

第3問 ゴムひもを伸ばすと、元の長さに戻ろうとする復元力がはたらく。一方でゴム膜を伸ばして広げると、その面積を小さくしようとする力がはたらく。この力を膜張力と呼ぶ。十分小さい面積  $\Delta S$  だけゴム膜を広げるのに必要な仕事  $\Delta W$  は

$$\Delta W = \sigma \Delta S$$

で与えられる。ここで  $\sigma$  は[力/長さ]の次元を持ち、膜張力の大きさを特徴づける正の係数である。ゴム膜でできた風船を膨らませると、膜張力により風船の内圧は外気圧よりも高くなる。外気圧は  $p_0$  で常に一定とする。重力を無視し、風船は常に球形を保ち破裂しないものとして、以下の設問に答えよ。

I 図3—1のように半径  $r$  の風船とシリンダーが接続されている。シリンダーには滑らかに動くピストンがついており、はじめピストンはストッパーの位置で静止している。風船とシリンダー内は液体で満たされており、液体の圧力  $p$  は一様で、液体の体積は一定とする。ゴム膜の厚みを無視し、係数  $\sigma$  は一定とする。

- (1) ピストンをゆっくりと動かし風船を膨らませたところ、図3—1のように半径が長さ  $\Delta r$  だけ大きくなった。ピストンを動かすのに要した仕事を  $p_0$ ,  $p$ ,  $r$ ,  $\Delta r$  を用いて表せ。ただし、 $\Delta r$  は十分小さく、 $\Delta r$  の二次以上の項は無視してよい。
- (2) 設問 I (1) で風船を膨らませたときに、風船の表面積を大きくするのに要した仕事を  $r$ ,  $\Delta r$ ,  $\sigma$  を用いて表せ。ただし、 $\Delta r$  は十分小さく、 $\Delta r$  の二次以上の項は無視してよい。
- (3)  $p$  を  $p_0$ ,  $r$ ,  $\sigma$  を用いて表せ。ただし、ピストンを介してなされる仕事は、全て風船の表面積を大きくするのに要する仕事に変換されるものとする。

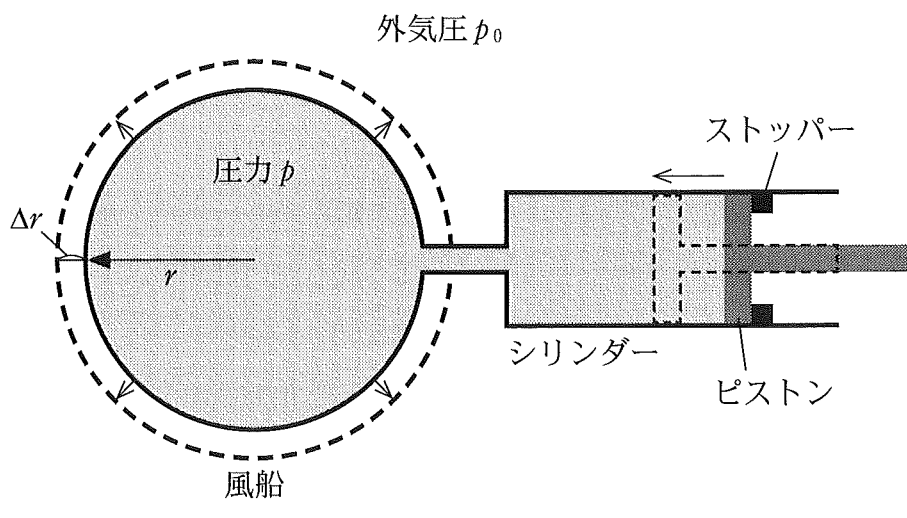


図 3—1

II 図3-2のように、小さな弁がついた細い管の両端に係数 $\sigma$ の風船がついており、中には同じ温度の理想気体が封入され、気体の温度は常に一定に保たれている。最初、弁は閉じており、風船の半径はそれぞれ $r_A$ 、 $r_B$ である。管内と弁の体積、ゴム膜の厚みを無視し、係数 $\sigma$ は一定とする。また、風船がしぼみきった場合、風船の半径は無視できるほど小さくなるものとする。

- (1)  $r_A < r_B$  の場合に弁を開いて起こる変化について、空欄 **ア** と **イ** に入る最も適切な語句を選択肢①~④から選べ。また、下線部についての理由を簡潔に答えよ。

弁を開くと気体は管を通り、半径の **ア** 風船からもう一方の風船に移る。十分時間が経った後の風船は、片方が半径 $r_c$ で、 **イ** 。

- ① 大きい                                  ② 小さい  
 ③ 他方も半径 $r_c$ になる              ④ 他方はしぼみきっている

- (2)  $\sigma$  を  $p_0$ 、 $r_A$ 、 $r_B$  および、設問II(1)で与えられた $r_c$ を用いて表せ。

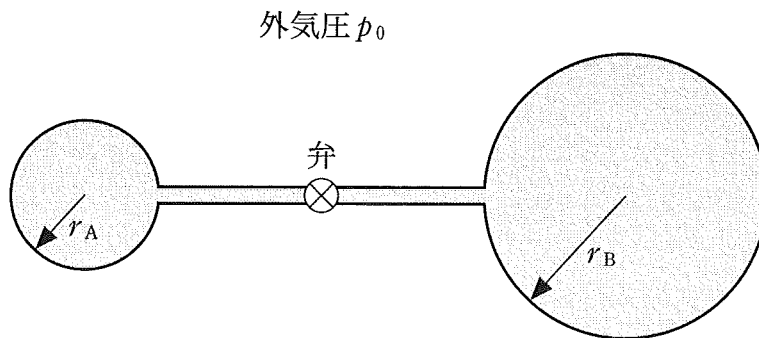


図3-2

Ⅲ 実際の風船では、膜張力の大きさを特徴づける係数  $\sigma$  は一定ではなく、半径  $r$  の関数として変化する。以下の設問では、風船の係数  $\sigma$  は関係式

$$\sigma(r) = a \frac{r - r_0}{r^2} \quad (r \geq r_0 > 0)$$

に従うと仮定する。ここで  $a$  と  $r_0$  は正の定数であり、温度によって変化しないものとする。風船の半径は常に  $r_0$  より大きいものとする。

(1) 図 3—3 のように、理想気体が封入され、風船の半径がどちらも  $r_D$  の場合を考える。弁を開いて片方の風船を手でわずかにしぼませた後、手を放したところ、風船の大きさは変化し、半径が異なる二つの風船となった。 $r_D$  が満たすべき条件を答えよ。ただし、気体の温度は一定に保たれているとする。

(2) 設問Ⅲ(1)で十分時間が経った後、弁を開いたまま、二つの風船内の気体の温度をゆっくりとわずかに上げた。風船の内圧は高くなったか、低くなったか、理由と共に答えよ。必要ならば、図を用いてよい。

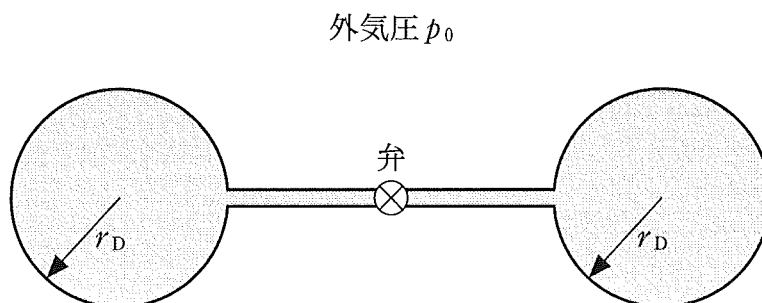


図 3—3

(3) 設問Ⅲ(2)で十分時間が経った後、今度は風船内の気体の温度をゆっくりと下げた。二つの風船の半径を温度の関数として図示するとき、最も適切なものを図3-4の①~⑥から一つ選べ。

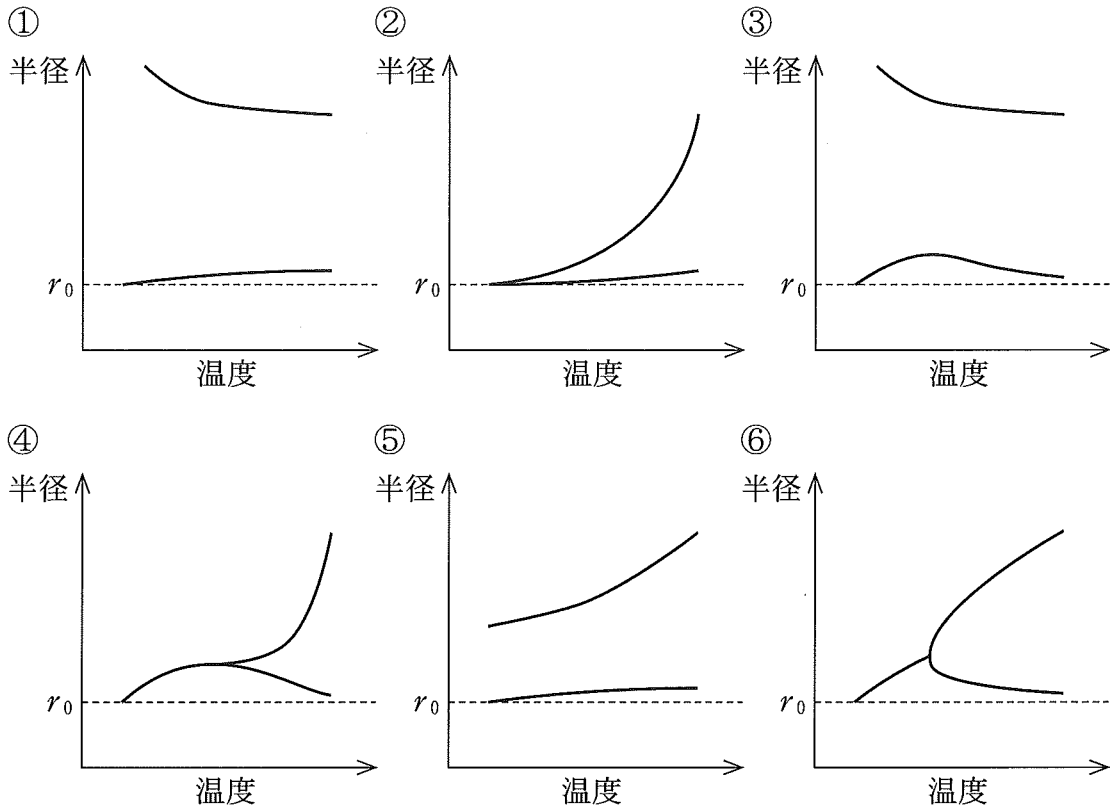


図3-4