

平成29年度大阪大学一般入試(前期日程)等における 理科問題(物理)〔3〕Aの解説

平成30年1月12日

1 問題

平成29年度大阪大学一般入試(前期日程)等における理科問題8ページから10ページ

A. 音叉(おんさ)を音源として用いる実験で、空気中の音速を求めてみよう。使用する音叉は、振動数500 Hzの音を、必要なだけ長い時間にわたって発し続けるとする。

A-I. 気体中の音波は縦波であり、圧力の高い状態(密)と低い状態(疎)を繰り返すことから疎密波ともよばれる。音叉は、2本の平行な腕を持つU字型の金属製道具であり、楽器の調律などに使用される。腕の部分たたくと、ある特定の振動数の音だけを発する。図1は、振動している音叉を上から見た状況を示している。矢印は、ある瞬間に音叉の腕が動いている向きを表している。音叉が音を発するときは、このように2本の腕は互いに逆向きに振動し、周囲の空気に圧力変動を与えている。

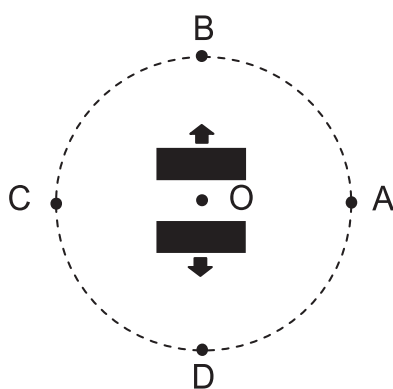


図1

問1 図1の2つの矢印が示す向きに音叉の腕が運動し、開ききったときの周囲の圧力について考えよう。音叉を囲む円周上にある4つの点A~Dでの空気の疎密に関して、以下の(a)~(f)のうちから正しい組み合わせの記号を選べ。

円の中心は音叉の中心 O にあり、その半径は音波の波長にくらべて十分小さく、4つの点は音叉の振動方向とこれに垂直な方向にある。

- (a) A : 密, B : 密, C : 疎, D : 疎
- (b) A : 密, B : 疎, C : 疎, D : 密
- (c) A : 密, B : 疎, C : 密, D : 疎
- (d) A : 疎, B : 疎, C : 密, D : 密
- (e) A : 疎, B : 密, C : 密, D : 疎
- ? (f) A : 疎, B : 密, C : 疎, D : 密

(A-II. 省略)

A-III. 2つ目の実験として、音叉を固定壁の近くに置き、壁からの反射音を利用してみよう。図3のように、壁面に垂直にとった y 軸に沿って音叉を移動させる。また、壁から遠く離れた y 軸上の位置にマイクロフォンを固定する。マイクロフォンは、音叉から直接達する音と壁からの反射音を観測する。この実験では、音叉は十分小さく、点音源と見なせる。

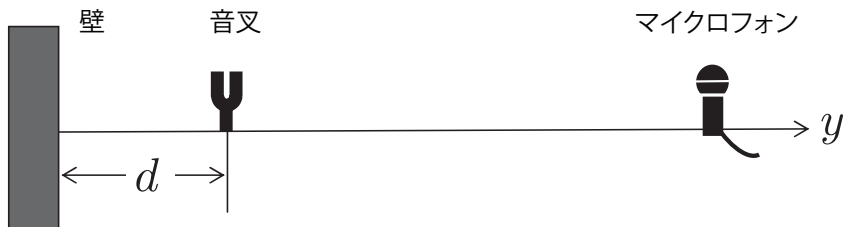


図3

問 4 y 軸の正の方向に音叉の位置を少しずつ変えながらマイクロフォンで観測すると、音の強さが周期的に変動した。マイクロフォンで観測された音が強くなるときの、音叉と壁の間の距離 d と音の波長 λ との関係を表せ。必要であれば、自然数として n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を用いてよい。

問 5 $25 \text{ cm} \leq d \leq 100 \text{ cm}$ の範囲で2度の実験を行ったところ、強い音が、1度目は $d = 50 \text{ cm}$ と 81 cm で、2度目は $d = 49 \text{ cm}$ と 83 cm のそれぞれ2か所で観測された。これらの実験データから、音速を有効数字2桁で推定せよ。

2 音叉から出る音波の反射と干渉

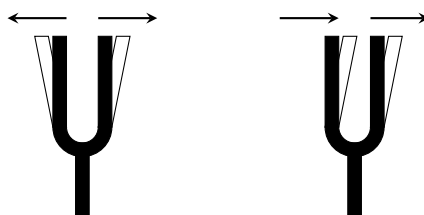
この節では、問題 [3] A-III. で取り扱った設定において起こりうる干渉現象の説明を行う。その後の3節で再採点における考え方を述べる。

2.1 音叉の振動モード

音叉とは、軸についている二本の腕が振動することにより、ある特定の振動数をもつ音波を発生する装置である。音叉の腕の振動の様子(モード)にはさまざまなタイプがあり、主に、二本の腕が互いに逆向きに振動するモード(以下、「逆位相振動モード」と呼ぶ、A-I. で設定した

振動モード)と二本の腕が同じ向きに振動するモード(以下、「同位相振動モード」と呼ぶ)がある。音叉の基本的な振動モードは一般に逆位相振動モードであり、逆位相振動モードの方が実験的に観測されやすいと思われる。ただ音叉の振動を実験的に観測した著者による参考文献 Russell, D. A. (2000). “On the sound field radiated by a tuning fork.” *American Journal of Physics*, 68(12), 1139-1145. <https://doi.org/10.1119/1.1286661> および同著者による Web ページ <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/TuningFork/fork-modes.html> によると、同位相振動モードで振動している様子も実際に観測されている。

逆位相振動モード 同位相振動モード



逆位相振動モードと同位相振動モードでの音叉の腕の動き

音叉を一つ定めるとき、同位相振動モードおよび逆位相振動モードはどちらもその音叉に対して可能な振動モードであるが、一般にそれぞれ異なる振動数の音波を発生する(前述の参考文献)。問題Aの前文に、音叉は常に決まった振動数の音を発することが明示されているため、問題の前提条件としてはどちらかのモードのみで振動していると考える。

2.2 逆位相振動モードでの干渉

逆位相振動モードで振動している場合、音叉からマイクロフォン側と壁側の両方に向かって、疎密が同位相の音波がそれぞれ進行していることになる。このとき疎密でみれば左右で同位相の波だったものが、変位でみたときには逆位相の波になる。この波と位相の関係を表1にまとめた。

音叉の振動モード	逆位相振動モード	同位相振動モード
変位 (y 軸正の向きを変位の正の向きに定義)	逆位相	同位相
疎密または圧力	同位相	逆位相

表 1: 音叉の振動モードと左右に伝搬する波の位相関係

- **変位で考える:** 変位の正の向きを y 軸正の向きとして考えると、音叉からマイクロフォン側と壁側の両方に向かって、変位で考えて逆位相の音波がそれぞれ進行していることになり、音叉で π の位相のずれがある。変位は壁で0でなければならないため固定端反射となり π だけ位相がずれる。これにより変位の位相のずれの合計は 2π であり、音波の経路差が $2d$ であるため、干渉して音が強めあうためには、 $2d$ が波長の整数倍

$$2d = n\lambda \quad (1)$$

でなければならない。

- 疎密で考える： 疎密あるいは圧力で考えることもできる。圧力波の振幅は疎密波の振幅に比例するので、疎密波と圧力波は同じと思って良い。疎密はスカラー量なので疎密の変化の向きを考慮する必要はない。音叉が逆位相振動モードで振動している場合、疎密は音叉の左右に同位相で出る。変位で考えるときと異なり、疎密で考えるときは壁で同位相のまま反射する。よって、疎密の位相のずれは0となり、干渉して強め合う条件は

$$2d = n\lambda \quad (2)$$

となる。

- $2d = (n - 1)\lambda$ について：

音叉が壁直上においても音波を発生することを許せば、 $d = 0$ も可能であるため、その場合は

$$2d = (n - 1)\lambda \quad (3)$$

が強め合う条件である。これは式(1)と表現が違うが、表す物理的内容は全く同等である。

2.3 同位相振動モードでの干渉

同位相振動モードで振動している場合、音叉からマイクロフォン側と壁側の両方に向かって、疎密が逆位相の音波がそれぞれ進行していることになる。このとき疎密で見れば左右で逆位相の波だったものが、変位で見たときには同位相の波になる。

- 変位で考える： 音叉からマイクロフォン側と壁側の両方に向かって、変位で考えて同位相の音波がそれぞれ進行していることになり、位相のずれはない。音叉から壁に向かう音波は、変位は壁で0でなければならぬため固定端反射となり π だけ位相がずれる。音叉から壁で反射してマイクロフォンに到達する音波と、音叉から直接マイクロフォンに到達する音波の経路差は $2d$ であり、それが半整数倍であれば干渉して音が強め合う。よって

$$2d = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (4)$$

が、マイクロフォン側で音の干渉により強め合う条件である。

- 疎密で考える： 音叉が同位相振動モードで振動している場合、疎密は音叉の左右に逆位相で出るので、音叉で π の位相のずれがある。疎密で考える場合は、壁で同位相のまま反射するので、干渉して強め合う条件は

$$2d = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (5)$$

となる。

2.4 逆位相振動モードの数式による確認

2.4.1 変位で考える場合

音叉を y 軸の原点に置き、壁の位置を $y = -d$ とする。音叉から y 軸正の向きに (マイクロフォン側に) 進行する時刻 t のときの波の変位を

$$f_1(y, t) = \cos(ky - \omega t) \quad (6)$$

とおく。ここで k は波の波数、 ω は波の角振動数である。 y 軸負の向きに進行する波の変位を

$$f_2(y, t) = -\cos(-ky - \omega t) \quad (7)$$

とおく。この取り方は、変位の正の向きを y 軸正の向きと定義する取り方である。実際、 $y = \pm l$ で、

$$f_1(l, t) = \cos(kl - \omega t) \quad (8)$$

$$f_2(-l, t) = -\cos(kl - \omega t) \quad (9)$$

となり、逆位相である事が確認できる。壁からの反射波の変位を、位相定数 ϕ をもちいて、

$$f_3(y, t) = \cos(ky - \omega t + \phi) \quad (10)$$

とおく。壁 $y = -d$ で、変位が 0 であるためには、

$$f_2(-d, t) + f_3(-d, t) = 0 \quad (11)$$

である必要がある。この条件を書き下すと、

$$-\cos(kd - \omega t) + \cos(-kd - \omega t + \phi) = 0 \quad (12)$$

となる。ここから ϕ を決めることができ、任意の時刻に対して成立するためには $\phi = 2kd$ である必要がある。 $y > 0$ で変位の波は、

$$f_1(y, t) + f_3(y, t) = \cos(ky - \omega t) + \cos(ky - \omega t + 2kd) \quad (13)$$

であり、強め合う条件は n を使って

$$2kd = 2\pi n \quad (14)$$

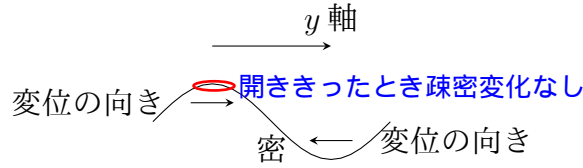
波長に直すと、 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ であるから

$$2\frac{2\pi}{\lambda}d = 2\pi n \quad (15)$$

となり、式 (1) と同じ結果を得る。

2.4.2 疎密で考える場合

疎密で考えるには、変位の正の向きと疎密の関係



および密度変化が変位の微分で与えられることを考えて、変位の傾きが負になっているところが密であるから、

$$\delta\rho_1 \propto -\frac{\partial}{\partial y} f_1(y, t) = k \sin(ky - \omega t) \quad (16)$$

$$\delta\rho_2 \propto -\frac{\partial}{\partial y} f_2(y, t) = -k \sin(ky + \omega t) \quad (17)$$

$$\delta\rho_3 \propto -\frac{\partial}{\partial y} f_3(y, t) = k \sin(ky - \omega t + \phi) \quad (18)$$

が疎密波を与える。 $y = \pm l$ では、

$$\delta\rho_1 \propto k \sin(kl - \omega t) \quad (19)$$

$$\delta\rho_2 \propto -k \sin(-kl + \omega t) \quad (20)$$

となり同位相である。変位の波で求めた ϕ を使えば、 $y = -d$ で、自由端反射していることもわかる。逆に、音叉の左右に同位相で伝わる疎密波を

$$\delta\rho_1(y, t) = \cos(ky - \omega t) \quad (21)$$

$$\delta\rho_2(y, t) = \cos(-ky - \omega t) \quad (22)$$

$$\delta\rho_3(y, t) = \cos(ky - \omega t + \phi) \quad (23)$$

とおき、 $y = -d$ で自由端反射条件

$$\frac{\partial}{\partial y} (\delta\rho_2(y, t) + \delta\rho_3(y, t)) \Big|_{y=-d} = 0 \quad (24)$$

を課すと、 $\phi = 2kd$ を得る。 $y > 0$ で、 $\delta\rho_1 + \delta\rho_3$ が干渉して強め合う条件を求めると、

$$2kd = 2\pi n \quad (25)$$

が得られ、同様である。

同位相振動モードについても、同様に数式を使って確認することができる。

2.5 補足

2.5.1 音叉の配置

問題の図3の設定のように、音叉の軸が壁と並行になるように音叉を設置したとしても、まだ音叉の配置の仕方には軸まわりの回転の自由度がのこる。この角度をある適当な角度に固定したとしても、音波同士が干渉して打ち消し合う非常に特殊なある特定角度を除き、逆位相振動モードの振動では、疎密でみて同位相の波が左右に同強度で伝搬し、同位相振動モードの振動では、疎密でみて逆位相の波が同強度で左右に伝搬する状況は変わらない。よって、音叉の配置により干渉の状況は変わらない。

2.5.2 マイクロフォンについて

マイクロフォンをどの距離に設置するかは今の状況には関係がなく、 y 軸上で音叉の右にあればどこでもよい。それは今考えている音波が定在波ではなく、進行波だからであり、マイクロフォンがどの場所であっても、その位置を音波の最大振幅が必ず通過するからである。またマイクロフォンが何を検知するマイクロフォンであるかにも依存しない。マイクロフォンには、圧力変動を感知するものと変位を感知するものがある。音波の疎密の変化が最大振幅を取る位置と変位の変化が最大振幅を取る位置は同じではないが、今考えている音波は進行波であるから、どちらを感知するマイクロフォンであっても干渉して音波が強め合っている場合を検知することができる。

3 再採点における考え方

2節でみてきたように、音叉には複数の振動モードがある。逆位相振動モードのときの正答は、 $2d = n\lambda$ または $2d = (n - 1)\lambda$ 、同位相振動モードのときの正答は、 $2d = (n - \frac{1}{2})\lambda$ である。

A-I. では逆位相振動モードを設定していた。A-III. の問4では振動モードを特定していなかった。しかし、問5においては同位相振動モードで振動していることを前提として問題が作られていた。A-I. を踏まえて問4を逆位相振動モードで考える受験生もいれば、問5の設問内容から問4を同位相振動モードで考える受験生もいたと思われる。

よって、三つの解答に対しいずれも満点(3点)を与えた。