数学史を継続的に紹介する授業

浦和西高等学校 太田 敏之

＜要旨＞
様々な興味を持っている生徒に対して、数学に興味を持たせるためには、数学を様々な角度からみせる必要がある。そこで授業の最初の５分を利用して、数学史を授業の単元とは関係なく年代に沿って継続的に紹介して、生徒の興味関心がどのように変化したかを考察した。

１．はじめに

私は今まで、生徒が数学に興味を持つようにするための工夫をいろいろと試してみたが、今回は新教育課程の数学基礎にも登場する数学史を、授業の最初の５分で紹介することで、多様な生徒の新たな興味をひき、学習意欲を引き出せるのではないかと考え、実践してみた。

２．数学史活用の原理

数学教育における数学史の活用についての一般論に関しては多くの研究がなされているが、授業における数学史の教材例や授業実践例の提示に関する研究は多くはないといわれている。ここでは、教師にとっての素養として数学史を活用するのではなく、直接的かつ具体的に授業において数学史を導入する方法について考えてみることにする。

先行研究においての数学史の活用方法は主に次の２つに分類することができる。

①単元に入る前の導入や、その時々に応じた話題としての歴史教材の提示を行う。

②数学の歴史を圧縮、整理して年代順にたどる。

これまでにも数学史の活用については、数学の内容を理解させるために数学史を役立てるのか、それとも生徒に数学史の知識そのものを獲得させるのか、といった議論がなされてきた。

前者は、生徒が現在学習している単元の内容のルーツを伝え、その時代や地域における数学の内容やその意義を深く探り、その考え方や発想のおもしろさを伝えることによって、数学に深みをもたせる役割を果たす方法である。特に微分積分法は、その歴史的な考え方を導入することによって、生徒の興味をひき、理解を助けることは、先行研究にも見られている。それに対して後者は、その時代の文化的、社会的背景のもとで数学史を広範囲で展望し、年代記、発見物語、および数学者ごとの伝記を紹介したり、当時の数学者の用いた解法をたどってみせたりと、可能な限り分かりやすく忠実に歴史事実を伝達する方法である。両者の方法とも数学史の活用としてそれぞれに意義があると考えられている。

３．活用法の選択

今回は、後者に当たる「数学史を年代に沿って継続的に紹介する」という方法で授業を行った。この方法は生徒の興味を一時的にひきつける効果はあっても、数学学習そのものとは無縁であり、数学史の活用が十分効果的ではないとも考えられる。しかし、このような授業は単発では効果が小さいために、すべての単元において継続的かつ効果的に数学史を活用する方がよいが、それは単元の性質や時間の関係上なかなかうまくはいかないのが現状である。よって今回はそこまでの深い効果は考えず、短い時間の中で生徒に違った角度から数学をとらえさせ、生徒個々が数学に興味を見い出すことができるようにすることに焦点を当ててみた。また単元に組みこむとどうしても数学の授業の一環となってしまい、数学嫌いの生徒にとっては結局とっつきにくい部分が多くなってしまう。よってあえて単元とは切り離し、毎日連載といった形で年代順に継続的に話をし、その中であるときは発見物語や数学者の逸話、あるときは実生活とのつながり、またあるときは昔の数学的な考え方や発想、未学習である新しい分野や考え方にふれるなど、様々な角度を考え、それぞれ様々な興味を持った生徒が全体を通して何か得られるものがあり、数学に目を向けてくれればよいと考えた。

４．授業実施の目的

授業で数学史を継続的に紹介するにあたって次の５つの観点を目標においた。

①数学の発展の歴史が年代を追ってわかる。

②他の教科と数学とのかかわりを感じる。

③昔の数学の発想や考え方がわかる。

④それぞれの数学者の生き方や逸話を知る。

⑤数学と身のまわりの事象との関連がわかる。

５．授業のプログラム

テスト１週間前以外は､毎授業の最初の５分で、以下のようなプログラムで数学史の話をした。対象クラスは１学年２クラス（計８１名）である。

◎導入（数のおこり）
１）０のない世界（西暦０年・０階）
２）０の誕生（インド）
３）カラスが数えられる数（数の由来）
①古代エジプト，４大文明
４）リンドパピルス①（単位分数）
５）リンドパピルス②（円の面積の近似）
６）４大文明
②古代ギリシャ１・幾何学
７）ターレス①（三角形の合同条件）
８）ターレス②（天文学と弟子）
９）ターレス③（ピラミッドの高さ）
10）ピタゴラス①（ピタゴラスの定理）
11）ピタゴラス②（数の分類）
12）ピタゴラス③（無理数の発見）
13）ピタゴラス④（黄金比）
14）ピタゴラス⑤（タイル張り）
15）ピタゴラス⑥（正多面体）
③古代ギリシャ２・方法論
16）詭弁学派～ソフィスト（作図）
＜１学期中間テスト＞
17）ソクラテスとプラトン（方法論）
18）アルキュタス（調和平均）
19）テアイテトス（平方根の概念）
20）ゼノン（パラドックス）
21）ユードクソス（区分求積法）
22）メナイクソス（円錐曲線）
23）アリストテレス（論理学）
④アレキサンドリア時代・天文学
24）ユークリッド（５つの公理・公準）
25）アルキメデス（πの求め方）
26）アポロニウス（円と円錐曲線）
27）アリスタルコス（地球～円、太陽の距離比）
28）エラトステネス（地球の大きさを測る）
29）ヒッパルコス（月までの距離を測る）
30）ヘロン（2次方程式とヘロンの公式）
31）メネラウス（メネラウスの定理）
32）プトレマイオス（天文学とトレミーの定理）
⑤インド、アラビア・代数学
33）ディオファントス（２次方程式）
34）アリアバータ（２次方程式）
35）ブラマグプタ（２次方程式）
36）アルコワリズミ（２次方程式）
37）バスカラ（２次方程式）
＜２学期＞
⑥中世ヨーロッパ・実用数学
38）フィボナッチ①（人物紹介）
39）フィボナッチ②（フィボナッチ数列）
40）フィボナッチ③（自然界との関連）
41）フィボナッチ④（黄金比と黄金角）
42）オレスム（指数法則とグラフ）
⑦近世ヨーロッパ１・記号の発見と整備
43）ウィットマン（＋と－の登場）
44）ルドルフ（ルート記号の登場）
45）レコード（＝の登場）
46）ビエート（文字記号の登場）
47）ステビン（小数点の登場）
48）オートレッド（×の登場）
49）ラーン（÷の登場）
50）ハリオッド（不等号の登場）
＜２学期中間テスト＞
⑧近世ヨーロッパ２・方程式と数学の試合
51）フェロ（３次方程式）
52）タルターリア（３次方程式）
53）カルダノ（３次方程式）
54）フェラリ（４次方程式）
55）ジラール（虚数）
⑨近世ヨーロッパ３・確率、対数、解析幾何
56）カルダノ（確率論）
57）ガリレイ（確率論）
58）パスカル（確率論）
59）ネイピア（指数対数）
60）フェルマー，デカルト（解析幾何学）
⑩フェルマーの最終定理（特集）
61）ピタゴラス～フェルマー
62）オイラー～クンマー
63）谷山・志村予想とフライ
64）ワイルズ
⑪近世ヨーロッパ４・微分積分学
65）ニュートン，ライプニッツ（微分学）
66）ケプラー（積分学）
67）カバリエリ（積分学）
68）ニュートン，ライプニッツ（積分学）
＜３学期＞
⑫近代ヨーロッパ
69）ガウス（代数学、幾何学）
70）アーベル（代数学）
71）ガロア（代数学）
72）ロバチェフスキー（幾何学）
73）ボヤイ（幾何学）
74）リーマン（幾何学）

75）オイラー（グラフ理論）
76）ド・モルガン，ブール（記号論理学）
⑬日本の数学
77）律令期の数学（奈良～平安時代）
78）和算（室町～江戸時代）
79）吉田光由
80）関孝和
81）高木貞治
⑭πの歴史（特集）
82）古代バビロニア～ブラクマグプタ
83）中国、フィボナッチ～シャープ
84）グレゴリー～ニュートン
85）日本、コンピュータ時代
（以上２月１０日まで）

６．夏休みのレポート

夏休みに、授業で紹介した人物に限らず、ひとり数学者を選んで本やインターネットで調べてくるというレポートを出した。そこに、「その数学者を選んだ動機」、「内容」、「意見、考察と感想」の３つを書いてもらった。ねらいは、①自ら進んで数学史に取り組み調べてまとめること、②考察させ感想を書かせることで、自らで考えそれを述べること、③レポートを書くことになれること、の３つである。

生徒の選んだテーマは、授業で紹介した数学者が多かったが、それぞれ工夫して書いていた。ただ、インターネットを印刷したようなものも見られたのは残念だった。

テーマに選ばれた主な数学者は以下のとおりである。

（※はこの時点までに授業で紹介した数学者）

１．※ピタゴラス（２３人）
２．※アルキメデス（１３人）
３．関孝和、ニュートン（５人）
５．※ターレス、ガウス（３人）

他）フィボナッチ、アインシュタイン
　　パスカル、吉田光由、谷山豊など

ピタゴラスは、ピタゴラスの定理で生徒になじみが深いことと、１学期に授業で6回に分けて詳しく話したこと、ピタゴラス学派の話がおもしろいことなどで人気を集めた。日本人を調べたいという動機も多く、その時点で授業でまだ紹介していない関孝和について調べてきた生徒も多かった。その他は、中学時代に先生に話してもらった数学者や、何かの本で名前を目にした数学者を選んだようである。

７．授業についての生徒の感想

１学期と２学期末にアンケートをとり、無記名制（記名自由）で感想を聞いてみた。（７６名回答）

１）数学史の話について
①とても興味を持った　**９**
②おもしろい話もあった　**６１**
③興味がなかった　**６**

２）数学史の話を聞いてよかった点（複数回答可）
※（ ）内の数は最もよかった点での回答数
①数学の発展の歴史が、年代を追ってわかったこと。　**１５（３）**
②他の教科（哲学、天文学、自然科学等）と数学とのかかわりがわかったこと。　**２３（９）**
③昔の数学の発想や考え方がわかったこと。　**３４（２１）**
④それぞれの数学者の生き方や逸話を知ることができたこと。　**３４（２２）**
⑤数学が身のまわりの事象とどのように関連しているかがわかったこと。　**２４（９）**

３）授業方法について
①年代に沿っていてよい。　**４２**
②単元にあわせた方がよい。　**３０**

４）習っていない内容について
①難しいのでもっと詳しく話してほしい。**１８**
②なんとなく流れがわかる程度でよい。　**４８**

５）感想（記述）の抜粋
①発展の歴史に関すること
・かなり昔から数学は生活に役立っていたんだなあ、昔の人はすごいなあ、と思いました。
②他教科とのかかわりに関すること
・現代社会や地学の授業で、数学史できいた人がでてきたりするとうれしい。教科をこえてつながっている部分がおもしろい。
・天文学に関連する人の話がおもしろかった。
・数学と自然との関わりがおもしろい。
③昔の発想や考え方に関すること
・今僕たちが普通に使っている公式や記号、考え方が昔の人の苦労によって出来たことが知れてなんかすごいなと思いました。数学は奥深いなと感じました。
・普段の数学ではおそわることができないものをおそわることができてよかったです。
・数学のイメージも変わるのですごいです。
・いろいろな考え方を知っておもしろい。

④数学者の生き方や逸話に関すること
・数学の話だけでなく、その数学者についてや、その歴史の中のこぼれ話みたいなものを聞くのが楽しかった。
・いろいろな数学者の生き方や逸話に興味があって、注目して聞いていました。
・数学者のかけひきみたいなものを歴史的に話してくれたのがおもしろかった。

⑤身のまわりの事象とのかかわりに関すること
・数学的な考え方が、生活する上でいろいろなところで使われているというのがわかっておもしろかった。
・日常生活に密接して関係している話がおもしろかった。
・巻貝や黄金角の話を聞いて、自然はすごいなあと思いました。

⑥話の内容について
・フィボナッチの花びらの枚数とかひまわりの種の話には素直に感動しました。
・小学校で習う単純な＋、－などの記号の由来がわかっておもしろかった。
・昔は数学の試合があったというのが驚いた。試合のせいで公式が公開されないというのがなければもっと新しいのが発見されたと思う。
・円の面積の求め方の公式がどのようにしてできたか分かっておもしろかった。楕円の面積の求め方が分かってよかった。

⑦授業方法について
・いろいろな単元の話が聞けて、すごく楽しいです。
・まだ教えられてないところを簡単に飛ばして説明しているので､全体的に話がよくつかめない。やるならもっと詳しくやってほしいです。
・微分積分など来年習うからと言わずにもう少し深くやってもおもしろいと思います。
・授業の単元に合わせて数学史の話をすれば詳しく話をされても理解することができ、また長い間記憶に残ると思います。
・習っていない内容だとわかりませんでした。
・図やプリントがあるともっとわかりやすい。
・どんどんいろいろな人物がでてきて、何がなんだかよくわからなかったです。

８．考察

生徒の感想を分析してみると、やはり生徒の興味は様々で､「とても興味を持った」という生徒は多くはなかったが、少なからず興味を持てる話はあったようだ。よかった点についても生徒それぞれが感じたことが違ったようだが、数学的な考え方や発想が広がったことと数学者の逸話を楽しく聞けたことが多くあげられていた。記述の感想の内容も様々ではあるが、先に述べた５つの観点を十分感じられる内容であり、それぞれ興味が違う生徒が、それぞれに数学史のよさを感じ取ることができたような印象を受けた。また、他教科とのつながりの部分は、総合的な学習の時間での活用も考えられると思う。

授業方法については、今回は数学史を年代に沿って紹介する手法をとった。やはり習っていない内容は難しいようで、時間があればもっと詳しくやってほしいという意見もあったが、なんとなく流れや考え方がわかる程度でよかったという意見が多くをしめた。また、単元にあわせて話をしてほしいという意見もあったが、こちらも年代に沿ってやってよかったという意見が多かった。授業の単元にとらわれず、いろいろな考え方にふれることができたので、よかったようにも感じた。また、話をするにあたってプリントを作って配ってほしいという意見もあった。以前数学史ではないが、数学おもしろ話として毎時間プリントを作ったこともあったが、プリント作りの準備が毎時間大変で長続きしなかった。よって今回は毎時間はプリントを作らなかったのだが、次々と数学者が出現したりすると混乱するので、流れがわかる程度のまとめプリントを適宜配った。しかし数学的に難しい内容の時も式や図などを書いたプリントが必要であったと思う。

夏休みのレポートについては、受け身的に聞くだけでなく、自ら調べ考える機会としてよかったと思うが、インターネットをただ印刷しただけのようなレポートもみられたので、考察や感想を評価することも伝え、しっかり書いてもらうようにするとよいと思う。

以上のように、生徒は数学史を紹介する授業やレポートを通じて、数学の違う一面を知ることができ、身のまわりや他教科などとのつながりを知ることで、数学に対する興味を少しでも広げられたように感じた。今後も今回の反省をいかし、数学史を授業で効果的に活用していこうと思う。

９．参考文献

[１]塚原久美子,「数学史をどう教えるか」, 東洋書店，2002 年
[２]矢野健太郎,「モノグラフ数学史」, 科学振興新社，1967 年

＜発表当日資料＞

◎導入（数のおこり）

１）０のない世界（西暦０年・０階）

⑴紀元前１００年から紀元後１００年までは、１９９年間しかない。

→西暦０年が存在しないから。０のない世界が人類の歴史である。

⑵日本で地上４階と地下４階、往復するのはどちらが楽か？→地上４階の方が楽。

イギリスでは ground floor（地上階すなわち０階）があるのでどちらも同じ。

２）０の誕生（インド）

古代のギリシャ（α, β, γ）、ローマ（Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ）、中国（漢数字（甲骨文字）、算木）エジプト（エジプト数字の記号）にはゼロに当たる数字、記号はなかった。

古代バビロニア（楔形文字）はゼロを空欄で表したものもあるともいわれている。

インドにはいち早くゼロの考え方を登場した。

BC500 頃　位取りの考え方はあった。

BC200 頃　空（くう）というゼロの概念の誕生。

AD700 頃　０の数字の誕生、アラビアに渡りアラビア数字に０が使われる。

位取りの０はヨーロッパでは偽造を恐れて最初は使われなかった。

（12 世紀にフィボナッチによってヨーロッパにもたらされた。）

３）カラスが数えられる数（数の由来）

４までは数えられ区別できるが、５になると４との区別がつかなくなる。

城に巣を作ったカラスを捕まえるために、４人で城に入って３人出てきてもカラスは数えられるので逃げてしまうが、５人城に入って４人出てくると、カラスは数えられずに全員出たと思って逃げず、捕まえらてしまったというイギリスの話。

親鳥も４個ある卵から１個取ると気づくが、５個ある卵から１個取っても気づかないことが多い。またローマ数字など古代の数字も、５になると記号や表記が変わったりするものが多い。

①古代エジプト，４大文明

４）リンドパピルス①（単位分数）

リンドパピルス；イギリスの富豪リンド（1833～）が発見。

パピルスに書かれた本で、大英博物館に保存。

1877 年アイゼンロールによって判読。

推定 BC1600 年頃アメースによって書かれた。

$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$ と単位分数であらわすことで、土地などを分けていた。

５）リンドパピルス②（円の面積の近似）

直径 r の円の面積は、一辺が $\frac{8}{9}r$ の正方形の面積に近似して求めていた。

６）４大文明

経験的な事実の集まり。

⑴エジプト（BC2000～）

ナイル川の氾濫による土地測量（縄張り師）、リンド・パピルス、１０進法、

１年は３６５日と４分の１。

⑵バビロニア（BC1700～）

チグリス・ユーフラテス川、楔形文字、１０進法と６０進法

１年は３６０日→円の一周は３６０度の起こり→６０進法

１時間＝６０分などを導入、等差数列、等比数列のおこり。

(3)インド（BC700～）…ガンジス川、古文書がないので不明。
(4)中国（BC1300～）…黄河、漢数字（甲骨文字）と算木。
②古代ギリシャ１・幾何学
７）ターレス①（BC624～）（三角形の合同条件）
商人で、計算中心のエジプトの幾何をギリシャに持ち込み、証明を試みた。
対頂角が等しい、二等辺三角形の両底角が等しい。
三角形の合同条件（２辺鋏角相当、１辺両端角相当）。
線分、図形などの言葉を導入。棒の長さ、土地の形状という具象的な呼び名から、抽象的な呼び名にした。
８）ターレス②（天文学と弟子）
ＢＣ５８５年５月２８日の日食の予言。
弟子；アナクシマンドロス（BC610～）
アナクシメネス（BC585～）天文学を科学的に発展させた。
アナクサゴラス（BC500～）無限と連続について考察。
円の面積は半径の２乗に比例することを発見。
９）ターレス③（ピラミッドの高さ）
ピラミッドの影の長さを測り、三角形の相似を使ってピラミッドの高さを測った。
10）ピタゴラス①（BC582～）（ピタゴラスの定理）
ターレスの元に学び、その後エジプトへ留学。ピタゴラス学派を作る。
古代バビロニア（BC1700）時代からあったピタゴラス数を幾何に置き換えて考えた。
ピタゴラスの数の一般式（ｎ＝3,5,7…）。

$$\left(\frac{n^2-1}{2}\right)^2+n^2=\left(\frac{n^2+1}{2}\right)^2$$

エジプトの縄張り師（ひもと結び目で3：4：5の長さを作り、直角を作る）。
11）ピタゴラス②（数の分類）
奇数、偶数、素数、互いに素な数（１以外に公約数がない）。
完全数・・自分以外の約数の総和が自分自身と等しい数。
（例；６＝１＋２＋３、28＝１＋２＋７＋14）
６は月～土の６日間（日は休み）、28 は月の公転周期で特別視された。
現在 30 個しか発見されていない。
不足数（例；18＜１＋２＋３＋６＋９）。
過剰数（例；10＞１＋２＋５）。
親和数（例；220 と 284）現在 550 組発見されている。
220＝１＋２＋４＋71＋142(284 の約数の和)
284＝1＋2＋4＋5＋10＋11＋20＋22＋44＋55＋110（220 の約数の総和）
ピタゴラス数。
三角数（1,3,6,10,15…（自然数の和））。
四角数（1,4,9,16,25…（奇数の和））。
長方形数（2,6,12,20,30…（偶数の和））五角形数、六角形数。
12）ピタゴラス③（無理数の発見）
ピタゴラス学派は無理数を発見したが、当時は点は大きさを持っていて、一つの線分は有限個の点で構成されているという考えがあったので、無理数の存在はこれに矛盾するため、その発見を内密にしていた。弟子のヒッパソスはこの秘密を外部に漏らしたため、溺死させられたといわれている。

13）ピタゴラス④（黄金比）
ピタゴラス学派のシンボルである星型五角形（ペンタグランマ）の対角線、
パルテノン神殿、凱旋門、ミロのビーナス（おへその位置）、
はがき、テレホンカード、名刺、新書の本などに黄金比が存在。

※黄金比　$1:\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$（$1:x$ で x は $x^2-x-1=0$ の正の解）。

14）ピタゴラス⑤（タイル張り）
三角形の内角の和は 180°であることを発見。
タイルで敷き詰められるのは、正三角形、正四角形、正六角形の３種類しかない。
（内角が３６０°の約数になっているのが条件。）
ハチの巣はなぜ正六角形か？
→単位材料当りの巣の面積が一番大きいから（パッポス BC200 頃）。

15）ピタゴラス⑥（正多面体）
正多面体は、正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体の
５種類しかない。

③古代ギリシャ２・方法論

16）詭弁学派～ソフィスト（職業的教師）（作図）
定規とコンパスのみの作図による三大難問の研究。
ヒピアス（BC460 頃）　　…角の三等分問題（作図）。
ヒポクラテス（BC430 頃）　…倍積問題（２倍の体積の立方体の作図）。
～デロスの問題（デロスの悪疫を抑えるために祭壇の体積を２倍にしたい）。
アンティフォン（BC430 頃）…円積問題（円と面積の等しい正方形の作図）。
定規とコンパスだけでは作図不可能であることが 2000 年以上たってから初めて
わかる。

17）ソクラテス（BC469～）とプラトン（BC429～）
ソクラテス；個々の事実の発見より、方法論で大きな貢献。
プラトン；ソクラテスの弟子。アカデミア学校を設立し、プラトン学派を作る。
これまでの数学を方法論的に整理。
幾何学の定義、公準、公理、定理などの考えの始まり。

18）アルキュタス（BC428～）（調和平均）
音律の問題から比例論を展開。弦長比から完全５度と完全４度の和音を作る。
算術平均 $b=\dfrac{a+c}{2}$、幾何平均 $b=\sqrt{ac}$、調和平均 $b=\dfrac{2ac}{a+c}$ を名づけた。

19）テアイテトス（BC415～）（平方根の概念）
平方根の概念を明らかにし、３～１７の平方数（４、９、１６以外）を求めた。

20）ゼノン（BC490～）（パラドックス）
「アキレスと亀」「飛んでいる矢は止まっている」などのパラドックスを発案した。

21）ユードクソス（BC409～）（区分求積法）
比例論を展開した。
ピラミッドの体積など、種々の面積や体積を、区分求積法（細かい面積に分けて
たしあわせる手法）を使って求めた。
ユードクソスの公式　$V=\dfrac{1}{3}Sh$ を発表した。

22）メナイクソス（BC350 頃）（円錐曲線）
異なる円錐から、それぞれ楕円、放物線、双曲線を切り取れることを発見した。

円錐を母線に垂直に切ると、円錐の頂角が鋭角だと楕円、直角だと放物線、鈍角だと双曲線になる。

23）アリストテレス（BC384～）（論理学）

アカデミア学校で学び、後にアレキサンダー大王の家庭教師になる。

学校リュケイオンを設立、４００もの著書を出す。

論理学、三段論法、数学における定義や仮定の役割の分析をした。

④アレキサンドリア時代・天文学

24）ユークリッド（BC300 頃）（５つの公理・公準）

それまで知られていた全ての数学を１つの理論体系として組織しなおした。

平面図形についての５つの公理と５つの公準（ユークリッド幾何学）を発表した。

＜５つの公理＞

1　同一のものに相等しいものはまた、互いに等しい。

A=B、A=C ならば、A=C

2　相等しいものに相等しいものを加えると、結果もまた相等しい。

A=B ならば A+C=B+C

3　相等しいものに相等しいものを引けば、結果もまた相等しい。

A=B ならば A-C=B-C

4　互いに相重なるものは相等しい。（集合）

5　全体は部分より大きい。（集合）

＜５つの公準＞

1　任意の点とこれと異なる他の任意の点とを結ぶ直線をひくことができる。

2　任意の線分はこれを両方へいくらでも延長することができる。

3　任意の点を中心として任意の半径で円をえがくことができる。

4　直角はすべて相等しい。

5　２直線が１直線と交わっているとき、もしその同じ側にできる内角の和が２直角より小であったならば、２直線はその側へ延長すれば必ず交わる。

⇒平行線の公準。（直線外の点を通り、その直線に平行な直線は１本あって１本に限る。）→後に非常に大きな議論を呼ぶ。

25）アルキメデス（BC287～）（πの求め方）

内接正ｎ角形の辺の和＜円周＜外接正ｎ角形の辺の和から、πの値を求めた。

円の面積（$S=\pi r^2$）、球の表面積（$S=4\pi r^2$）、体積の公式（$S=\frac{4}{3}\pi r^3$）を求めた。微分積分学の先駆者。地球は丸いことを証拠をつけて説明した。

26）アポロニウス（BC260～）（円と円錐曲線）

１つの直円錐から、切り方により楕円、放物線、双曲線が得られることを発見した。

軸、焦点、接線、漸近線についても定めた。

アポロニウスの円を発見。

27）アリスタルコス（BC310～）（地球～円、太陽の距離比）

初めての科学的天文学者。ユークリッドの弟子。

地球～太陽と地球～月の距離の比を、三角比を利用して求めた。

28）エラトステネス（BC275～）（地球の大きさを測る）

エジプトのシエネとアレキサンドリアの２箇所で太陽の光が差し込む角度を測定して、地球の大きさを求めた。

エラトステネスのふるい（素数の発見）

29）ヒッパルコス（BC150 頃）（月までの距離を測る）
古代最大の観測天文学者で、世界最古の星図を作る（850 個の恒星）。
現在の三角関数表に相当するものを作り、三角測量の基礎を作る。
月が南中する地点とその月が地平線上に見える地点の２箇所で同時に月を観測し、月までの距離を求めた。少なくとも 9,000ｋｍも離れた２地点での同時の測定が必要で、時計がない古代にどうやって遠く離れたまま「同時」を決めたかは不明だが、月食を時計代りにしていたとも考えられている。

30）ヘロン（BC100 頃）（2 次方程式とヘロンの公式）
２次方程式をはじめて本格的に取り扱った。
「正方形の面積と周の和は 896 である。１辺の長さはいくらか。」
１辺をｘとすれば、　$x^2+4x=896$
$$x^2+4x+4=896+4$$
$$(x+2)^2=900$$
$$x+2=30 \qquad \text{よって、} x=28$$
ただし、まだ記号や式はなく、言葉で説明しながら解いている。
（これは１６世紀に記号が整備されるまで続く。）

ヘロンの公式（三角形の面積$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$　ただし$2s=a+b+c$）

31）メネラウス（100 頃）　（メネラウスの定理）
球面天文学の基礎を築く。メネラウスの定理を発見。

32）プトレマイオス（150 頃）（天文学とトレミーの定理）
トレミーは英語名。世界で最初の地図帳を作成、経度と緯度の考えを持ち込んだ。
（ただ、赤道の値を過小に見積もったため、後にコロンブスがアメリカ（西インド諸島）をインドと勘違いさせたといわれている。）
天動説を主張、４８星座を定めた。
幾何学（円）についての、トレミーの定理を発見。

⑤インド，アラビア・代数学

33）ディオファントス（エジプト 300 頃）（２次方程式）
整数論の父と呼ばれた。墓石に刻まれた謎かけが有名。(中学入試問題にもなった。)
「彼はその一生の$\frac{1}{6}$を少年、$\frac{1}{12}$を青年、さらにその後は、一生の$\frac{1}{7}$を独身で過ごした。結婚してから５年後に子供が生まれ、その子は彼より４年前に、彼の寿命の半分でこの世を去った。」さて、ディオファントスは何歳まで生きたでしょう？
(答え；８４歳)。
初めて代数学（１次、２次方程式）を本格的に研究した。
「２数の和が２０、積が９６のとき、２数はそれぞれいくらか。」
２数を$10+x$、$10-x$とおくと、$(10+x)(10-x)=96$
$$100-x^2=96$$
$$x^2=4$$
$$x=2$$
負の数の考え方は欠けていて、２次方程式に２つの根があることはまだ認められていない。また無理数の解も認めなかった。一貫した解法もまだなかった。

34）アリアバータ（インド 476～）（２次方程式）
２次方程式の解の公式の初めて用いた。ときに正の根、ときに負の根を採用した。

$\pi = \dfrac{62832}{20000} \fallingdotseq 3.1416$ と計算した。

35）ブラマグプタ（インド 598～）（２次方程式）

０の四則演算を定義した。（ただし、$\frac{0}{0}=0$ としていた。）

負の数の利用、多元連立２次方程式、２次方程式を研究した。
ブラマグプタの定理（直角三角形の３辺は、a^2-b^2、a^2+b^2、$2ab$ とおける）。
ブラマグプタの公式（ヘロンの公式の拡張）。

円に内接する四角形の面積 $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$

ただし $2s=a+b+c+d$

36）アルコワリズミ（アラビア 825 頃）（２次方程式）

方程式の移項（方程式の係数が正の数になるように）と整頓（同類項をまとめて簡単にする）などの手法を整理。式や記号はなく、言葉で説明している。

「「３個の平方と４個の根との和から２４を減じたものは、２個の平方から６個の根を減じたものへ１５を加えたものに等しい」を考える。係数が正となる（減じるが加えるになる）ように移項すると、「３個の平方と４個の根と６個の根の和は、２個の平方と１５と２４の和に等しい」となるので、これを整頓すると、「１個の平方と１０個の根との和は３９に等しい」…」と続いていく。

$3x^2+4x-24=2x^2-6x+15$→移項→$3x^2+4x+6x=2x^2+24+15$

→整頓→$x^2+10x=39$

インドの記数法とゼロの概念やメソポタミアの数学、ユークリッドの幾何学的思考法を取り入れた本「アル・ジャーブル・フル・ムカバラフ」で１次、２次方程式の解そのものを扱っている。
代数学（アルジブラ）、計算法（アルゴリズム）の語源となる。

37）バスカラ（インド 1114～）（２次方程式）

負の数を負債と考える。負の解まで考え、2 次方程式に２つの根があることを認めた。

「正の数の平方も負の数の平方も正の数である。したがって正の数の平方根は２つあって、その一方は正の数、他方は負の数である。しかし負の数の平方根は存在しない。なぜなら負の数は絶対にある数の平方にはなり得ないからである。」

解の公式の確立、二重根号の解法。

＜解の公式＞

「３個の定数があり、ある未知数の平方と第１の定数の積と、その未知数と第２の定数の積との和が第３の定数と等しいとき、
その未知数の値は、第１の定数と第３の定数の４倍に第２の定数の平方を加えたものの平方根から第２の定数をひき、第１の定数の２倍で割った値と等しい。」

↓

a,b,c を定数とすると、$ax^2+bx=c$ を満たす x の値は $x=\dfrac{\sqrt{4ac+b^2}-b}{2a}$ のこと。

⑥中世ヨーロッパ・実用数学

38）フィボナッチ①（イタリア 1170～）（人物紹介）

本名はレオナルド。アダ名のフィボナッチは父ボナッチの息子という意味。
著書「算盤の書」で、インドとアラビアの実用数学、記数法、計算法などをそれまで寺院数学だったヨーロッパに伝える。

39）フィボナッチ②（フィボナッチ数列）

うさぎの問題（１つがいのうさぎは産まれて２ヶ月後から、１月に１つがいのうさぎを産む。１年後は何つがいのうさぎになっているか。）

フィボナッチ数列。（１，１，２，３，５，８，13，21，34，55，89，144，233..）

ｎか月後のうさぎの数 $f(n) = \underbrace{f(n-1)}_{\text{1ヵ月前のうさぎの数}} + \underbrace{f(n-2)}_{\text{2ヵ月前にいたうさぎが産んだ子どもの数}}$

40）フィボナッチ③（自然界との関連）

木の枝分かれ、巻貝の半径、

花の花びらの枚数（３（ユリ）５（キンポウゲ）８（ヒエンソウ）13（マリーゴールド）21（アスター）34、55、89（デイジー））、

ひまわりの種の並び、松ぼっくり、パイナップルなどにフィボナッチ数列が見られる。

41）フィボナッチ④（黄金比と黄金角）

フィボナッチ数列と黄金比の関係。

$$(144:233 \fallingdotseq 1:\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1:1.618\cdots \fallingdotseq 0.62:0.38)$$

フィボナッチ・リトレイスメント（株式の相場の戻りの基準比率；人間心理の特質）。

黄金角（137．5°≒360°×0．38）；葉のつき方（光が当たりやすいように）。

42）オレスム（フランス 1323～）（指数法則とグラフ）

指数（ベキ）の概念とその記号を考え、指数法則を発見した。

分数のベキ、負の数のベキまで考えている。

$y = f(x)$の変化の様子をグラフに表すことを試みている。

$S_n = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1}$を求めた。

⑦近世ヨーロッパ１・記号の発見と整備

43）ウィットマン（ドイツ 1500 頃）（＋と－の登場）

計算親方のアダ名をもつ。

＋と－を過不足を表す記号として利用した。

計算の記号として利用したのは、フッケ（オランダ 1514～）。

＋の語源；ラテン語で「および」を意味する et を図形化した。

－の語源；minus の m が横に伸びた。

※もうひとつの説

－；船乗りが樽に入った水がどこまで減ったかを示す目印。

＋；水を足したときに、－に縦棒をいれて消したことから。

44）ルドルフ（ドイツ 1499～）（ルート記号の登場）

√の記号を初めて利用した。語源；ラテン語で根を意味する radix の頭文字 r を図案化。（17 世紀に√に変化（デカルト））

45）レコード（イギリス 1510～）（＝の登場）

＝の記号を初めて利用した。語源：長さの等しい平行線くらい等しいものはない。

＝は始めはもっと長く書かれていた。

「知恵の砥石 The whetstone of witte」1557 年英語で書かれた最初の代数の書物。

46）ビエート（フランス 1540～）（文字記号の登場）

既知量（定数）を b,c,d･･･（子音）、未知量（変数）を a,e,i,o,u（母音）で書く。

既知量を a,b,c,d･･･、未知量を x,y,z･･･で初めて書いたのはデカルト（フランス）。

47）ステビン（ベルギー1546～）（小数点の登場）
それまでの分数の概念から、小数の概念を考え出した。
３２．４５６を、３２◎４①５②６③と書いた。
小数点を用いたのはネイピア（イギリス 1550～）で、１・５と書いた。
ヨーロッパ大陸では１，５、日本とアメリカでは１．５と書くようになる。
48）オートレッド（イギリス 1574～）（×の登場）
×の記号を初めて利用した。語源；スコットランドの聖旗の十字架からとった。
（それ以前は、２×２は２ multpilied by ２と書いていた。）
ドイツでは x と間違えやすいので・を利用（レギオモンタンヌ（ドイツ 1463～））。
49）ラーン（スイス 1660 頃）（÷の登場）
÷の記号を初めて利用した。語源；割り算を分数に表した形を図案化。
比の記号：からきているともいわれている。
５世紀はじめ、ロンドンの金融街で半分を表す記号として利用されていた。
（「４÷」は２を表す。）
ドイツでは：を利用（ライプニッツ（ドイツ 1646～）。現在も÷を使っている
のは、日本、アメリカ、イギリスで、ヨーロッパ大陸では、：を使っている。
50）ハリオッド（イギリス 1560～）（不等号の登場）
不等号＞と＜を初めて利用した。
≦、≧を初めて利用したのはボーガー（フランス 1734 頃）。
その後、デカルト（フランス 1596～）の「方法序説」1637 年で、現代の記号が
ほぼでそろう。

⑧近世ヨーロッパ２・方程式と数学の試合
51）フェロ（イタリア 1465～）（３次方程式）
ボローニャ大学教授。
$x^3+ax=b\ (a>0, b>0)$ の形の３次方程式の解を最初に発見した。
賞金と数学師としての評判をかけた数学の試合が流行。（互いに相手に３０題の
問題を出し合い公開試合をする。）よって解法は秘密主義が多くなった。
秘密の式を弟子フィオルだけに伝え、フィオルは数学の試合で連戦連勝。
52）タルターリア（イタリア 1506～）（３次方程式）
本名ニッコロ・フォンタナでコッシスト。（貿易のとき商人から依頼されて、為替
レート、収益、コストなどの計算する計算職人、自己宣伝のために難しい問題を
解いた。）１２歳のとき戦争で口を切られ言語障害となり、数学の試合での論争に
不利になる。アダ名のタルターリアは「どもり」という意味。
フィオルに数学の試合を挑み、期日の８日前（1535 年２月４日）に
$x^3=ax+b\ (a>0, b>0)$ の形の３次方程式の解を発見。（当時のヨーロッパは負の数
の概念が確立していなかったため、フェロが解いた式とは全く別の式とされて
いた。）
フィオルはフェロから伝えられた式以外の形は解けず、タルターリアに敗れる。
53）カルダノ（イタリア 1501～）（３次方程式）
タルターリアを拝みたおして、絶対公表しないという約束で解法を教わたが、証明
と一般的な解法を考え追加したものの、約束を破って発表してしまう。怒ったタル
ターリアはカルダノに試合を申し込み、敵地ミラノに乗り込む。
カルダノの公式 $x^3+ax=b\ (a>0, b>0)$ の解は

$$x=\sqrt[3]{\frac{1}{2}(b+\sqrt{b^2+\frac{4}{27}a^3}\ )}+\sqrt[3]{\frac{1}{2}(b-\sqrt{b^2+\frac{4}{27}a^3}\ )}$$

（ただしまだ記号はできていなく、言葉で説明していた。）

54）フェラリ（イタリア 1522～）（４次方程式）

タルターリアに試合を申し込まれたカルダノは逃げ、弟子で若干２０歳の天才フェラリを代役に立てて勝利。タルターリアは敗れる。

４次方程式 $x^4+px^2+qx+r=0$ を解き、フェラリの公式と呼ばれる。

55）ジラール（フランス 1595～）（虚数）

０の使用、$\sqrt{-1}$ （虚数）の存在、方程式の解の個数＝次数、負の指数の使用、

sin,cos,tan の省略記号の使用。

⑨近世ヨーロッパ３・確率、対数、解析幾何

56）カルダノ（イタリア 1501～）（確率論）

医者になるために賭博で資金をかせぐ賭博師。

賭博のためのハンドブックの中で有利不利に関することを書く。

（さいころ２つ投げたとき、その和のどれにかけるのが有利かについて。）

57）ガリレイ（イタリア 1564～）（確率論）

自然を数学で表すためには、実験をして証明することが必要といった。

振り子の等時性、落下の法則（ピサの斜塔にて）。

さいころ３つ投げたときの和が９と１０の確率がどちらが多いかを説明した。

和が９になる確率は $\frac{25}{216}$ で、和が１０になる確率は $\frac{27}{216}$ である。

58）パスカル（フランス 1623～）（確率論）

フェルマーと文通。さいころ遊び、順列組合せ、期待値。

32 ピストルずつ出し合って３勝すれば勝ちの試合で、Ａが２勝、Ｂが１勝で中断したときのそれぞれの取り分は、Ａが４８ピストル、Ｂが１６ピストルである。

（Ａは次勝てば６４点、負けても２勝２敗となり３２点ずつ分ければよいので、Ａの期待値は、$64\times\frac{1}{2}+32\times\frac{1}{2}=48$ となる。）

59）ネイピア（イギリス 1550～）（指数対数）

対数的な考え方から、指数の考え方を発見。対数という用語を導入。

三角法の公式を利用した。

対数表を作り、桁数の大きい計算を近似値で求める方法を作り、「天文学者の寿命を２倍にのばした。」とケプラーにいわせた。

ビュルギ（スイス 1552～）；時計職人、ネイピアと同時に指数法則を発見。

ブリッグス（イギリス 1556～）；常用対数の発見。

スティーフェル（ドイツ 1554～）；指数という用語を用いる。

60）フェルマー（フランス 1601～），デカルト（フランス 1596～）（解析幾何学）

フェルマー；アポロニウスの円錐曲線論を詳細に研究して、点の座標という概念を確立する。

点の座標の導入、図形の方程式の考え方、軌跡を図形と呼ぶ。

デカルト　；朝起きたときに窓枠をうろつくハエをみて座標の考え方を思いつく。

図形を方程式であらわす。「変数ｘ、ｙが一つの式を満たしながら変化するとき、（ｘ,ｙ）を座標とする点が描いた路が線であり、線は

点の運動によって描かれた路である。」といい、ギリシャ時代の線は点の集団であるという考え方を変えた。方程式、座標という言葉を使う。幾何の方程式を代数学的に扱い、方程式の同次性（bx+ay=abc は左辺は２次式だから面積、右辺は３次式だから体積なので、＝で結ぶのはおかしいという考え。）を取り除く。
「解析」とは問題を解くには問題が解けたものと考え、何を明らかにすればよいかとその問題を解くのに必要な要素を見つけることを目的にした方法。

⑩フェルマーの最終定理（特集）

61）ピタゴラス～フェルマー

フェルマーの最終定理

$n \geqq 3$（n は自然数）のときに、$x^n + y^n = z^n$ を満たす自然数 x, y, z は存在しない。

⑴ $x + y = z$ を満たす自然数の組は無限に存在する。

⑵ $x^2 + y^2 = z^2$ を満たす自然数の組。

ⅰ)古代バビロニア（BC1900～BC1600 頃）
３８組のピタゴラス数が６０進法で書かれている。
（粘土板「プリンプトン３２２」ニューヨークコロンビア大学所蔵。）

ⅱ)ピタゴラスの式（BC500 頃）$z - y = 1$ のものを見つけた。

$$x = 2k+1,\ y = 2k^2+2k,\ z = 2k^2+2k+1$$

ⅲ)プラトンの式（BC400 頃）$z - x = 2$ のものを見つけた。

$$x = 4k^2-1,\ y = 4k,\ z = 4k^2+1$$

ⅳ)ディオファントスの式（300 頃）すべての組が求まる。

$x = m^2 - n^2,\ y = 2mn,\ z = m^2 + n^2$（$m$ と n は互いに素）

よって $n = 1,2$ のとき $x^n + y^n = z^n$ を満たす自然数 x, y, z は存在することがわかった。

1637 年フェルマーは「$n = 4$ のとき、$x^n + y^n = z^n$ を満たす自然数 x, y, z は存在しない。」ということを証明した。そして、「一般に $n \geqq 3$（n は自然数）のときに $x^n + y^n = z^n$ を満たす自然数 x, y, z は存在しない。その証明はすばらしく美しいものであるが、余白に余裕がないので書くことはできない。」と書きのこした。

62）オイラー～クンマー

オイラー（スイス 1707～）　1770 年に $n=3$ のときを証明した。
ディリクレ（ドイツ 1805～）、ルジャンドル（フランス 1752～）
1820 年に $n=5$ のときを証明した。
ラメ（フランス 1795～）　1839 年に $n=7$ のときを証明した。
クンマー（ドイツ 1810～）　1847 年に $n=37,59,67$ 以外の 100 以下の奇数の素数のときを証明した。

63）谷山・志村予想とフライ

谷山　豊（埼玉県騎西市 1927～）東大卒、東大助教授。

志村五郎（静岡県浜松市 1930～）東大卒、プリンストン大教授。

1958 年　谷山・志村予想。「楕円曲線はすべてモジュラー楕円曲線である。」

楕円方程式を解くこととモジュラー形式を関数として解くこととの間には密接な関係があることと考えた。谷山豊が自殺したため研究はストップする。

フライ（ドイツ）1984 年　谷山・志村予想が正しければ、フェルマーの最終定理が正しいことを背理法で証明した。

フェルマーの方程式を楕円方程式に変形したら、モジュラー形式でないので、谷山・志村予想は成り立たないことを証明。よって、フェルマーの方程式が成り立つならば谷山・志村予想は成り立たないので、背理法により、谷山・志村予想が成り立てば、フェルマーの方程式は成り立たないことがいえる。

64）ワイルズ（イギリス 1953～）

アメリカ、プリンストン大学。

10 歳のときにフェルマーの最終定理を知り、解くことが夢だった。

1987 年より 7 年間研究室にこもり、谷山－志村予想の証明に没頭。1993 年に谷山・志村予想が正しいことを証明し、フェルマーの最終定理を証明したと発表したが、証明に穴が発見された。よって岩澤理論などを使い、1994 年 9 月 20 日についにフェルマーの最終定理の証明を完成させた。

⑪近世ヨーロッパ４・微分積分学

65）ニュートン（イギリス 1643～），ライプニッツ（ドイツ 1646～）（微分学）

静的（座標）ではなく、初めて動的にグラフを捉え、グラフの瞬間の傾きについて説明する。（フェルマーにも接線の概念があったが、静的だった。）

ニュートン；ケンブリッジ大学教授、万有引力の発見、力学的、
流率法（流量）$\dot{y}$ の記号を用いる。瞬間速度を流率という。
自然現象を数学で解明し、微分方程式を解く。

ライプニッツ；専門は法律（判事）、関数，微分，座標の用語を初めて使う。
$\dfrac{dy}{dx}$ の記号を用いる。記号化し計算しやすい。
微分の概念と演算規則を確立した。

考えたのはニュートンが先だったが、論争が嫌いで完璧を求めて論文を出し惜しむ。
ライプニッツが先に発表し、どちらが先かでイギリスとドイツが大論争。
イギリスはライプニッツの微分を取り入れず、以後数学の発展が 100 年停滞した。

66）ケプラー（ドイツ 1571～）（積分学）

惑星の楕円軌道（ケプラーの法則）、円の面積の求め方。（無限個の微小な扇形の面積の総和で、$S=\pi r^2$ を導く。）

67）カバリエリ（イタリア 1598～）（積分学）

カバリエリの原理（一定方向に平行な直線が常にｍ：ｎならば、面積比もｍ：ｎ）。
これにより円の面積から楕円の面積を求めることができる。

68）ニュートン，ライプニッツ（積分学）

アルキメデスの取り尽くし法から区分求積法へ。線を集めて面積を作る感覚。

ニュートン；$S'(x)=f(x)$ の発見。ライプニッツ；$\int f(x)\,dx$ の記号を用いる。

⑫近代ヨーロッパ

69）ガウス（ドイツ 1777～）（代数学、幾何学）

アルキメデス、ニュートンと並ぶ「数学の３巨人」ともいわれている。
父は石屋の親方。３歳のときに給料の計算間違いを指摘。

１＋２＋３＋…＋１００をあっという間に計算（小学生時）。
正１７角形を定規とコンパスだけで作図（ゲッチンゲン大学時）。
ｎ次方程式は解を持つ。
複素数平面（ガウス平面）、虚数を公理的に建設。
整数論（数論研究）。
小惑星セレスの軌道の予測。
磁束密度の単位。
完璧主義者で論文を出し惜しみ。本当はもっとたくさん発見していたといわれる。
ドイツの１０マルク紙幣に肖像画が描かれている。

70）アーベル（ノルウェー1802～）（代数学）
「一般的な５次方程式は代数学的に解くことは不可能」を証明（1924 年 22 歳）。
（５次以上の代数方程式は、解は存在するが正確な解の値を書くことができない。）
ノルウェーの片田舎に生まれる。中学校ではできる生徒ではなかったが、数学の先生ホルンボーによって才能が引き出された。貧困のため、論文の内容を削り、たった６ページにおさめて自費出版し、コーシー（当時のパリ科学学士院論文審査員）に送ったが、コーシーは家に持ち帰り忘れられ、その他の人にも見てもらえなかった。生存中は認められず、職も得られず、２６歳で結核で亡くなった。亡くなったのは、クレルレ、ヤコビの手でようやく認められて、ベルリン大学への招致が決まる２日前のことだった。
ノルウェーの前５００フローネ紙幣の肖像画になる。
アーベル群（数学的演算の順序をかえても結果が変わらない可換な群。）、楕円函数。

71）ガロア（フランス 1811～）（代数学）
「５次以上の方程式が解けるための必要十分条件」を求め、
「５次以上の方程式には解の公式は存在しない」を証明。
ガロアの理論（群論）。
裕福な家庭に生まれる。中学を落第したため選択科目を変えて数学を取ったところおもしろく、独学で勉強するようになる。１７歳のとき論文を提出するが、コーシーがまたも紛失、論文はうもれる。また大学受験を２度失敗、父の自殺などで挫折するも、立ち直り師範学校へ進む。１９歳のとき再び論文を提出するも、次はフーリエが家に持ちかえるも死亡してしまい紛失、またも論文はうもれる。女性をめぐって決闘し２１歳で死亡。４０年後にリュービィユ、ジョルダンの手でようやくひのめを見る。

72）ロバチェフスキー（ロシア 1793～）（幾何学）
「ユークリッド幾何学」⇒力学（ｶﾞﾘﾚｵ、ﾆｭｰﾄﾝ）に対して
「非ユークリッド幾何学（双曲面）」発表。⇒特殊相対性理論（1905 ｱｲﾝｼｭﾀｲﾝ）
直線外の点を通り、その直線に平行な直線は無数に引ける。
三角形の内角の和は 180° 以下である。　→ベルトラミの曲面（宇宙のモデル）
７歳のとき父が亡くなり貧困。生存中は注目をあびることなく、死後１１年後にやっと認められる。

73）ボヤイ（ハンガリー1802～）（幾何学）
同じく「非ユークリッド幾何学（双曲面）」発表。ロバチェフスキー・ボヤイの幾何学とも呼ばれる。
父も数学者でガウスの親しい。父の影響を受け１０歳から数学を学ぶ。世紀の大発見をしたと思い論文をガウスに送った。ガウスも非ユークリッド幾何学について気づいていたが、あまりにも奇異な考えなので説明がめんどくさいので発表しなかったらしく、ガウスはこの論文を読んで、「私がやったのと同じ成果だ」といい、ボヤ

イを親友の息子としてほめた。しかしボヤイは大発見でなかったことに落胆し、その後は自暴自棄の一生を送る。死後８年後にようやく評価された。

74）リーマン（ドイツ 1826～）（幾何学）

「非ユークリッド幾何学（楕円面）」発表。⇒一般相対性理論（1916 ｱｲﾝｼｭﾀｲﾝ）
リーマンの幾何学とも呼ばれる。

直線外の点を通り、その直線に平行な直線は一本も存在しない。

三角形の内角の和は 180°以上である。→地球の面（球体）など。

３つの幾何学（ﾕｰｸﾘｯﾄﾞ幾何、ﾛﾊﾞﾁｪﾌｽｷｰ・ﾎﾞﾔｲの幾何、ﾘｰﾏﾝの幾何）を分類してまとめた。

貧しい牧師の子だくさんの家に生まれたため、十分な栄養が取れず生涯虚弱で、結核に苦しみ４０歳で早死にした。微分積分学でも大きな業績をあげ、ガウスに「ただ一度だけ例外的に他人の業績に対して感激した。」と言わしめた。

75）オイラー（スイス 1707～）（グラフ理論）

父は牧師で、１３人の子供を持った。５９歳で全盲になる。

論文の数は世界一（５００以上）と言われ、１年で並の数学者の一生分（８００ページ）を書いた。π、Σ、∫、sin、cos などの記号を用いる。

ニュートン、ライプニッツの微積分の記号化（dydx）、無限小の考え。

多面体公式（面の数）＋（頂点の数）－（辺の数）＝２。

グラフ理論（点と線からなる世界で、点 A から点 B まで到達できるか、最短距離、すべての点を回って戻ってこれるか（一筆書き）などを考える）。

ケーニヒスブルグの７つの橋の一筆書き。

虚数ｉ、自然対数ｅを名づける。$e^{i\pi}+1=0$ の式を発見。

変数と定数で組みたてられた式を Function と定める（函数の定義）。

科学者として、建築（橋、鉄塔）、流体力学（洪水、火山噴火）に関数を用いる。

76）ド・モルガン，ブール（記号論理学）

ド・モルガン（イギリス 1806～）

恵まれた家庭に生まれ、ケンブリッジ大を優秀な成績で卒業。

２２歳でロンドン大教授になる。

記号論理学、ド・モルガンの定理（$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$）。

ブール（イギリス 1815～）

父は靴屋。階級が低く正式な教育が受けられなかったが、父に教わり、語学力にすぐれる。小学校を卒業後１６歳から小学校の補助教員をしながら両親の面倒を見、２０歳で自分で学校を開く。３５歳でコークカレッジ（アイルランド）の教授になる。ブール代数でコンピュータサイエンスの基礎を築く。

⑬日本の数学

77）律令期の数学（奈良～平安時代）

AD500 年までは数学はあまり発展せず。

仏教伝来（522～）で中国の数学が入ってくる。

奈良時代（710～）北中国の数学（唐）が繁栄「算経十書」。
算木を用いて加減計算から二次方程式も解ける。

平安時代（794～）世襲教育（同じ家柄にしか数学を伝えない）のため発展せず。
九九…貴族の教養のひとつで非常に便利なものなので、庶民に覚えてもらうと困るので九九からスタートした。

78）和算（室町～江戸時代）

安土桃山時代に豊臣秀吉が学者「毛利重能」を中国に派遣。算盤（そろばん）を

持ち帰り、計算速度は増加。（ただし、二次方程式は解けない。）
江戸時代に入り、1602 年宣教師スピノラ（イタリア 1564～）が長崎に上陸、
1604 年から７年間京都で布教のかたわら西洋の数学（ニュートンの微積分学など）
を教えたといわれている。1622 年に処刑された（火あぶり）。
この時代に、南中国の数学が伝わる。「算法統宗」。
寺子屋が開かれ、数学が庶民に教えられ、広まった。
「算額」; 解けた問題を絵馬にして奉納した。現在８００枚ほど現存する。

79）吉田光由（1598～）
経済的に恵まれた家に生まれ、数学に没頭した。毛利重能に学ぶ。
「塵劫記」（1627 年第一版）の著者。
挿し絵が各所にあり、三色刷り（朱緑黒）で誰もが使えるようにわかりやすい、
寺子屋で使われていた教科書。そろばんの九九、割り算、単位、両替、利息、比例、
面積・体積などの日用計算から、数学遊戯（パズル）まで載っている。
中国の本を参考にしたが、中国の影響を感じさせない日本風の本。
この本のおけげで、大部分の人が割り算までできるようになった。
数の単位を、釈迦の仏典から訳して取り入れた。
　万、億、兆、京、垓…、不可思議、無量大数。

80）関孝和（1640 頃～）
江戸時代の和算を確立した。
ニュートン、ライプニッツより前に微分積分学を考えたが、数学を趣味にして楽しんでいたため、論理性には乏しい。
行列式の研究、極大極小条件、級数の和、代数式の表し方の工夫、方程式の判別式、ｎ次方程式の解法、ピタゴラスの定理の証明、円周率の計算、円錐曲線、正多角形の関係式など業績多数。著書「発微算法」。

81）高木貞治（1975～）
明治以後の日本の最初の世界的数学者。
類体論（２つの有理数の加減乗除も有理数の集合に属するといった代数的整数論）。
明治３１年にドイツへ留学（船で４０日）、ゲッチンゲン大学数学科へ。初めて西洋数学との交流を果たす。帰国後東大教授になる。

⑭πの歴史（特集）

82）分数、無理数による近似

(1)古代バビロニア（ＢＣ1700 頃）

$\pi = \frac{25}{8} \fallingdotseq 3.125$　　初めてπを計算したともいわれている。求め方は不明。

(2)古代エジプト

リンド・パピルス（ＢＣ1500 頃）

$\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \fallingdotseq 3.16$　　わかっているπの最古の計算法。

※同じ面積の円と正方形の直径の比率が９対８になると説明。

円の直径を r とすると、それと同じ面積の正方形は一辺が $\frac{8}{9}r$ より、

$\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}r\right)^2$ から求めた。

⑶古代ギリシャ

(ⅰ)アルキメデス（ＢＣ287～）

π＝３．１４　　多角形の近似（正 96 角形）。小数第２位までの精度。

※円に内接する正 96 角形の辺の和＜円周＜円に外接する正 96 角形の辺の和。

$\frac{223}{71}<\pi<\frac{22}{7}$、よって３.１４０８…＜$\pi$＜３．１４２８…より。

(ⅱ)プトレマイオス（150 頃）

$\pi=\frac{377}{120}\fallingdotseq$３．１４１６６…　　小数第３位までの精度。求め方は不明。

⑷聖書

聖書の中で，πは３として扱われている。

「旧約聖書」の「列王紀略上七章二三節」の中に、「また海をつくれり。この辺より彼の辺まで 10 キューピット（直径）にして、その周囲は丸い。高さは 5 キューピット、その周囲には 30 キューピットの縄をめぐらすべし」とある。

⑸インド

(ⅰ)アリアバータ（476～）

$\pi=\frac{62832}{20000}$＝３．１４１６　　（100＋４）×８＋62000＝20000πより。

(ⅱ)ブラマグプタ（598～）

$\pi=\sqrt{10}\fallingdotseq$３．１６２２…　　平方根で表わした。

⑹アラビア

アルコワリズミ（825 頃）

$\pi=\frac{22}{7}$＝３．１４２８…　小数点第２位までの精度だが、扱いやすい分数。

83）幾何学的方法

⑺中国・・西洋よりもπの精度が高かった。

(ⅰ)劉徽（りゅうき）（263 頃）　アルキメデスと同じ頃。

π＝３．１４１５９　　多角形の近似（3072 角形（6×2^9角形））。

(ⅱ)祖沖之（そちゅうし）（430～）

$\pi=\frac{355}{113}\fallingdotseq$３．１４１５９２９　小数第６位までの精度。

西洋では１６世紀までこの精度には達しない。

⑻中世ヨーロッパ

(ⅰ)フィボナッチ（1170～）

$\pi=\frac{864}{275}\fallingdotseq$３．１４１８‥　　多角形の近似（正 96 角形）。

(ⅱ)ビエート（1540～）　1593 年　正 60×2^{16}角形の近似　9 桁。

(ⅲ)アドリアン（1561～）1593 年　正 2^{30}角形の近似　15 桁。

(ⅳ)ルドルフ（1540～）　1596 年　正 2^{62}角形の近似　35 桁。

（正 461 京 1686 兆 184 億 2738 万 7904 角形）

幾何学的方法を使った精度の限界。ルドルフの墓には35 桁までの円周率が刻まれている。

84）解析学的方法

(9)近代ヨーロッパ

(ⅰ)グレゴリー（1638～）ライプニッツ（1646～）

解析学的方法が始まる。小数、三角比、対数、無限級数の発見により発展。

グレゴリー級数

$$\tan^{-1}x=(-1)^{k-1}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^{2k-1}}{2k-1}=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\frac{x^9}{9}\cdots$$ に、

$x=1$ を代入すると、

$$\frac{\pi}{4}=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{2k-1}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\cdots(=\tan^{-1}1)$$ となる。

収束が遅く、10 項でπ＝3.0418396…、628 項でようやくπ＝3.14000029…と小数第２位までの精度になる。1671 年に発表。

(ⅱ)ニュートン（1643～）

$$\frac{\pi}{6}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(2k-2)!}{2^{2k-2}\{(k-1)!\}^2}\frac{1}{2k-1}\frac{1}{2^{2k-1}}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(2k-1)(2k-3)\cdots3\cdot1}{2k(2k-2)\cdots4\cdot2}\frac{1}{2k-1}\frac{1}{2^{2k-1}}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{2^3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{1}{5}\frac{1}{2^5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}.\frac{1}{7}\frac{1}{2^7}\cdots(=\sin^{-1}\frac{1}{2})$$

※ $\displaystyle\frac{\pi}{6}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(2k-1)!!}{(2k)!!}\frac{1}{2k-1}\frac{1}{2^{2k-1}}$ という表記もあるらしい。

収束は速いが式は複雑。1665 年に 16 桁まで計算。1737 年に発表。

(ⅲ)シャープ（1651～）

グレゴリー級数に $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ を代入。

$$\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{2k-1}\frac{1}{3^{k-1}}=\frac{1}{\sqrt{3}}(1-\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\frac{1}{3^2}-\frac{1}{7}\frac{1}{3^3}\ldots)\quad(=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}})$$

収束が速く、1699 年に７１桁まで計算。

(ⅳ)マチン（1680～）

$$\frac{\pi}{4}=4\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{2k-1}\left(\frac{1}{5}\right)^{2k-1}-\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{2k-1}\left(\frac{1}{239}\right)^{2k-1}$$

$$=4\left\{\frac{1}{5}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}\right)^5-\ldots\right\}-\left\{\frac{1}{239}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{239}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{239}\right)^5-\ldots\right\}$$

$$(=4\tan^{-1}\frac{1}{5}-\tan^{-1}\frac{1}{239})$$

収束がとても速く、10 項でπ＝3.141592653589792…と小数第 14 位までの精度になる。1706 年に、これで 100 桁まで求めた。

(ⅴ)ジョーンズ（1675～）

1707 年にπの記号をはじめて使う。

周囲という意味の periphery の p のギリシャ文字。

(ⅵ)オイラー（1707～）

たくさんの式を発見する。πに関する著書だけでトラック１台分もある。

85）日本、コンピュータ時代

(10)日本

1600 年頃までは、π＝3.16 を使っていたなど諸説はあるが、方法など詳細は不明。

＜幾何学的方法＞

(ⅰ)松村茂清（1608～）正 2^{15} 角形　6 桁。

アルキメデスの方法で三平方の定理を使って求めた。

(ⅱ)関孝和（1642～）　正 2^{17} 角形　10 桁。

(ⅲ)鎌田俊清（1680～）正 2^{44} 角形　25 桁。

＜解析学的方法＞

(ⅳ)建部賢弘（1664～）関の弟子　41 桁。正 1024 角形と無限級数を使って計算。

(ⅴ)松永良弼（1692～）建部の弟子　52 桁　日本和算の最高記録。

$$\frac{\pi}{3} = 3\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\{(2k)!\}^2}{2^{4k}(k!)^2(2k+1)!}\right] = 3(1 + \frac{1^2}{4\cdot 6} + \frac{1^2\cdot 3^2}{4\cdot 6\cdot 8\cdot 10} + \frac{1^2\cdot 3^2\cdot 5^2}{4\cdot 6\cdot 8\cdot 10\cdot 12\cdot 14}\cdots)$$

(11)コンピュータ時代

1946 年　世界初のコンピュータ ENIAC（アメリカペンシルベニア大学)。

1949 年　アメリカ　2037 桁（マチンの公式を応用、７０時間で計算)。

1958 年　フランス　１万桁。

1961 年　アメリカ　10 万桁（８時間 43 分)。

1967 年　フランス　50 万桁。

(12)スーパーコンピュータ時代

1974 年　日本参戦（近年は日本が中心)。

1981 年　金田康正（東京大学教授）　200 万桁（137 時間)。

以後 13 回世界記録を更新。

1995 年　64 億 4245 万桁。

1997 年　515 億 3960 万桁（29 時間)。

1999 年　2061 億桁 5843 万桁（46 時間)。

＜現在の世界記録（2002 年末まで）＞

2002 年 12 月 6 日　１兆 2411 億桁（400 時間、検算 157 時間)。

東京大学のスーパーコンピュータ　HITACHI SR8000/MPP。