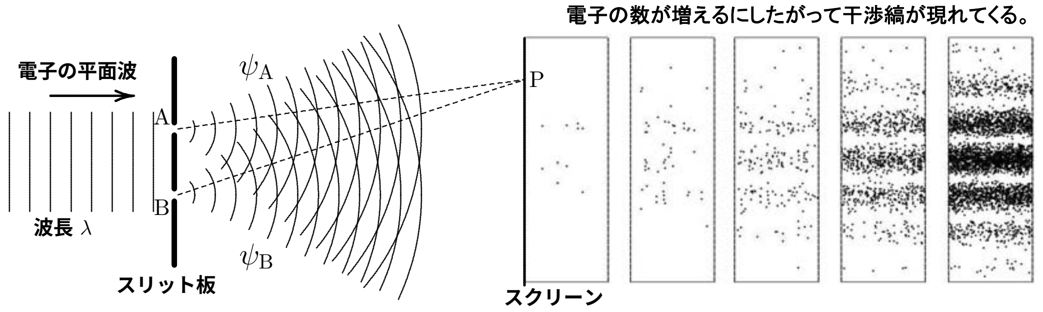
ああ、別の生き方もあったのに！ —— ２重スリットによる干渉実験に関する補足

人生には，進学，就職，結婚 … と，幾たびかの重要な岐路がある。A か B かの候補がいずれ劣らぬ魅力を持ち，その選択に迷い悩んだ末に意を決する場面も珍しくない。このように等価な選択肢が２つあるときに例えば A を選んだ場合と，迷う余地なく A を選んだ場合とでは，同じく A の道を歩むにしても，その後の生き様は決して同じではない。前者の場合，時として「あのときに B を選んでいたら？」という後悔の念が鎌首をもたげ，心の中に波紋を生じることがある。このことが，無意識のうちにもその後の人生に影響を与えずにはいない。人は，たとえ A を選んで生きていても,「B を選ぶこともできた」という事実を決して拭い去ることはできない …..



スリットを通過した電子は，スクリーン上のどこかで点（粒子）として観測される。電子の集団ではなくて，個々の電子の状態が波動関数 $\psi_A + \psi_B$ で表され，電子はこれに従って**自分自身と干渉**する。電子がスクリーン上の各位置で見出される確率は

$$|\psi_A + \psi_B|^2 = |\psi_A|^2 + |\psi_B|^2 + (\psi_A^* \psi_B + \psi_A \psi_B^*) \tag{1}$$

に比例し，電子の数が増えるにしたがって次第にこの確率分布を表す干渉縞が明確に現れてくる。電子は,「どちらを通ったかを観測しないかぎり，どちらを通る可能性も兼ね備えた**重ね合わせの状態**[1]のままスリットを通過する」というのが，量子力学的確率解釈のおおかたの理解となっている。

この場合，物質波の考えのように１個の電子が２つの部分に分かれて両スリットを通るわけではないから，あえて言うならば，個々の電子は「どちらかを通った」と考えてもかまわない。ただし，量子力学的な粒子の場合はパチンコ玉とちがって，例えば A を通るにしても，**「A と B のどちらを通ることも可能であるときに A を通る」**と**「B が閉じていて A しか通ることができないときに A を通る」**とは異なることを理解して両者を区別してかかるなら，である。

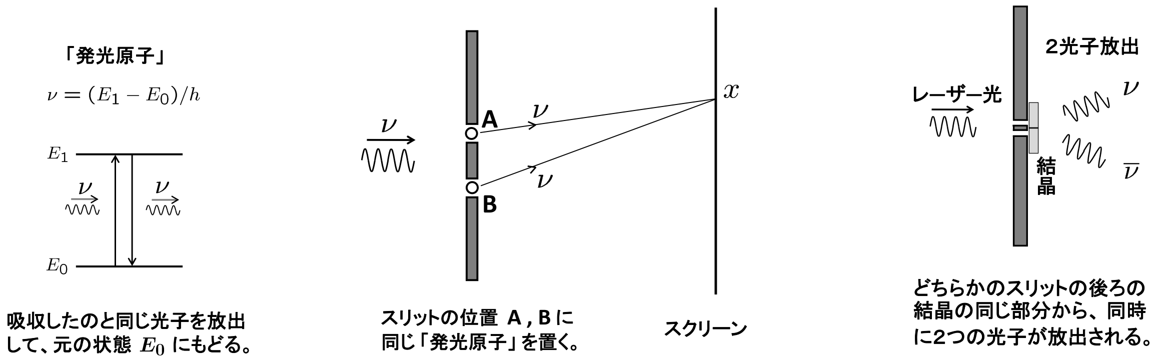
前者の場合に A を通ったときの波動関数 Ψ_A は,「B は通行禁止」，すなわち $-\psi_B$ を加えて打ち消すと後者の場合の波動関数 ψ_A になるという条件，$\Psi_A + (-\psi_B) = \psi_A$ より $\Psi_A = \psi_A + \psi_B$ で与えられる。「B を通ることもできた」という事実をこういう形で引きずりつつ A を通ったと言ってよいだろう。その結果，電子は自分自身と干渉することになる。

明らかに，同じ条件の場合に B を通ったときの波動関数 Ψ_B も完全に同じものになる（ならなければならない）。量子力学では，確率ではなく波動関数（確率振幅）が所定の法則（決定論的なシュレーディンガ方程式）に従って行動し，同じ条件のもとで電子を入射すれば常に同じ解になる。どちらを通るかを特定できない条件の場合は，波動関数そのものが，A を通ることと B を通ることが対等であるような形のものでなければならない。解は電子が A を通ったか B を通ったかということには依存せず,「あるときは ψ_A，あるときは ψ_B」になるような解は存在しない。要す

[1]「（どちらを通ったかを）観測するまで状態そのものが存在しない」とする説明も見かけるが，量子力学ではこの重ね合わせの状態も,「A を通った」あるいは「B を通った」のと同等の資格をもつ明確な状態の一つである。古典的粒子のイメージを完全に払拭しきれていない我々には，これに対応するような物理量（＝この状態が固有状態となるような物理量，**オブザーバブル**）を直観的に思い浮かべることができないだけである。→4 ページに**（付録）**

るに，どちらを通る可能性もあるときには，どちらを通っても粒子の状態は全く同じ，したがって，粒子の状態を表す波動関数としては $\psi_{\mathrm{A}}+\psi_{\mathrm{B}}$ の形しかあり得ない。量子の世界の粒子はそういう通り方をするのである[2]。

究極の 2 重スリット干渉実験



以上のことを明白にした**光子**の「究極の 2 重スリット実験」がある。まず，**図（中央）**のようにスリットの位置に，同じ発光原子（**図左**）を 1 個ずつ置いた場合を考えてみる。原子は振動数 $\nu = (E_1 - E_0)/h$ の光子を 1 個吸収し，同じ振動数の光子を放出して元の状態 E_0 にもどる。光子を放出した瞬間に元の状態にもどっているから，どちらの原子が光子を放出したか判別しようがなく，何回か繰り返せばスクリーン上に**干渉縞**が現れるはずである。その意味では単純なスリット実験と事情は同じであるが，スリット実験のような「光子は粒子/波動の 2 重性格により，**波**として両方に別れて通過し，波の約束どおりに干渉した」という，量子論初期にあった誤った解釈を生む余地はない。ちょうど 1 つの原子を励起するのに要するエネルギー $h\nu = E_1 - E_0$ をもつ光子を 1 個入射したのだから,「どちらかは決まらないが，いずれか一方の原子が励起され，光子を 1 個放出した」に違いなく，もはや中途半端な解釈は思いうかばない。

実際の実験は，レーザー光が当ると，同時に 2 個の光子（ν, $\overline{\nu}$）を異なる方向に放出する原子（実は結晶，**図右**）を用いて行われた。話を簡単にするため，光子 $\overline{\nu}$ はスクリーンと反対側に放出されるとする。この光子 $\overline{\nu}$ が「A，B のどちらから来たか」を観測すれば，スクリーンに達する光子 ν も「どちらから来たか」が判別されるから，量子力学の理屈どおり干渉縞は現れない。

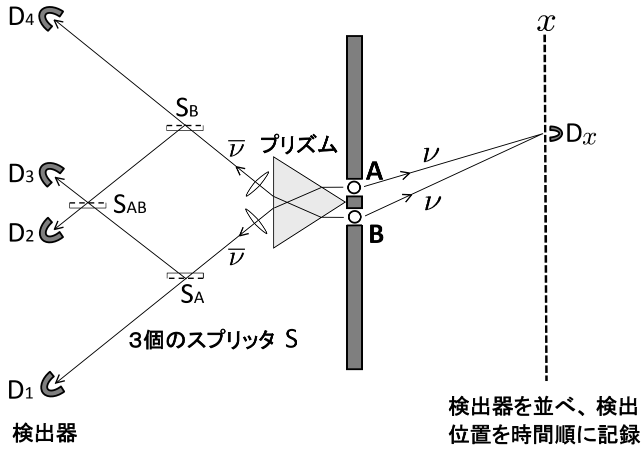
2 つの光子は「どちらかは決まっていないが一方の原子」から同時に放出され，いわば波動関数 $|A\overline{A}\rangle + |B\overline{B}\rangle$ で表される**もつれ**の関係にあるから，光子 ν を直接観測しなくてもよいのだ..... と，簡単に言うものの，もし光子 $\overline{\nu}$ の検出器がスクリーンよりも遠くて，光子 ν がスクリーンに到達した瞬間には「まだ検出されていない」ような場合でも，そう結論してよいのかどうか疑問が残るだろう。つまり干渉縞の有無の運命が決まるのは,「どちらから出たかを判別できるように光子 $\overline{\nu}$ の**光路を分けた**[3]瞬間なのか？」「検出器に達してそれが**判明した**瞬間なのか？」である。これを明らかにし，干渉縞というものの実体を浮き彫りにした巧妙な仕掛けが考案された。

[2] ある人達は，これを**多世界解釈**という考えですっきりと表現する。粒子が 2 つのスリットを通過した時点で（観測者も含めて），互いに連絡できない 2 つの世界に別れてしまう（＝重ね合わせの状態)。その後，スクリーン上のある 1 点で観測された場合（＝同じ未来に達した場合）に限り 2 つの世界は合流し，それぞれの過去が干渉しあう。これに対して「シュレーディンガの猫」では,「猫が死んでいた世界」と「生きている世界」が合流することはない。

[3] 実際の実験装置では，光路の分離に**プリズム**が使われており,「ここを通過した瞬間」という意味になる。

実験の要点は，いったんプリズムで分離した**左向き**の光子 $\overline{\nu}$ の光路を，**右向き**の光子 ν がスクリーン上で 検出されたよりも後 で，ビームスプリッタ（→**[206]** p.2）を用いて再び合流させて，光子 $\overline{\nu}$ が「A，B のどちらから来たか」という 過去を消し去る ことである。これにより干渉縞が復活するという。

［実験装置の**概念図**］



スプリッタは，入射した光の 半分を反射し半分を透過させる 装置で，精巧なハーフミラーだと思えばよい。A から左へ出た光子は必ずスプリッタ $\mathrm{S_A}$ に，B から出た光子は $\mathrm{S_B}$ に入射するように設定しておけば，光子 $\overline{\nu}$ は必ず検出器 $\mathrm{D_1}$〜$\mathrm{D_4}$ のどれかで，等確率で検出される。検出器 $\mathrm{D_1}$（あるいは $\mathrm{D_4}$）で検出された場合には，光子 $\overline{\nu}$ はそれぞれ A（あるいは B）から来たことになる。一方，検出器 $\mathrm{D_2}$，$\mathrm{D_3}$ で検出された場合には，A，B のどちらからも（反射による位相変化の違いによる**位相差**[4]を除いて）平等に光路が確保されているから,「どちらから来たか」は不明になる。

そこで，励起用レーザー光子を 1 個ずつ繰り返し入射して，スクリーン上に右向きの光子 ν が到達した**位置** x を，時間的な順序を表す**番号**をつけて正確に記録しておく。同時に左向き光子 $\overline{\nu}$ が検出器 $\mathrm{D_1}$〜$\mathrm{D_4}$ のどれで検出されたかも，同じように番号をつけて記録しておく。

実験終了後，位置データをそのままプロットしても，何の変哲もない一つ山の分布が得られるだけである。ところが，2 つの記録を照らし合わせ，検出器 $\mathrm{D_2}$（または $\mathrm{D_3}$）で検出された番号の位置データだけ拾ってプロットすれば，干渉縞が出現する。一方，$\mathrm{D_1}$（または $\mathrm{D_4}$）に対応する位置データでは，やはり一つ山のパターンになり干渉縞は現れない。つまり，観測者が事後にデータ整理という形で介入した段階で初めて，干渉縞という特異性が発現するというのだ。（**注**）

実験後にデータを整理するのではなくて，レーザー励起をするごとに処理することも可能である。検出器 D_x を x 方向に移動させながら検出し，$\mathrm{D_2}$，$\mathrm{D_3}$ のいずれか 1 つを選んで検出信号が同期したときだけ，その位置 x にプロットするようにすれば，同じ結論が得られる。通常の 2 重スリット実験と同じように，時間の経過とともに次第に干渉縞が浮かび出てくるであろう。

注． 実はこれと同様のことは，普通の EPR 実験でとっくに体験ずみである。スピンの EPR 対を分けて離れた 2 箇所に送り，双方で σ_z を独立に観測すると，それぞれでは ±1 がランダムに観測されるだけである。しかし，事後に双方のデータを照らし合わせ,「一方で $+1$ であった」ときのデータだけ他方で選ぶと，みごとに -1 に揃っており，完ぺきな**相関が発覚**する。この場合，双方での観測の前後関係は問わない。

[4] この位相差を加えて検出器の位置で A からの波と B からの波が**同位相**とならなければならない。もつれの状態を $|A\overline{A}\rangle+|B\overline{B}\rangle = \frac{1}{2}\left(|A\rangle+|B\rangle\right)\otimes\left(|\overline{A}\rangle+|\overline{B}\rangle\right) + \frac{1}{2}\left(|A\rangle-|B\rangle\right)\otimes\left(|\overline{A}\rangle-|\overline{B}\rangle\right)$ と別の形に直交展開するとき，検出器 $\mathrm{D_2}$ では $|\overline{A}\rangle+|\overline{B}\rangle$ がそのままで，$\mathrm{D_3}$ では $|\overline{A}\rangle-|\overline{B}\rangle$ がスプリッタにより $|\overline{A}\rangle+|\overline{B}\rangle$ に変換されて観測される。そのため，スクリーン側では，$\mathrm{D_2}$，$\mathrm{D_3}$ の場合にそれぞれ $|A\rangle+|B\rangle$，$|A\rangle-|B\rangle$ となり，干渉縞の山と谷が逆になるらしい。

（付録）

状態がただ２つであるような（最も簡単な）量子力学的物理量 – **q 数** – は，２行２列のエルミート行列で表される。波動関数 ψ_{A}，ψ_{B} は直交する（例えば，両スリットを通過した直後の状態）として，簡単のため，これを状態ベクトルとしてそれぞれ

$$\psi_{\mathrm{A}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \psi_{\mathrm{B}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

と書く。このとき，それぞれに対応する固有値は，区別さえできれば何でもいいのであるが，これも簡単化のため ± 1 としておけば，このエルミート行列は固有値を並べた「対角行列」

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (= Z) \tag{3}$$

で与えられる。[5]これを演算子 Z としよう。「A を通る」「B を通る」というのは素朴に理解することができる古典力学的な粒子でも存在する概念であるが，量子力学的物理量として表すとなると，これだけのお膳立てが必要になる。ここで Z のユニタリ変換で与えられる新たな演算子

$$X = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

を定義しよう。この行列の固有値も ± 1 で，これに対応する固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathrm{A}} + \psi_{\mathrm{B}}), \quad \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathrm{A}} - \psi_{\mathrm{B}}) \tag{5}$$

である。したがって今の場合の「どちらのスリットも通る可能性のある状態」というのは，この X の固有値 $+1$ の固有状態であるということができる。元の物理量 Z がスリットのどちらか一方，例えば A のすぐ後ろに粒子カウンタを置けば観測できる（観測されれば固有値 $+1$，されなければ -1）のに対して，X はスクリーン上に干渉縞を形成することで観測される。この場合，スクリーン上の点として観測する限り縞模様が現れるまで何回も繰り返さなければならない。工夫すれば簡単に一発で確認できる方法が見つかるかも知れないが，これこそが波動性の正体である。先ほどの実験で言えば，D_2 か D_3 で検出された場合がこれに相当すると考えてよいだろう。単純な２重スリット実験の場合も，同じような仕掛けをすればよいわけだ。

演算子 Z の固有状態は**粒子的**と言ったが厳密にはそうではない。例えばスリットが A だけだったとしよう。進行方向に垂直な横方向（図の上下方向）の位置がスリットの幅内に制限されるため，不確定性原理[6]により運動量の横成分がある範囲内で不確定になる。このため粒子は必ずしも直進せず，スクリーン上の点の分布はスリットの幅以上に拡がったピークになる。これはまさに**波の回折現象**である。スリットが２つになると横座標の不確定性が「A か B か」と多少拡がるため，運動量の不確定性がその分だけ制限され，特定の位置にピークをもつ干渉縞となる。

上で導入した演算子 X, Z は，まさにパウリ行列である。任意の複素数 α，β $(|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1)$ を係数とする重ね合わせの状態 $|\psi_1\rangle = \alpha\psi_{\mathrm{A}} + \beta\psi_{\mathrm{B}}$ を固有ベクトルとするようなエルミート行列は，例えば以下のようにして作ることができる。先ず，自明に近いのは射影演算子である：

$$P = |\psi_1\rangle\langle\psi_1| = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} (\alpha^* \ \ \beta^*) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix} \quad \text{とするとき，} P|\psi_1\rangle = |\psi_1\rangle \tag{6}$$

[5] 粒子の位置を表す演算子なら，例えば１次元の場合，その固有値である座標の「値」を対角線上に並べた（連続無限次元の）対角行列で表されるのと同じことで，最も簡単な量子力学的演算子である。

[6] 物理量が行列で表される q 数である限り一般に非可換であり，c 数である測定値の不確定性は不可避である。

または，[7]

$$\sigma = 2P - I_2\ ,\ I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\ \ \text{とするとき，}\ \sigma|\psi_1\rangle = |\psi_1\rangle \tag{7}$$

σ は固有値が ± 1 のエルミート行列であり，パウリ行列を用いて以下のように表すことができる：

$$n_x = \alpha\beta^* + \alpha^*\beta,\ n_y = i(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta),\ n_z = |\alpha|^2 - |\beta|^2 \tag{8}$$

$$\sigma = n_x\sigma_x + n_y\sigma_y + n_z\sigma_z,\quad {n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2 = 1 \tag{9}$$

したがって，**スピンの概念**を用いれば，**任意の重ね合わせ状態**は「$\boldsymbol{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 方向を量子化軸とするスピン成分 $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\sigma}$」という分かりやすい物理量の固有状態であると理解することができる。（**注．**この対応は一意的ではない。）

２粒子以上の状態についても同様である。例えば講義ノート**付録 E** の EPR 状態の場合は

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle),\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle),\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle),\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \tag{10}$$

を規格直交系（ベル基底）として脚注の方法を用いれば，4×4 のエルミート行列を作ることができる。（ただし，４つの固有ベクトルに対応する固有値が等しい場合は不可。）

例 $\{\lambda_i\} = \{1, 1, -1, -1\} \ \rightarrow\ S = \sigma_x \otimes \sigma_x, \quad \{\lambda_i\} = \{1, -1, -1, 1\} \ \rightarrow\ S = \sigma_z \otimes \sigma_z$

以上はスピンという特殊な物理量に限定された事情ではない。３つのパウリ行列は，単位行列とあわせて２行２列エルミート行列の空間の４つの基底を構成することを考えれば，任意の物理量に適用できる。ただ，スピン以外では我々の古典的に凝り固まった脳では素朴に理解できない量（１回の粒子測定で観測できない量）になっているだけだ。まずはこの段階を克服しなければならない。古典力学の言葉を借りて「粒子性」「波動性」「その２重性」なんて言うから量子力学がミステリアスな魔界になってしまうのではなかろうか。

「物理量は行列で表現され，状態はヒルベルト空間のベクトルで表現される。」

この数理構造をすっきりと言語化できるまで，種々の神秘主義が出まわることは防ぎようがない。

---

[7] σ は，$|\psi_2\rangle = \beta^*|0\rangle - \alpha^*|1\rangle$，$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$ として，以下のようにユニタリ変換でも得られる：

$$\sigma = \begin{pmatrix} \alpha & \beta^* \\ \beta & -\alpha^* \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} \alpha & \beta^* \\ \beta & -\alpha^* \end{pmatrix}^\dagger = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 - |\beta|^2 & 2\alpha\beta^* \\ 2\alpha^*\beta & -(|\alpha|^2 - |\beta|^2) \end{pmatrix}$$

このとき，$\sigma|\psi_1\rangle = |\psi_1\rangle$，$\sigma|\psi_2\rangle = -|\psi_2\rangle$ となる。一般には，$\{|\psi_k\rangle\}$ を規格直交系とし，定数 $\{\lambda_k\}$ を用いて行列

$$S = \sum_k \lambda_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k| \qquad \text{（行列のスペクトル表示）}$$

を作れば

$$S|\psi_j\rangle = \sum_k \lambda_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k|\psi_j\rangle = \sum_k \lambda_k |\psi_k\rangle\delta_{kj} = \lambda_j|\psi_j\rangle$$

となり，$|\psi_j\rangle$ は S の固有ベクトル，λ_j が対応する固有値となる。$\{\lambda_j\}$ が実数であれば，S はエルミートである。