

学習意欲を高める授業実践(1)

埼玉県立大宮武蔵野高等学校 太田 敏之

<要旨>

生徒の数学に対する学習意欲を高めるために、勤務校である大宮武蔵野高校での授業実践を紹介する。

1. はじめに

大宮武蔵野高校1学年における実践を紹介する。1学年は7クラス募集280人定員のところをホームルーム8クラス展開で行い、1クラス36人程度で授業展開を行っている。数学においては、それをさらに2クラス3展開にした少人数授業を実施し、1クラス24人程度での授業展開を行っている。生徒の学力の幅は大きく、数学的思考力にすぐれている生徒から、基礎計算がおぼつかない生徒までいる。筆者はこの4月から大宮武蔵野高校に赴任したため、今回が最初の実践である。1学年の数学は、数学Iを4単位で行う。その中で三角比に入る前に、数学Aの平面幾何の単元のみを補う形で扱う。今回は、「式の計算」「実数」「1次不等式」の単元の実践を報告する。

2. 興味をもつような実践

生徒が数学に興味をもつような授業として、以下のような実践を行った。順を追って報告する。

①消費税について(文字式)

「式の計算」の最初の授業で、文字式の有用性を感じさせるために、次のような話題を扱った。

4月から店頭での表示が、本体価格から税込価格に変わりました。今まではレジで消費税が加算されるので消費税をいくら払っているか実感できましたが、これからは最初から税込価格で表示されるので、そのうちいくら消費税なのかわからなくなります。だから消費税がいくらなのかわかる計算できなければいけませんね。さて税込み3045円のものがあります。そのうち消費税はいくらでしょうか？

この問いかけから、一般式を求める方向へもっていくことにする。税込価格をx(円)とすると、本体価格は、 $x \div 1.05$ (円)より、

消費税は、 $x \div 1.05 \times 0.05$ (円)となる。これを

$$\text{簡単にすると、消費税は } \frac{0.05}{1.05} x = \frac{1}{21} x \text{ となり、}$$

税込価格を21で割れば消費税が求められることがわかる。よって、 $3045 \div 21 = 145$ (円)で、この場合消費税は145円払っていることがわかる。

この話題から、文字式を使って「税込価格を21で割れば消費税が求まる」というしくみを求めておけば、毎回1.05で割って0.05かける計算をしなくてすむから楽ということで、文字式の計算の有用性を感じさせることができる。

実際に生徒に考えさせることは難しくできず、説明するにとどまったが、生徒は興味深く聞いているように感じた。

②かけ算の工夫(展開公式)

「展開公式」の有用性とおもしろさを感じさせるために次のような授業を行った。

43×43を計算してみましょう。(各自筆算形式で計算する)

43×43を図1のように計算した子どもがいたら、みなさんはどのように教えてあげますか？

図1	図2	図3
$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 1609 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 86 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 1609 \end{array}$

この間違いは、図2のたし算の筆算形式の類比からきています。図3の12が2つ抜けているのです。

これは、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ の2abが抜けてしまったのです。

$$43^2 = (40+3)^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 3 + 3^2 = 1600 + 240 + 9 = 1849$$

と考えるとよいのです。ここで、 40^2 は百の位の計算、 $2 \times 40 \times 3$ は十の位の計算、 3^2 は一の位の計算をしていると見ることができます。

この話題の後、教科書の因数分解の演習を行い、早く終わった人だけ次のような問題を演習させた。

① $54^2 = (50+4)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 4 + 4^2 = 2916$

② $79^2 = (80-1)^2 = 80^2 - 2 \times 80 \times 1 + 1^2 = 6241$

③ $22 \times 18 = (20+2)(20-2) = 20^2 - 2^2 = 396$

④ $22 \times 24 = (20+2)(20+4)$
 $= 20^2 + 20 \times (2+4) + 2 \times 4 = 528$

⑤ $34 \times 57 = (30+4)(50+7)$
 $= 3 \times 5 \times 100 + (3 \times 7 + 4 \times 5) \times 10 + 4 \times 7 = 1938$

話題については、興味深く聞いている生徒も見られ、また $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ではないことを少しは理解させることができたと感じている。

演習については、生徒の学力の差が大きく、各生徒の演習時間に差ができるので、教科書の演習が終わった生徒にこのような演習をさせるのはよかったと感じている。

③熱膨張率（3乗の展開公式）

「3次の展開公式」の有用性を感じさせるために次のような話題を扱った。

鉄道のレールには、つなぎ目にすきまが開いています。なぜでしょう？（問いかけ）

これは鉄は気温があがると膨張するからです。気温 0°C で 30m の長さのレールは、 30°C では何 m 膨張して伸びると思いますか？（問いかけ）

実は約 1cm も伸びるのです。

では、気温 0°C で 1 辺 10cm の鉄のブロックがあって、これを使って建築物を作ること考えます。 30°C では体積はどれだけ増えるのでしょうか？ただし、鉄は 30°C では 10cm が 10.0036cm になります。

$(10.0036)^3$ を計算するのは大変であるし、気温によって伸びる長さも変わるので、そのたび3乗を計算するとなるともっと大変である。そこでまず、伸びる長さを x として考えると、3乗の展開公式を利用して、

$$(10+x)^3 = 1000 + 300x + 30x^2 + x^3$$

となる。ここで、 $x = 0.0036$ であることから、 x^2 や x^3 はとても小さい値になることから、

$$(10+x)^3 \approx 1000 + 300x = 1000 + 300 \times 0.0036 = 1001.08 (\text{cm}^3)$$

となり、約 1cm^3 体積が大きくなることがわかる。

話は少し難しかったが、3乗の展開公式の有用性と、数学IIIで学ぶ近似の感覚、そして数学と化学の関連を感じることができたのではないかと考えている。

④無限小数の世界（実数）

「有理数の性質」を理解させるために次のような授業を行った。

$\frac{1}{n}$ を ($1 < n < 20$, n は整数) を小数に直してみましょ。 (プリント利用)

$\frac{1}{n}$ はどうして、割り切れる (有限小数) か、割り切れない場合は同じ数字が循環する (循環小数) のでしょう? $\frac{1}{7}$ の筆算での計算をみて考えてみましょう。

どのような n が有限小数になり、どのような n が循環小数になるかを分類してみましょう。 n の素因数が2か5だけでできている場合は有限小数になります。

$\frac{1}{7}$ の筆算を通じて、有限小数でない有理数は、

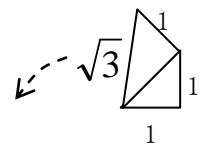
あまりの数が限定されるために必ず循環小数になるということがわかり、生徒は興味をもっていったように感じる。また、どのような数で割ったら割り切れるかという話題も興味をもっていったようである。

⑤無理数の歴史と作図（無理数）

「無理数」が大きさを持つ実数であることを感じさせるために次のような授業を行った。

ピタゴラス学派が無理数を発見したときの話題と、ルートの記号は、ドイツのルドルフが16世紀に、ラテン語のradixの頭文字rを図案化したものであることを話す。

右図のような、底辺が $\sqrt{n-1}$ 、高さが1の直角三角形から、無理数 \sqrt{n} の長さを作図させて、無理数の値を数直線上に対応させる作業を行う。



作図の時間が十分に取れなかったが、無理数が大きさを持つ一つの数であること、数直線上に対応できることを実感できたように感じた。また、生徒は興味をもって作図していたように感じた。

⑥上皿てんびんを利用した不等式（1次不等式）

「不等式」の概念をイメージさせるために、概念モデルとして「上皿てんびん」を利用し、次のような授業を行った。

上皿てんびんを持って教室に行き、次のような実験を観察させ、演習させる。

(1) 消しゴム

① 消しゴム (x g) を左皿に、10 g のおもりを右皿にのせる。てんびんは左に傾く。この状態を不等式で表させる。

$$\rightarrow x > 10$$

② 次に 15 g のおもりを右皿にのせる。てんびんは右に傾く。この状態を不等式で表させる。

$$\rightarrow x < 15$$

③ 次に 12 g のおもりを右皿にのせる。てんびんは左に傾く。この状態を不等式で表させる。

$$\rightarrow x > 12$$

④ 次に 13 g のおもりを右皿にのせる。てんびんはつりあう。この状態を式で表させる。

$$\rightarrow x = 13$$

(2) さいころ

① 13 g とわかった消しゴムに加えて、左皿にさいころ (x g) を4つのせ、20 g のおもりを右皿にのせる。てんびんは左に傾く。この状態を不等式で表させる。

$$\rightarrow 4x + 13 > 20$$

② 次に 25 g のおもりを右皿にのせる。てんびんは右に傾く。この状態を不等式で表させる。

$$\rightarrow 4x + 13 < 25$$

③ 次に 22 g のおもりを右皿にのせる。てんびんはつりあう。この状態を式で表させる。

$$\rightarrow 4x + 13 = 22$$

方程式を解いて、さいころ1個の重さを求める。(2.25 g)

この実験を観察させ、式をたてさせたことによって、不等式の意味や表し方だけでなく、不等式と等式（方程式）の関係がわかったのではないかと感じた。ただ、この不等式は、 x が変数ではなく未知数の式であり、実験経過から、真の命題である式を書いていくといったものである。しかし、実際の応用問題等にみられる不等式は、 x は変数であり、条件を満たすような x の存在範囲を考えるとという意味のことが多い。この2つの意味の違いについて考察し、今後生徒に不等式の意味を説明していく必要があるのではないかと考える。

3. 生徒の感想

1学期の中間テスト前の授業で、生徒に以下のようなアンケートを行った。

以下の数学の企画授業について、おもしろかったもの、楽しかったもの、ためになったもの等に○をつけて、それについての感想を書いてください。(○は2つ以上つけてもよい)

- ① 消費税は、税込価格を21でわると求められる。(文字式の計算)
- ② $4^3 \times 4^3$ は展開公式を使っても求められる。(展開公式)
- ③ レールなどの鉄は温度が上がると膨張する。体積を求める。(3乗の展開)
- ④ 分数のしくみ。分数は必ず有限小数か循環小数になる。割り切れる分数とは？(実数)
- ⑤ 無理数(ルート)の歴史(ピタゴラス)と作図(うずまきみたい？)(無理数)
- ⑥ てんびんを使って消しゴムやさいころの重さを量って不等式で表そう。(1次不等式)

(1) アンケート結果 (回答86名)

- ① 40名
- ② 18名
- ③ 21名
- ④ 20名
- ⑤ 25名
- ⑥ 33名

(2) 生徒の感想の抜粋

- ①身近な例を上げたのでよかった。
- ①生活の役に立った。
- ①次何か買ったら計算してみたいなと思った。
- ①びっくりした。使ってみる。
- ①いままでは105円ごとに5円ずつひいていたからめんどくさかった。
- ①21でわるといっても簡単にできるのがとてもよいと思った。
- ①どれくらい税がとられているかがわかるようになってよかった。
- ②同じまちがいをしたことがあった。
- ②おもしろかった。
- ③鉄は温度があがると膨張することを初めて知った。
- ③鉄が膨張するなんてしらなかったからびっくりした。鉄棒ももしかしたら膨張しているのかなと思った。
- ③電車のことはとても興味があるので、とても印象に残っている。
- ④小学校からのなぞが解けた。
- ④計算するのが好きだったからたのしかった。

- ⑤おもしろかった。アンモナイトみたいになった。
- ⑤うずまきになるまで必死に作図してしまいました。
- ⑤うずまきのような作図をずっとつづけてやってみたい。
- ⑥数学を実験のようにして、実際に目で見てやる授業は新鮮でおもしろかったです。
- ⑥自分の目に見えて理解できたからよかった。
- ⑥てんびんを使ったのはわかりやすくてよかった。
- ⑥不等式の性質がよくわかった。

4. 考察と生徒の感想分析

①は数学と実生活の関連を感じさせる授業で、身近な題材ということで生徒も興味をもっていったようだ。生活に数学が役立つことを感じさせたことで、学習意欲を高めることにつながったと考える。あとは、文字式の有用性についてどれだけ感じさせることができるかがポイントになると思う。

②は数学のしくみのおもしろさを感じさせる授業で、小学生の間違いの分析から、展開公式の利用まで、おもしろいと感じる生徒もいたようである。一見無機質な展開公式を身近に感じさせることができたと思う。

③は数学と化学や実生活の現象とのつながりを感じさせる授業で、3乗の公式の有用性など数学自身の理解を深めるところまでは至らなかったように感じるが、鉄が膨張することの驚きから、数学と化学や現象への関連を感じることはできたのではないかと考える。

④は作業を通じて数学のおもしろさを感じさせる授業で、簡単なわり算の計算からいろいろと自分で考えて分析することもできる内容なので、よかったのではないかと考える。

⑤は数学史と作図を通じて無理数の理解を深める授業で、数学史についての興味はあまりひくことができななかったが、作図した形がうずまきになることから形の美しさを感じさせることがで

き、学習意欲を高めることができたと考える。

⑥は上皿てんびんという概念モデルを観察させることによって不等式の概念の理解を深める授業で、実際に目で見ることによって理解を深めることができたのでよかったと考える。

5. 今後の課題

今後もこのような授業を継続して、その効果について分析していきたい。

6. 参考文献

- [1]太田敏之(2004),「生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めるための指導法の研究」,「平成15年度長期研修報告書」.
- [2]松岡哲雄(2004),「税込表示と小数・社会科教育」,「平成15年度埼玉大学教育学部町田研究室研究発表会資料」.
- [3]ベングト・ウリーン著,丹羽敏雄,森章吾共訳(1995),『シュタイナー学校の数学読本』,三省堂,p.54.
- [4]何森仁,小沢健一,近藤年示,時永晃共著(1987),『生き生き数学』,三省堂,pp.2-5.
- [5]佐久間孝文,「上皿てんびんと身近な品物」,「中学数学の森」,
<http://www.mikan100-web.hp.infoseek.co.jp/donyu/donyu.htm>