物理学基礎論Ｂ（冨田：2003年度 後期 金１）　2004/1/23

目標： ２題がほぼ完全に解答できておれば合格，３題で満点とします。

1. 半径がa，b (ただし $b > a$) の２つの完全導体球が中心を共有している。以下の量を計算せよ。

   (1) この２つの導体球の間に誘電率ϵの絶縁体を詰めたときの，両導体球間の静電容量C

   (2) この２つの導体球の間に電気伝導率σの導電体を詰めたときの，両導体球間の電気抵抗R

   (3) この２つの導体球の間に熱伝導率κの非流動物質を詰め，内球をT_1，外球をT_2 (ただし $T_1 > T_2$) の温度に保ったときの全熱流J

2. レポート提出するまでの時間がないので宿題にはせず，自習しておくよう予告しておいた問題です。

   (1) $z = 0$のxy-面上に置かれた，厚さを無視できる無限に広い導体板上を，yの正の向きに一様な平行電流が流れている。電流の強さが，x方向の切り口の単位長さあたりKであるとき，$z > 0$および$z < 0$の空間における磁場の強さ$H(z)$とその方向（例：zの負の向き，など）を求めよ。

   (2) この導体板と平行に，$z = a$ $(a > 0)$ の位置にもう一枚の導体板が置かれ，同じ強さで反対向きの一様平行電流が流れているとき，$z > a$，$a > z > 0$，$z < 0$における磁場の強さ$H(z)$とその方向を求めよ。

3. 真空中に置かれた面積S，間隔dの２枚の極板からなる平行板コンデンサの両極の間に，ゆっくりと時間変化する電圧$V_0 \sin \omega t$を加えたとき，極板の間に生じる変位電流（電束電流）を求めよ。

4. (1) 静電ポテンシャル$\phi(\boldsymbol{r})$で与えられる静電場$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla\phi(\boldsymbol{r})$ 中に置かれた，強さが一定の電気双極子$\boldsymbol{p}$の位置エネルギーは，$U(\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$で与えられることを示せ。［ヒント：２つの正負の点電荷「点$\boldsymbol{r}$にある$-q$と点$\boldsymbol{r} + \boldsymbol{l}$にある$+q$」の位置エネルギーの和を求めてから，有限な大きさの双極モーメントを与える極限： $q\boldsymbol{l} = \boldsymbol{p}$ 一定のままで $|\boldsymbol{l}| \to 0$ 　をとればよい。］

   (2) この位置エネルギー$U(\boldsymbol{r})$も，静電ポテンシャル$\phi(\boldsymbol{r})$と同様にラプラス方程式 $\nabla^2 U = 0$を満たすことを示せ。［ベクトル公式集がなければ，座標成分ごとに計算すればよいのです。］

   (3) **（高学年の人への救済）**年末に岩手県の高校生の「磁石の空中浮上実験」が ”新発見 ”として新聞で話題になったが，記事の中にあった『アーンショウの定理』とは何かを解説せよ。［あの記事は磁場に関するものですが，電場でも同じことです。大学生が物理の単位をとるという意志をもつからには，講義に関係すると思われる科学ニュースには常に敏感であり，知らなかったなら自分で調べてみるくらいの意欲は当然あるものと思います。したがって，百科事典程度の説明でかまいません。**キーワード**：力学的安定位置，ポテンシャルの極小，ラプラス方程式の解，ガウスの法則...］

（公式）

ガウスの積分定理　$\oint_{\text{閉曲面 S}} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{n}\ \mathrm{d}S = \int_{\text{S 内}} \rho(\boldsymbol{r})\ \mathrm{d}V = \sum_{\text{S}} Q_j$ (= S内に含まれる全電荷)

電荷密度$\rho = 0$ の誘電体中における静電場　$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = 0$，$\boldsymbol{D} = \epsilon \boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$

定常電流の条件　$\nabla \cdot \boldsymbol{i} = 0$，オームの法則　$\boldsymbol{i} = \sigma \boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$

熱伝導に関するフーリエの法則　熱流密度 $\boldsymbol{j} = -\kappa \nabla T$

アンペールの積分定理　$\oint_{\text{閉曲線 C}} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\text{S}_\text{C}} \boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{n}\ \mathrm{d}S = \sum_{\text{C}} I_j$ (= C内を貫く全電流)

［参考］

- 抵抗体の電気抵抗は長さに比例し断面積に反比例する。抵抗が直列につながっているとき，合成抵抗は各抵抗の和で与えられる。

- ポインティングベクトル $= \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$,　ただし $(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})_x = E_y H_z - E_z H_y$ etc.

- $\nabla = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}\,,\ \dfrac{\partial}{\partial y}\,,\ \dfrac{\partial}{\partial z} \right) \qquad \nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$

- 電流系の貫通磁束　$\Phi_i = \displaystyle\sum_k M_{ik} J_k$　（貫通回数に注意）

- 誘電率 ϵ の媒質中で半径 a の導体球に電荷 Q が与えられているとき，球の中心から距離 $r\ (> a)$ の位置における電束密度はガウスの法則により $D(r) = \ldots$，電場は $E(r) = D(r)/\epsilon = \ldots$，したがって電位差は $V = \displaystyle\int_a^\infty E(r)\mathrm{d}r = \ldots$，よって $Q/V = 4\pi\epsilon a$

- ラプラス方程式の解の一意性：ある電荷配置と境界条件を満たす解は,（例えば鏡像により）エイヤッと一つ見つけることができれば，それが求める解であると安心してよい。

- 作用反作用の法則：物体Ａが物体Ｂに及ぼしている力と，物体Ｂが物体Ａに及ぼしている力は，同一直線上にあって大きさは同じで反対向きである。

- 半径 a の球の表面から単位時間に J の率で水が湧き出して流れ出ているとき，これを囲む任意の半径 $r\ (> a)$ の仮想球面を通過する全流水量は J に等しい。（質量の保存則）