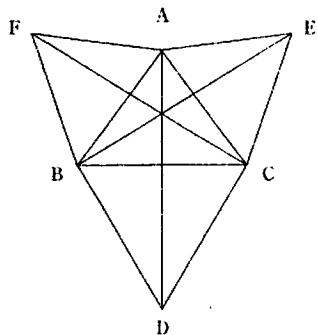


問題 25

$\triangle ABC$ の3辺BC、CA、ABの上に正三角形DCB、EAC、FBAをそれぞれ図のように作ります。すると、3本の線分AD、BE、CFは1点で交わることを示してください。



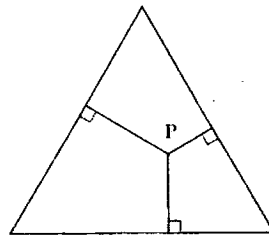
！ ヒント

2つの正三角形EAC、FBAの外接円をそれぞれ作り、その交点を求めてみてください。

問題 33

正三角形の内部に点Pをとり、この点から3辺に垂線を下ろします。すると、3本の垂線の長さの和はつねに一定になることを示してください。

また、これと同じことは、正方形や正五角形のような正多角形でもいえることを示してください。

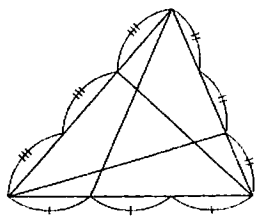


！ ヒント

ノーヒントです。

問題 39

三角形の3つの頂点から、対辺を2:1に分ける点に向かって、それぞれ1本ずつの線分を図のように引きます。すると、内部にできた小さな三角形の面積は、もとの三角形の面積の何分のいくつになりますか。

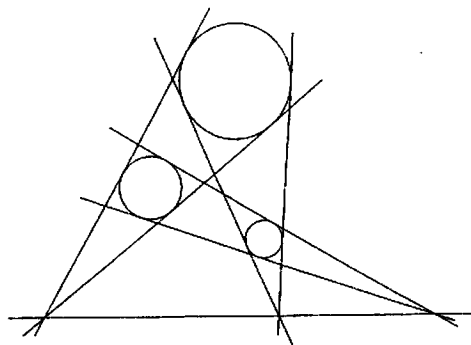


！ ヒント

内部の小さな三角形と合同の三角形を数き詰めることを考えてください。

問題 46

半径が異なる3つの円を図のように描き、2つずつの円に対してその共通の接線を引き、それから得られた3組の交点を求めます。すると、3つの交点は一直線上にあることを示してください。



！ ヒント

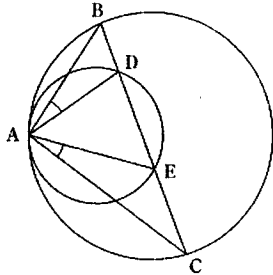
このままでは手がつけられませんが、いちばん小さい円を横にうまく移動すれば、解決の道が得られます。

問題 50

図のように、大きさの異なる2つの円が点Aで内接しているとき、大きな円の弦BCが小さな円を2点D、Eで横切れば、

$$\angle BAD = \angle CAE$$

となることを示してください。

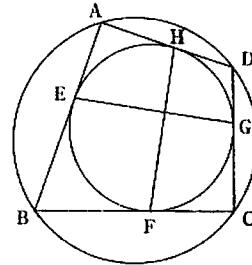


！ ヒント

同じ長さの弧に立つ円周角は等しいことを活用してください。

問題 51

円に内接する四角形ABCDが、別の小さな円に4点E、F、G、Hで図のように外接すれば、向かい合う2組の接点を結ぶ線分EG、FHは直角に交わることを示してください。

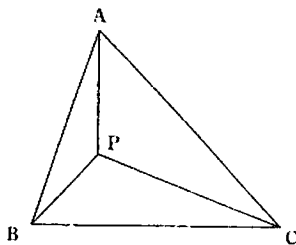


！ ヒント

ノーヒントです。

問題 56

$\triangle ABC$ は鋭角三角形です。この内部に点Pをとって、点Pと3つの頂点A、B、Cを図のように結びます。このとき、点Pから3つの頂点にいたる距離の和を最小にするには、点Pをどこにとればよいでしょうか。

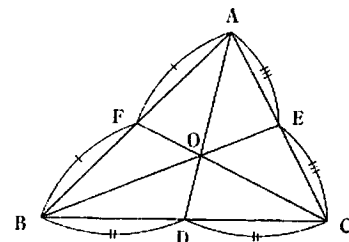


！ ヒント

$PA + PB + PC$ と同じ長さの折れ線を作るように補助線を工夫してみてください。

問題 58

$\triangle ABC$ の3本の中線AD、BE、CFを3辺とする三角形の面積は、もとの三角形の面積の何分のいくつになりますか。

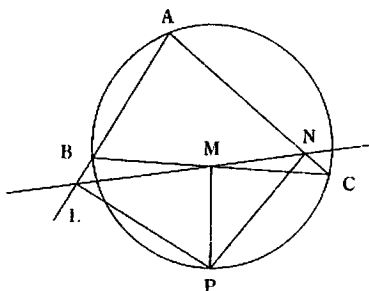


！ ヒント

線分FDを点Dの方向に同じ長さだけ延長した点と、4点B、C、E、Oを結んでみてください。

問題 62

円周上の任意の点Pから、円に内接する $\triangle ABC$ の3辺AB、BC、CA(またはその延長線上)にそれぞれ垂線PL、PM、PNを図のように下ろします。すると、3つの垂線の足L、M、Nは一直線上にのることを示してください。

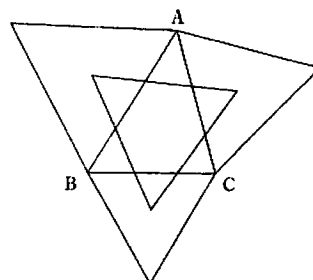


！ ヒント

同じ弧の上に立つ円周角は等しいことを利用してください。

問題 64

$\triangle ABC$ の3辺AB、BC、CAの外側に、それぞれ正三角形を図のように描くと、これらの正三角形の中心を頂点とする三角形も正三角形になることを示してください。



！ ヒント

3つの正三角形の外接円は、1つの点で交わることを利用してください。