実践校である大宮武蔵野高等学校は、授業は落ち着いて行える学校であるが、数学の基礎学力が低い生徒も多く、苦手意識をもっている生徒も多い学校である。1学年の数学Aの3クラスで以下のような授業実践を行った。

3.1 記号を日本語に訳す

今回の授業実践では、数学Aの「集合と場合の数」で使われる記号について、日本語に訳して理解させるように心がけた。

例えば、「 $A \cap B$ 」は「集合AとBのどちらにも属する要素全体の集合」であるが、生徒によってわかりやすい表現が違うので、いろいろな場面でいろいろな表現で説明した。

中間考査後に、生徒に記述式で数学記号を日本語で説明させた解答例は以下の通りである。

- ① $A \cap B$
 - ・集合Aと集合Bの数のうち、どちらにもある数だけの集合。
 - ・集合Aと集合Bの共通部分。

- ・集合Aと集合Bの同じ数字.
 - ・AとBどちらの集合にも入っているもの.
 - ・AとBの共通する数字.
 - ・AとBの共通の要素を抜き出す.
 - ・AとBに共通する数をぬきとる.
 - ・AとBの同じ数.
- ② $A \cup B$
- ・集合Aと集合Bの数のうち、どちらかにある数の集合.
 - ・集合Aと集合Bのどちらかに入っている数.
 - ・集合Aと集合Bをすべてあわせたもの.
 - ・AとBどちらか片方にでも入っているもの.
 - ・AとBどちらか一方に属する数字.
 - ・AとBの要素を全て書き出す.
 - ・AとBの全体の数を順番にかぶらないように並べる.
 - ・AとBすべての数.
- ③ \bar{A}
- ・全体集合のうち、部分集合Aでないものの数.
 - ・集合Aの要素以外の要素.
 - ・集合Aに入っているもの以外の数.
 - ・集合Aの中に入っていないもの.
 - ・集合Aにない数字.
 - ・全体を見てA以外の数字.
 - ・A以外の要素.
 - ・A以外のもの.
- ④ $n(A)$
- ・集合Aの要素の個数.
 - ・集合Aに入っている数字の個数.
 - ・集合Aの数の個数.
 - ・Aに属している数字の個数を求める.
 - ・Aの個数.
 - ・Aの集合の要素の数.

また、日本語に訳すことについての生徒の感想は以下の通りである。

- ・記号の意味を日本語訳にしてくれたのは、すごく良くてわかりやすかった.
- ・記号の部分をあえて日本語で説明してくれたので、覚えやすかったです.
- ・記号の意味を日本語にした方がわかりやすく良いと思います.
- ・記号を言葉として覚えることによってわかりやすく、意味を理解しやすい.
- ・記号を言葉にすると、とても覚えやすいことがわかりました.
- ・記号の意味の覚え方が覚えやすかったです.
- ・記号の意味や使い方を日本語に訳してまとめたのは、あとで見返すことができるし頭に入りやすいと思います.

- ・ \cap , \cup の言葉での説明がよかった.
- ・言葉ではなく、数字をよく使って欲しい.

今回の授業実践は、記述式で記号を日本語で説明させる活動までであったが、次のステップとして、理解していない生徒に理解している生徒が説明してあげる活動ができるとよいと考える。

3.2 共書き

共書きさせる内容としては、その日の授業の重要事項だったり、まとめであったり、いろいろと考えられるが、今回の授業実践では、3.1の実践と関連させるために、数学Aの「集合と場合の数」で使われる記号を日本語で説明した内容とした。

基本的に共書きの活動は毎授業時行った。共書きさせた内容は以下の通りである。

①集合

ある条件を満たすものの全体の集まりを集合という。

集合をつくっている個々のものを、その集合の要素という。

a が集合Aの要素であるとき、 a は集合Aに属するといい、 $a \in A$ で表す。

②部分集合

集合Aのすべての要素が集合Bの要素になっているとき、AをBの部分集合といい、 $A \subset B$ で表す。

③共通部分

集合A、Bのどちらにも属する要素全体の集合をAとBの共通部分といい、 $A \cap B$ で表す。

④和集合

集合A、Bの少なくとも一方に属する要素全体の集合をAとBの和集合といい、 $A \cup B$ で表す。

⑤補集合

あらかじめ考えているものの全体の集合を全体集合といい、 U で表す。

U の部分集合Aに対して、 U の要素でAに属さないものの全体の集合をAの補集合といい、 \bar{A} で表す。

⑥要素の個数

集合Aの要素の個数が有限であるとき、その個数を $n(A)$ で表す。

⑦和の法則

Aの起こり方が m 通り、Bの起こり方が n 通りあり、これらが同時には起こらないとき、AまたはBの起こる場合の数は、 $m + n$ 通りである。

⑧積の法則

Aの起こり方が m 通りあり、そのおのおのの起こり方に対して、Bの起こり方が n 通りあるとき、A、Bがともに起こる場合の数は、 $m \times n$ 通りである。

⑨順列

n 個の異なるものから、 r 個とって、一列に並べた順列の総数を、 ${}_n P_r$ で表す。

⑩階乗

1 から n までの整数の積を n の階乗といい、 $n!$ で表す。

n 個の異なるものを、すべて、一列に並べた順列の総数は、 ${}_n P_n = n!$ である。

⑪円順列

n 個の異なるものを、すべて、円形に並べた円順列の総数は、 $(n-1)!$ である。

⑫重複順列

n 個の異なるものから、くり返し用いることを許して r 個とって、一列に並べた重複順列の総数は、 n^r である。

⑬組合せ

n 個の異なるものから、 r 個とった、組合せの総数を、 ${}_n C_r$ で表す。

⑭同じものを含む順列

n 個のもののうち、 a が p 個、 b が q 個、 c が r 個あるとき、これらをすべて、一列に並べた並べ

方の総数は、 $\frac{n!}{p!q!r!}$ ($p+q+r=n$) である。

共書きの効果としては、共書きの時間帯は生徒全員がひとつの作業に集中できること、授業の場面に変化をつけることができること、聞いて書くことで理解度を深めることができること、ノートを効率よく書くことができるということ、板書していないが重要であるポイントを聞いてノートに記録する力をつけることができるということ、などが考えられる。

そのような効果の検証をふまえて、中間考査と期末考査後に実施した生徒のアンケートの結果は以下の通りである。

<調査1>

授業の重要ポイントについて、先生が読む言葉を聞きながら、ノートにとる方法についてどう思いますか？次の3つから選んで○をつけてください。

- ①読む言葉を聞きながらノートをとる方が、黒板に書いてあることをノートにうつすより、集中でき、重要ポイントを理解しやすいと思う。
- ②黒板に書いてあることを見てノートにうつす方が、重要ポイントを理解しやすいと思う。
- ③どちらでも変わらないと思う。

●1学期中間考査後調査

68人中①44人(65%)②7人(10%)③17人(25%)

●1学期期末考査後調査

67人中①49人(73%)②4人(6%)③14人(21%)

<調査2>

先生が話したことを聞きながらノートをとることができるようになりましたか？全員が書く場面以外でも、先生が話したことをノートに書き留めることができるようになりましたか？

- ①話したことをノートに書きとめることができました。
- ②全員が書く場面では、前よりもノートに書くことができた。
- ③うまくノートをとることができなかった。

●1学期期末考査後調査

66人中①28人(42%)②36人(55%)③2人(3%)

<調査3>

共書きについての生徒の感想。

●集中力について

- ・読む言葉を聞きながら書くのは集中できてよいです。
- ・先生が言ったことを、黒板をみないで書くとき集中力があがる。
- ・聞きとって書くことによって集中できる。
- ・黒板に書かれたことをうつすだけでなく、先生の言ったことをノートにうつすことによって、集中力が増し、自分自身で理解できるようになった。
- ・最初は正直大変そうで追いつくのには必死で覚えられなくなるのではないかと思ったけど、やっていくうちに集中ができたので、これからはやった方がよいなと思いました。
- ・読む言葉を聞きながら書くと、集中できるのでいいと思います。

●理解度について

- ・読みながらノートを書くのは、ちゃんと言葉の意味を言われてノートを書いているからわかりやすい。
- ・黒板に書いてあることをただ写すだけじゃ頭に入ってこないと思うので、聞いて内容を理解してノートに写すことは良いと思いました。
- ・聞きながら聞いた方が頭にはいいと思う。
- ・先生の読んだことをノートに書いていく方法は、黒板に書いてあることをそのままうつすより理解度が深まるので、とてもいいと思いました。
- ・言葉を聞きながらノートをとると、思ったよりも印象に残って覚えやすかったです。
- ・私は書く速さが遅い方なので、読む言葉を聞きながらノートをとる方法には少し苦労しているが、頭には残るので良い方法だと思う。
- ・黒板に書いてあることを書くだけじゃ覚えられないので、聞いて書く方法は良いと思う。

●効率について

- ・読む言葉を聞きながらとる方法は、スムーズにノートをとることができ、効率がよいと思った。
- ・話をきいたことをノートに書くと、黒板に書いてあることを写すより効果的だと思う。

●その他

- ・先生が言ったことを書くのは、漢字の勉強にも少しなった。

★共書きの場面以外で、言ったことをノートにとることについて

- ・先生が話したことをノートに書き留めることができるようになりました。
- ・先生が話したことをノートにまとめることは、最初は大変でしたが、くり返すことでだんだん書けるようになりました。

●黒板を写す方がよいという意見

- ・理解するには、黒板に書いてあることを見た方が理解しやすいと思います。
- ・黒板を見ないとわからない記号とかの説明の時は、言ったのをきいてかくより見てかいた方がいいと思いました。

4. まとめと今後の課題

今回の授業実践では、数学Aの「集合と場合の数」の単元において、数学記号を日本語に訳すことと理解させたい数学記号の意味を共書きさせることを行った。それによって、生徒のアンケート結果などから、以下の3つの効果が得られたと考えることができる。

- ①数学記号の世界共通の言語および短い表現方式としての存在意義を説明し、記号を日本語に訳して説明し、理解させることによって、記号の意味の理解度を高めることができた。
- ②理解させたい数学記号の意味を共書きさせることによって、授業の集中力や理解度を高めることができた。
- ③共書きによって効率よくノートを書くことができ、共書き以外の場面で板書していないことでも、重要であるポイントを聞いてノートに記録する力をつけることができた。

今後は、言語活動の研究を深め、記号を理解している生徒が理解していない生徒へ説明する活動を取り入れた授業実践をしていきたい。

<参考文献>

- [1]文部科学省(2009),「高等学校学習指導要領解説数学編」.
- [2]埼玉県高等学校教育課程改善委員会「言語活動」部会(2009),「数学科における言語活動の取組」.
- [3]櫻泰樹(2011),「数学の学力向上への授業改善」.
- [4]町田彰一郎(2010),「算数・数学科における言語活動と研修案」.

<ホームページの紹介>

新学習指導要領に追加された「課題学習」を行うために、筆者は題材を集めてホームページを作成しているので、ご覧いただければ幸いです。アドレスは、

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~math-tota>ですが、「太田敏之」「高校数学教材集」で検索できると思います。