

数学をさがそうコンテスト

浦和西高等学校 太田 敏之

《要旨》

身の回りにある数学を探したり紹介したりする授業はいままでにも実践してきた。そこで今回は少し切り口を変え、数学自体ではなく、数学の単元に潜む考え方や論理を、身の回りのものと照らし合わせながら、コンテスト形式で生徒にさがさせるような授業を考えた。

1. はじめに

数学を学ぶことが将来どのように役に立つのか。それには大きく2つのことが考えられる。ひとつは数学自体が身近な現象を解明するのに役に立つということ、もうひとつは数学の問題を解くということから、論理力や考え方などを身につけることができるということである。

身近な数学を生徒に探させることで、数学が世の中に役に立っていることを感じさせるような授業やレポートは今までにも行なってきた。そこで今回は、今までの内容に加え、数学自体を探させるのではなく、数学的な考え方で世の中にあるものをとらえさせることによって、数学を学ぶことによって様々な力が身につくことを感じさせるような授業を行なうことにした。

2. 授業の実施概要

レポート形式で課題を与え、「数学をさがそうコンテスト」という形の授業を考え、実践してみた。このような授業は単発では効果が薄いので、継続的に行なった。

身近な数学を探させることで、数学が世の中に役に立っていることを感じさせることがねらいの授業を「ねらいA」、数学的な考え方で世の中にあるものをとらえさせることによって、数学を学ぶことで様々な力が身につくことを感じさせることがねらいの授業を「ねらいB」と分類し、以下に実際に浦和西高等学校1、2年で実施したコンテストを、ねらいの分類、実施科目、実施形態、浦和西高以外で以前実施した高校名とともに、実施順にまとめた。

- ①「関数(写像)をさがそうコンテスト」
B、数学Ⅰ、授業レポート、川口工定
- ②「確率をさがそうコンテスト」
A、数学Ⅰ、夏休みレポート

- ③「数列をさがそうコンテスト」
B、数学A、授業レポート、上尾
- ④「三角関数をさがそうコンテスト」
A、数学Ⅱ、授業レポート
- ⑤「身近な関数をさがそうコンテスト」
A、数学Ⅱ、夏休みレポート
- ⑥「極限をさがそうコンテスト」
B、数学Ⅱ、授業レポート
- ⑦「ベクトルをさがそうコンテスト」
B、数学B、授業レポート

3. 各コンテストの内容と考察(1)

今回は「ねらいB」のコンテストについて詳しく述べていくが、「ねらいA」のコンテストも流れの中で必要なので、その内容を簡単に紹介する。

(1)「確率をさがそうコンテスト」(②)

1年生の夏休みの課題として、確率の授業をやる前に、身近にある求めてみたい確率をさがしてみようということで行なった。(文献[3])

そしてこの題材を使って授業を行なったりと発展させていった。生徒自身が見つけた題材で授業を行なったことは興味を引いたようだ。

(2)「三角関数をさがそうコンテスト」(④)

世の中にある「サインカーブ」を探してみようという趣旨で実施、難しく提出率は悪かったが、音・電流といったものから、波、ゴムのゆれ、それから洋服の型紙といった幾何学的なものまで出てきて、生徒が実際に調べる機会が与えられたのはよかったと感じている。

(3)「身近な関数をさがそうコンテスト」(⑤)

2年生の夏休みの課題として、三角・指数といったいろいろな関数を学んだ後に、身近にある関数をさがしてみようということで行なった。

簡単な一次関数から指数・対数に至るまで、それぞれの生徒が自分の興味ある分野から関数をさがし

てきていて興味深かった。いいレポートから抜粋して、授業のはじめに何回かに分けて紹介していった。この頃にはだいぶ調べることもなれているようで、継続性の効果を感じた。

4. 各コンテストの内容と考察(2)

いよいよ本題となる「ねらいB」のコンテストについて詳しく述べていく。

(1) 関数(写像)をさがそうコンテスト(①)

2次関数に入る前の導入として、単元への興味づけと、関数の定義・1対1対応の理解を目的に以下のようなコンテストを行なった。

1) 原理

「ジュースの自動販売機は関数か？」

自動販売機に対して、入力を「お金」、出力を「ジュース」にしても関数にはならない。これは例えば、入れるお金を「120円」にしても、それに対する出力には、「コーラのジュース」もあれば、「Spriteのジュース」もあり、1対1の対応にならないからである。

しかし、入力を「ボタン」、出力を「ジュース」にすると関数になる。押したボタンに対応して、その種類のジュースが出てくるからである。

つまり、自動販売機において、「出てくるジュースは押すボタンの関数」ではあるが、「出てくるジュースは入れるお金の関数」ではないのである。

「喫茶店のウェイトレスは関数か？」

上の例から考えていくと、いろいろな機械はあることに対して1つの対応した結果を出してくれるので、関数である場合が多い。それに対して、人間は、あることに対して、その日の気分などによって様々な種類の対応が考えられるので、関数とはいえないと考えることもできる。

しかし、喫茶店のウェイトレスなどは関数といえるのではないだろうか？例えば、ウェイトレスにコーヒーを注文したら、コーヒーが出てくるであろう。水をお願いすると、水を持ってきてくれる。また、水を頼むのでも、注文の仕方はいろいろあるが、「水ください」といっても、「お冷やください」といっても、英語で「water, please!」といっても水が出てくる。ここで、ウェイトレスにおいて、「注文して出てくるものは、注文の言い方の関数である」といえるが、これを間違えて、「注文の言い方は注文して出てくるものの関数である」というと、注文して出てき

たものから注文の言い方を推測できることになるので、間違いになってきてしまう。この話から、「yはxの関数」を「xはyの関数」と間違えてしまったら、たいへんなことになることもあることがわかるであろう。深入りするとややこしくなるが、話としてはおもしろい。

2) 授業実践

「川口工業高校定時制」での実践では、自動販売機等の話だけをしたあと、『関数をさがそうコンテスト』と題して生徒全員に世の中にあるこのような関数(厳密に言えば写像であるが)をさがさせてみた。1対1の対応ということで、いろいろな発想が出て、「ガソリンスタンドにおいて、金額は、入れたガソリンの量の関数である」といった一次関数的なものに限らず、「電話機において、かけた先の家は、押した番号の関数である」といった1対1対応の写像的なものや、「車において、加速度は、踏んだアクセルの度合いの関数である」といった入力が連続性のあるものまで出てきた。(車の話が出てくるところなどはさすが工業高校である。)

コンテストの結果発表として、MVPや優秀賞など発表して紹介した。

「浦和西高校」での実践では、ティッシュボックスで作った手作りのブラックボックスを用いた。(製作の参考文献[1])これは、カードを入れると、裏返しになって出てくる仕組みの箱であるが、まず1を入れたら2が出てくるなどと実際のなじみの関数を使って、話をはじめた。

次に、この教材で生徒の興味を引いた後、「自動販売機は関数か？」という題を出し、これについてまわりの人と話しあってもらった。そして、生徒から具体例を出しながら意見をいってもらう形で授業を進めた。以下はあるクラスでの意見の出方である。ここはうまくいったクラスであるが、以下のように、期待していた意見がうまい具合に出た。

Aさん；「お金を入れても出てくるジュースは決まらないので、関数ではない」

Bさん；「ボタンを押すとそれに対応したジュースが出てくるので、関数である」

意見の中では、入れるお金をx円、出てくるジュースをy本とすると、と数値を式化する意見も多く、数字や数式から抜けきらない反応も多かった。(自動販売機は缶がでてくるから関(缶)数というしゃれも飛び出した)

この後、自動販売機やウェイトレスの話をしてまとめていった。

そして授業の最後に、「世の中でこのような関数(写像)をさがそう」というレポートを出したのだが、強制ではなく自由レポートにしたので、残念ながら提出者が少なく、またそのレポートも数字・数式にこだわったもの(コピー機の代金とコピー枚数の関係など)ばかりだったので、少し残念だった。レポートに対する説明が不十分であったのもあるが、もっと自由な発想を期待したいところである。

3) 考察

この課題によって、関数の1対1対応や定義について、興味を引きながら授業ができたように感じた。レポートについては、趣旨や例の説明が不十分だと、浦和西高校での実践のように数式にこだわったありさまのレポートになってしまうので注意が必要である。今後も実践してみて、改善につとめたいと思う。

(2)「数列をさがそうコンテスト」(③)

数列で大切な概念のひとつに、項番号とその内容との対応がある。群数列の問題などでは特に項番号という概念が必要なのであるが、等差数列や等比数列、階差や漸化式等で横の関係が多く必要となるために、縦の関係の感覚が薄くなってしまいがちなのである。そこで、その感覚の習得と単元の導入での興味づけを目的に次のようなコンテストを行なった。

1) 原理・授業実践

次の数列はどんな数列だと思うか?

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 35 33 55 24 48 7 9 19

(※ただし、これは2000年バージョン)

これは実は、2000年3月31日のプロ野球セリーグの開幕戦、巨人×広島巨人のスターティングメンバーの背番号を並べた数列なのだ。

(1番仁志;背番号8、2番清水;背番号35…)

これは数字の横のつながりはないが、項番号とその内容という縦の対応がきちんとできている例だ。数列を考えると、ついつい第 k 項と第 $k+1$ 項の値の関係ばかりに目がいきがちである。それも大切なのだが、項番号とその内容という対応も大切であることを感じさせるために、このような例をあげた。そして、『数列をさがそうコンテスト』と題して、

このように項番号とその内容との対応がきれいにできている例を身の回りからさがさせてみた。こちらの授業は、上尾高校と浦和西高校と2回実践して、クラスごとにやはりいい作品を紹介した。また一作品ごとに内容やオリジナリティーによって点数をつけて、個人作品数上位や個人総合得点上位なども発表をして、コンテスト的盛り上がりを作ってみた。

2) 結果

生徒の作品を2つほど紹介してみる。

①物質の原子番号と原子量

1, 4, 9, 11, 12, 14, 16, 19, 20… (上尾高S君)

②高崎線の駅と運賃

140, 180, 230, 400, 570, …, 1890 (浦和西Kさん)

3) 考察

この課題に対する生徒のレポートの多くは、どうしても関数的になり一般項が式であらわせるようなものが多くなる。しかしあえてここでは、そこに主眼を置かず、巨人の背番号の例のように、一般項は出ないけれど、項番号と内容の対応がきれいなものを取り上げてみた。この課題によって、数列に対するとらえかたが広がったように思う。また、生徒はかなりおもしろがってやっていて、発表のときも盛り上がったので、興味づけにも効果があったように思う。

(3)「ベクトルをさがそうコンテスト」(⑦)

ベクトルに入る前に、単元の導入と興味づけとして次のようなコンテストを行なった。

1) 原理

ベクトル自体をさがすとすると、速さとか、力とかある程度限定されてしまうので、ここでは、ベクトルで始めて出てくる概念である、「1つの値で2つのことを表す(向きと大きさ)」ということに着目し、1つのものを関連しない2つのもので表す『ベクトルをさがそうコンテスト』を行なった。具体的にいうと、ベクトルを向きと大きさと表すように、例えば「りんごは、大きさと新鮮さで表す」といったような事象をさがすのである。ここで、これが「りんごは、大きさと重さで表す」ではだめなのである。というのは、大きさと重さは関連するからである。

厳密にはベクトルというより2変数関数に近いものであるが、スカラ量とベクトル量、2つの独立した変数、といったベクトルの単元で必要な感覚の習得と、興味づけのために行なった。これも数列同様

に表彰して盛り上げた。学年クラスが変わったが、数列に続き2回目の生徒もいたので、盛り上がった。

2) 結果

生徒の作品を2つほど紹介してみる。

①音（音程（ヘルツ）と大きさ（デシベル））

②光（色（周波数）と強さ（ルクス））

3) 考察

すこし概念的に難しい課題設定だったので、生徒は苦勞していたようだ。例を多く紹介して、もっと2変数の概念を定着させてから行なえばもっとよかったのかもしれない。またベクトル自体の定義がぼやけないような注意も必要だろう。しかし、生徒が世の中と数学とのつながりをまた違った目で眺めることができたように思え、よかったと思う。

(4) 極限をさがそうコンテスト (6)

極限の概念と記号の使い方を定着させるため、『極限をさがそうコンテスト』を実施した。これは、文献[2]に載っている内容の授業であり、オリジナルではないが、継続性という意義の中で適切な課題と感じたので、とり入れた。

この課題は、世の中の極限の概念をさがすもので、例えば「 $\lim_{\text{歯の数} \rightarrow \infty}$ のこぎり=包丁」のようなものや、

「 $\lim_{\text{段の幅} \rightarrow 0}$ 階段=すべり台」というものをさがすの

である。「 $\lim_{\text{水} \rightarrow \infty}$ カルピス=水」という例もある。

生徒からもいろいろな解答が出たのだが、

「 $\lim_{\text{髪の毛} \rightarrow 0}$ 頭=スキンヘッド」といった、極限では

なく実際に到達してしまう有限なものが多くでてしまい、事前の極限の説明が必要であることを感じた。

5. 考察

このようなコンテストを継続していくことで、「数学への興味・関心をもたせる」「身の回りに目を向け、身の回りや数学の関係をさがすおもしろさを感じさせる」「調べてレポートを書く経験をさせる」「考える力や論理力、発想力をつけさせる」などの効果が得られるのではないかと思う。

また数学が苦手な生徒が、コンテスト等で活躍する場面が見られ、そこでほめることで生徒の数学に対する自信をつけさせ、やる気をおこさせることが

できたなど、数学が苦手な生徒や嫌いな生徒への数学の授業への参加や取り組みへのいいきっかけともなるように感じた。数学への興味づけの新たな手法ともなるように思う。

新教育課程で数学基礎という科目が登場し、ますます身の回りや数学の関係や考える力を育てることに注目されてきている。そんな中、このようなコンテストが新たな切り口になればと考えている。

6. 今後の課題

このようなコンテストやレポートの出題によって、生徒が自ら課題を探す力を身につけることができ、また身の回りや数学の関連を感じ興味を引かせる効果もある。しかし単発にやっても効果は薄いので、できれば継続してやった方がよいであろう。今回は、1科目に1回程度の実施であったが、もう少し題材をさがして、回数が増やせれば、効果があがるように思う。

現在考えていることとして、数学Ⅲで、「パラメータをさがそうコンテスト」（1つの変数によって2つの値が決定・変化していくもの）、数学Cで、「行列をさがそうコンテスト」などがある。しかし3年で行なう数学Ⅲ、数学Cでは、受験や進度の問題もあるし、また趣旨や原理も難しく、適切な解答例も多く見つけられないため、まだ実施には至っていない。今後、さらにいろいろな単元でこのようなコンテストの題材をさがして、実施していきたいと思っている。

7. 参考文献

- [1] 足立久美子,「ティッシュの空き箱でブラックボックス」
- [2] 何森仁ほか共著,『のびのび数学』,三省堂
- [3] 太田敏之(1998),「生徒のレポートを題材にした確率の授業の実践」,『平成10年度教育課程研究会全体発表会』,埼玉県高等学校数学研究会