

「数学的モデリング」を取り入れた指導法と授業実践

埼玉県立大宮武蔵野高等学校 太田 敏之

1. 研究の動機

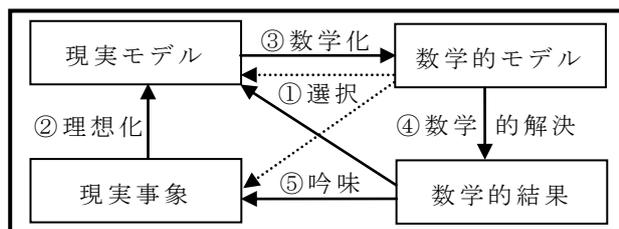
近年、高等学校の現場で生徒の数学離れを感じる人が多い。理系を選択する生徒が減少傾向にあり、生徒の「数学が嫌い」という声を耳にする。また、国際数学・理科教育動向調査の2003年調査(TIMSS2003)において、「数学の勉強は楽しい」という質問に対して「強くそう思う」と答えた生徒(中学2年)の割合は、国際平均値29%に比べて日本は9%と低く、日本は諸外国に比べて数学の学力は高いものの数学が嫌いな生徒が多いという結果がでていいる。このような現状の中で、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めるようにすることが今日の数学教育の大きな課題であると考えられる。また、今日の社会は工業化社会から高度情報通信社会への急激な変容の過程にあるといわれている。工業化社会においては、歯車やモーターなどで作られているものが多く、分解すればしくみを確認できる「見える社会」だった。しかし、高度情報通信社会においては、情報は大規模集積回路の中に埋め込まれたソフトウェアによって処理されていて、分解してもそのしくみを確認することができない「見えない社会」になってきている。このような社会では「見えない社会を見る」能力の育成が必要であると考えられる。

以上のことから本研究では、現実事象を分析して数理的に考察していく「数学的モデリング」を取り入れた指導法に注目した。数学的モデリングを取り入れた授業によって、生徒は今まで見えなかった現実事象のしくみが見えるようになり、高等学校数学が直接日常生活で役に立たなくても、数学を使うことによって見えない社会を見るができるということから、生徒が「数学が日常生活と関連している」と感じ、数学に興味をもち学習意欲を高めることになるという仮説を立てた。そして、その仮説に基づき、数学的モデリングを取り入れた教材を開発し、授業実践を行うこととした。

2. 数学的モデリングを取り入れた指導法

高等学校の授業では、授業時数に余裕がないために、教科書の単元内容に関係のない現実事象を扱う授業を行うことは難しいと考える。そこで本研究では、数学的モデリングの過程を、以下のように、町田氏(2003)、西谷氏(1998)ら先行研究で述べられている過程に「単元を理解するための現実事象を選択する」という①の過程を加えた5つの過程とする。

- ①授業者または生徒がその単元を理解するための現実事象または現実モデルを選択する。
- ②現実事象を分析し、理想化して現実モデルを作成する。
- ③現実モデルを数学的内容に数学化して数学的モデルを作成する。
- ④数学的モデルを単元内容に沿って数学的解決をし、数学的結果を得る。
- ⑤数学的結果を現実事象または現実モデルに適用し吟味する。



そして、その授業を、「各単元に関連する現実事象を選択し扱うことで、生徒がその単元の有用性を感じ、興味をもち、学習意欲を高め、単元理解を深める授業」と捉える。

また、数学的モデリングを取り入れた教材の開発や授業実践は、以下のような指導目標、数学的モデル作成のねらい、授業内容の3つの観点での分類を意識して行うこととする。

(1) 指導目標による分類

①他教科との関連性（国語・理科・地歴公民・体育など）

個々の生徒によって好きな教科は様々である。そこで生徒が好きな教科と数学との関連を知ること、数学の有用性を感じ、数学に興味をもつようになると考える。

②日常生活との関連性

生徒が日常生活と数学との関連を知ること、数学の有用性を感じ、数学に興味をもつようになると考える。

(2) 数学的モデル作成のねらいによる分類

以下のように、数学的モデルの作成のねらいを明らかにすることで、生徒が数学の有用性を感じ、数学に興味をもつようになると考える。

①現象理解

条件・仮定を設定して、なぜそうなるのかを理解していないような現実事象のしくみを理解するために数学的モデルを作る活動。

②予測

現在、過去、未来における未知の現象を予測するために入手可能なデータを集め、それを基に適合する数学的モデルを作る活動。

③最適化

判断・決断が要求される問題場面に出会ったときに、前もってできる限り多くの想定される場面を考え、最も適した方法・解を探る試みのひとつの方法として、数学的モデルを作る活動。

④数量化

あるいくつかの現象を比較可能にしたり客観的に判断できるようにしたりするために、誰もが認める合理的な基準を定めて数量化した数学的モデルを作る活動。

⑤測定の方法

測定の方法を利用して、長さ・重さ等の量を求めるのに焦点を当てた数学的モデルを作る活動。

⑥社会的有用性

数学的原理・法則を利用して社会的に有用なものをつくることに焦点を当てた数学的モデルを作る活動。

(3) 授業内容による分類

①数学的活動を取り入れた授業

外的な数学的活動である実験・操作・観察を取り入れた授業を行うことによって、生徒は驚きや感動的体験、歴史的認識をもち、また、主体的に授業に参加することができることから、数学に興味をもち学習意欲を高めることができると考える。さらに、実験・操作・観察をする過程のなかで生徒に予想させることで、数学的な見方・考え方を育てるとともに、数学に興味をもち学習意欲を高めることができると考える。

②コラボレーションを取り入れた授業

協同実験や議論といったコラボレーションを取り入れた授業を行うことによって、

生徒は主体的に授業に参加することができ、普段の授業よりも自分を出すことができ、また、他の生徒のよさを認め合い多様な考え方を吸収することで授業のおもしろさを感じることができることから、数学に興味をもち学習意欲を高めることができると考える。

③発展を取り入れた授業

生徒の能力・適性、興味・関心等に応じた発展を取り入れ、学習を広げたり、深めたり、進めたりすることによって、生徒は創造性を培ったり、一般化、拡張、統合などの数学的な考え方を培ったり、上位学年への関連性を感じたりすることができ、数学に興味をもち学習意欲を高めることができると考える。

④数学史を取り入れた授業

数学史を取り入れる授業において、数学と歴史、文化との関連性を話したり、昔の人の数学に対する考え方を話したりすることで、生徒の数学的な見方・考え方や発想が広がり、また、他教科と数学とのかかわりを感じることができたり、数学と身のまわりの事象との関連がわかったりすることから、数学に興味をもち学習意欲を高めることができると考える。数学史を単発的に取り上げても、数学史を知らない生徒にとっては身近に感じないことも考えられる。よって、授業の合間で数学史や数学者を年代に沿って紹介することで、数学史に興味をもたせることも効果的であると考えられる。

<引用・参考文献>

- [1]町田彰一郎(2003), 埼玉大学教育学部数学教育学特論A(埼玉大学講義).
- [2]西谷泉(1998), 「数学的モデリング」, 『新版 21世紀への学校数学の展望』, 誠文堂新光社, p.287.
- [3]池田敏和(2002), 「中等数学科における数学的モデリング・応用の指導目標に関する一考察, 日本における1990年代の文献調査を通じて」, 「日本数学教育学会誌数学教育56-3」, pp.2-12.

3. 数学的モデリングを取り入れた教材例と授業実践報告

(1) 他教科の関連性感得を目標とした教材例「ガリバー旅行記」(数学I 図形と計量)

1. 原理

生徒が、数学と他教科(国語)の関連性を感じ、数学の有用性を感じることを目標として行う。ガリバー旅行記・リリパット国(小人国)の話に出てくる数字を分析し、相似な平面図形の面積比、相似な立体の体積と表面積について理解を深める。

① 小人のサイズ

そのうちに、左脚の上で、何か生き物がもぞもぞ動いている気配がした。そいつは、そろそろと胸のあたりを通りすぎると、あごのすぐ下まで進んできた。できるだけ下目を使って見ると、15cmたらずの人間の姿が目にはいった。(p7)

問1) ガリバーと小人の身長比はどれくらいだろうか?

ただしガリバーの身長を180cmとする。

答え) $180\text{cm} : 15\text{cm} = 12 : 1$ (この比率は後で本に記述されている。(p57))

② 塔の高さ

大通りをへだてて、神殿から6m離れた向こう側に、少なくとも1.5mぐらいの塔が建っていた。(p22)

問 2) 小人が感じる塔の高さは、普通の人間にとってのどれくらいの高さの塔と同じだろうか？

答え) $1.5\text{m} \times 12 = 18\text{m}$

③ 畑の大きさ

まわりの土地は、ひとつづきの庭園のようだった。柵にかこまれた畑はどれもだいたい 12m^2 ほどの広さで、花壇によく似ていた。畑と畑の間には、 22m^2 ほどの広さの森がまざっており… (p 24)

問 3) 小人が感じる畑と森の広さは、普通の人間にとってのどれくらいの広さの畑と森と同じだろうか？

答え) 面積比なので、 $1 : 12^2 = 1 : 144$ になる。

畑 ; $12\text{m}^2 \times 144 = 1728\text{m}^2$ (約 41.6m 四方)

森 ; $22\text{m}^2 \times 144 = 3168\text{m}^2$ (約 56.3m 四方)

④ 食料

こんどは、何か飲み物がほしいという身振りをしてみせた。連中は、わたしの食べっぷりから察して、少しくらいではとてもたりないと見てとり、しかも、たいそう気のきく人たちだったので、いちばん大きな樽を、実に器用に吊るしあげてから、わたしの手もとまで転がしてきて、ふたをたたき割ってくれた。わたしは一気に飲みほしてしまったが、それもあたりまえのことだった。なにしろ、分量は、0.2 リットルそこそこだったし、味は薄味のブルゴーニュワインに似ていて… (p 13)

問 4) 小人にとってのワインの量は普通の人間にとってのどれくらいの量だろうか？

答え) 体積比なので、 $1 : 12^3 = 1 : 1728$ になる。

$0.2 \text{リットル} \times 1728 = 345.6 \text{リットル}$ (1.5 リットルのペットボトル 230 杯分)

⑤ ガリバーの布団

皇帝は、わたしのためにベッドをつくるようにと、命令を出された。この国では普通の大きさの布団が、600 枚も車で運んでこられ、家の中で、わたしに合うように仕立てられた。つまり、150 人分の布団を縫い合わせて 1 枚とし、同じ大きさのものを 4 枚重ねただけのことだったが… (p 31)

問 5) この布団の大きさと厚さは、ガリバーにとって十分なものだろうか？

考察) 布団の大きさは、面積なので 144 倍必要だから、150 人分あれば十分の大きさである。布団の厚さは、長さなので 12 倍必要だが、4 枚しか重ねていないので、普通の布団の 3 分の 1 の厚さと感じ、薄くて寝ごこちは悪いと考えられる。

⑥ 軍艦を引っ張る

海峡の中ほどまでできるだけ急いで歩いていき、そこから 30 ヤードほど泳いだら、また足が海底に届いた。艦隊のすぐそばまで近づくのに、半時間たらずしかかからなかった。

(中略)

また、鉤のついている綱の結び目を手ににぎって、軍艦の中でも最も大きいのを 50 隻ほど、らくらくと引っ張ってもどってきた。(p 75)

問 6) ガリバーは本当に軍艦を 50 隻も引っ張れたのだろうか？

考察) 当時の軍艦の例として、ベネチアのポラカ (1750 年) は 500 トンであった。

小人の世界の軍艦 1 隻の重さは、 $500 \div 1728 \approx 0.289 \text{トン} = 289\text{kg}$ より、

軍艦 50 隻の重さは、 $289 \times 50 = 14450\text{kg} = 14.45$ トン

現実の世界ではモーターボート 1 隻が約 300kg、遊漁船 1 隻 14 トンであるが、モーターボート 50 隻または遊漁船 1 隻を引っ張ることができるだろうか？

⑦ 体に登ってくる人

彼らは番兵が立っているのもおかまいなしに、何度もはしごを伝わってわたしの体の上に登ってきたが、その数は 1 度に 1 万をくださることはなかったと思う。(p 22)

問 7) ガリバーの体に 1 万人も乗ることができるのだろうか？

考察) 重さ…人 1 人の重さを 65kg とすると、

小人 1 人の重さは $65\text{kg} \div 1728 \div 0.038\text{kg} = 38\text{g}$ より、

小人 1 万人の重さは、 $0.038\text{kg} \times 10000 = 380\text{kg}$

これは、鍛えている人には耐えられる重さであると考えられる。

表面積…人 1 人の足の面積を 500cm^2 とすると、

小人 1 人の足の面積は、 $500\text{cm}^2 \div 144 \div 3.5\text{cm}^2$

小人 1 万人の足の $3.5\text{cm}^2 \times 10000 = 35000\text{cm}^2$

ガリバーの身長を 180cm 横幅 80cm としても表面積は 14400cm^2

多く見積もっても、とても乗ることはできないと考えられる。

2. 本時の学習活動

(1) ねらい

- ① ガリバー旅行記に書かれている数字に興味・関心をもち、文学と数学の関連性を感じ、主体的に課題に取り組むことができるようにする。(関心・意欲・態度)
- ② ガリバー旅行記に書かれている数字を、相似的な見方・考え方で捉えることができるようにする。(数学的な見方・考え方)
- ③ ガリバー旅行記に書かれている状況を、相似な平面図形の面積の比と相似な立体の表面積比と体積の比の関係を使って分析できるようにする。(表現・処理)
- ④ 相似な平面図形の面積の比と相似な立体の表面積比と体積の比の関係について理解することができるようにする。(知識・理解)

(2) 学習過程例

学習活動	指導上の留意点
1. 導入 ガリバー旅行記の一部を配布し、生徒に読ませ、数字部分に着目させて、状況をイメージさせる。	ガリバーと小人のサイズをイメージさせて、相似的な感覚をもたせる。
2. 課題① 原理の①～④の問題を示し、具体的な状況をイメージさせながら課題に取り組ませる。	時間を区切って、1問ずつ生徒に解答させ、その違いについて考えさせる。 相似な平面図形の面積の比と相似な立体の表面積比と体積の比の関係がイメージできるように解説をする。

<p>3. 課題②</p> <p>1) 原理の⑤～⑦の問題を示し、具体的な状況をイメージさせながら、課題に取り組みさせる。</p> <p>2) 生徒個人ごとまたはグループで考えさせて、発表させ、議論させる。</p>	<p>生徒の状況に応じて、個人で考えさせるか、グループで考えさせるかのどちらかにする。</p> <p>数値的な値は出すが、結果については議論させることに主眼をおき、結論を断定しない。</p>
<p>4. 考察</p> <p>表面積比が相似比の 2 乗、体積比が相似比の 3 乗になることから起こる現実事象の話をしてまとめる。</p>	<p>ガリバーの話には、巨人の国の話もあるが、「巨人は足の裏の面積が相似比の 2 乗であることに対し、体重は相似比の 3 乗になることから、足の裏にかかる圧力が大きすぎて立てないことが考えられる。」「建築物の縮小モデルは、圧力の関係で同じ素材で作っても物理的な相違点が生まれる。」など、物理的に興味をひく話をしてまとめる。</p>

3. 授業実践（平成 16 年度埼玉県立大宮武蔵野高等学校 1 学年）

(1) 生徒の感想

- ・計算してみると思っていたことと違ったからけっこう意外で楽しかった。
- ・すごくおもしろかった。考えれば考えるほどおもしろい！！調べた先生の気持ちがよくわかる。
- ・楽しかった。考える楽しさを与えてくれた。
- ・ガリバーは読んだことがあったけど、細かい大きさは気にしてなかったからびっくりした。巨人は物理的に無理と知ってショック。でも楽しかったです。
- ・今までは面積だけで考えていたことがわかった。これからは体積でも考える！
- ・物語をこういう風に見ていくのもおもしろかったです。
- ・物語の一部分に数学的な疑問を持つのがおもしろかった。
- ・童話に数学が適用できるなんてびっくりしました。
- ・数学ってけっこう色々使えるなと思った。楽しかった。
- ・ガリバー旅行記を読んできたくまりました。

(2) 考察

今回の実践から、生徒にガリバー旅行記という物語を通じて、十分に相似の世界をイメージさせることができたと感じた。また、物語の中の数字に着目し、疑問を持ったら数学を使って考察してみることにのおもしろさを感じさせることができたと感じた。さらに物語から飛び出し、巨大な世界やミクロの世界の面積と体積の関係などの話をする、物理や身近なものとの関連にも発展させることができ、とてもおもしろい授業が展開できた。生徒の反応や感想から、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めることができたと考えられる。

(引用文献：J. スウィフト著、坂井晴彦訳(1988), 『ガリヴァー旅行記』, 福音館書店.)

(2) 予測のモデル作成をねらいとした教材例「CDの売り上げ分析」(数学I 2次関数)

1. 原理

過去のCDの売り上げデータから、傾向を分析し、今後の売り上げを予測する数学的モデルを作る活動から、生徒が数学と日常生活との関連性と数学の有用性を感じることをねらいとして行う。図1は、2003年4月以降の森山直太朗の「さくら(独唱)」という曲のCDの売り上げ枚数の推移を表したものである。

図1

週数	1	2	3	4	5	6	7
売上(万枚)	2.4	5.1	7.5	9.4	10.8	9.9	7.8

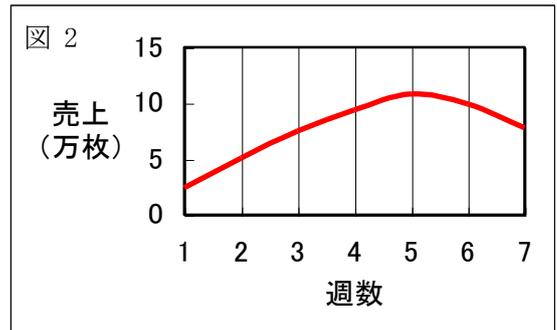
これをグラフに描くと図2のようになる。このグラフはどんな関数に近似するかを求めてみる。売り上げ枚数の差を計算してみると、

$$5.1 - 2.4 = 2.7$$

$$7.5 - 5.1 = 2.4$$

$$9.4 - 7.5 = 1.9$$

$$10.8 - 9.4 = 1.4$$



となり、傾きがだんだん緩やかになっていて、頂点があることから、2次関数に近似できることが予測される。そこで図2のグラフを、2次関数に近似して、最小2乗法で

回帰曲線を求めてみると、 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{5}{2}$ のグラフに近似する。これを平方完成すると、

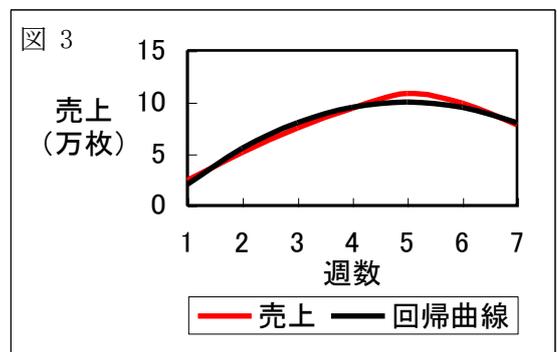
$$y = -\frac{1}{2}(x-5)^2 + 10 \text{ となり、図3のようになる。}$$

この式を利用して、この曲の8週目の売り上げを予測してみる。計算によると、

$$y = -\frac{1}{2}(8-5)^2 + 10 = 5.5 \text{ となり、実際の売り上げ}$$

は、5.4万枚だったため、かなり近い予測ができたといえる。

ただし、この2次関数は、 $x=10$ のときに y の値が負になるため、局所的な近似になる。CDの売り上げが分析できると、次に同じような曲を出すときに、売り上げの推移を予測することができ、CDを何枚作って何枚流通させればよいかなどの目安になると考えられる。



2. 本時の学習活動

(1) ねらい

- ① CDの売り上げのデータに興味・関心をもち、経済や流通における関数の有用性を感じることで、主体的に授業に取り組むことができるようにする。(関心・意欲・態度)
- ② データを関数の式で近似して傾向を分析したり、動向を予測したりすることができるという見方・考え方ができるようにする。(数学的な見方・考え方)
- ③ データからグラフを書くことができるようにする。2次関数を平方完成したり、グラフを書いたり、値を求めたりすることができるようにする。(表現・処理)

④ 2次関数の性質が理解できるようにする。(知識・理解)

(2) 学習過程例

学習活動	指導上の留意点
<p>1. 展開①</p> <p>① 図1は、2003年4月以降の森山直太朗の「さくら(独唱)」という曲のCDの売り上げの推移を表したものです。これをグラフに書いてみましょう。</p> <p>② 書いたグラフは、どんな曲線に見えるだろうか (予想される生徒の反応) 山型、1次関数が2つ、2次関数。など</p>	<p>点を折れ線で結ぶように指導する。</p> <p>隣り合う数字の差が少しずつ小さくなっていることに着目させ、2次関数の特徴と関連づけるとともに、数列の階差的な考えの素地となる考え方を育てる。</p>
<p>2. 展開②</p> <p>1) 図2のグラフが $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{5}{2}$ のグラフに近似することを話す。</p> <p>① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{5}{2}$ を平方完成して、図2のグラフの上に書きこんで、近似するかを確かめよう。</p> <p>② $y = -\frac{1}{2}(x-5)^2 + 10$ を利用して、この曲の8週目の売り上げを予測してみよう。</p> <p>2) 近似や予測について考察する。</p>	<p>回帰曲線や最小2乗法については扱わない。</p> <p>局所的にしか近似しないことを説明する。</p>

3. 授業実践(平成16年度埼玉県立大宮武蔵野高等学校1学年)

(1) 生徒の感想

- ・CDの売り上げが2次関数のグラフを使って表すことができるなんておもしろかった。
- ・グラフでCDの売り上げが予測できるなんてすごいと思った。
- ・音楽に興味があったので、計算などで売り上げが予測できるのはすごいと思った。
- ・売り上げを予測することで出荷量を調節することができ、損失を最小限にできるという話はためになりました。

(2) 考察

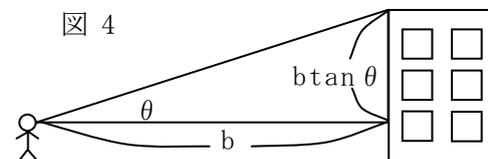
今回の実践から、生徒は2次関数などの関数がデータ分析に使うことができることよさを感じることができ、データをグラフに表して分析するおもしろさや、データから未来予測できるおもしろさや便利さを感じることもできた。また、数学と経済や流通との関連性も感じることもできた。さらに身近なCDの売り上げという題材を取り上げたことで、生徒が興味をもち学習意欲を高めることができた。

(3) 実験を取り入れた教材例「校舎の高さを測る」(数学I 三角比)

(埼玉県立川口工業高等学校定時制、浦和西高等学校、大宮武蔵野高等学校で実践)

b (m)離れた地点から校舎を見上げる角度 θ を測り、 $b \times \tan \theta$ (m)で高さを求める実験を行う。校舎の他の測定物を生徒に自由に選択させてみたり、距離10mに固定しているいろいろな測定物を早く自由に測れるように10mを何歩で歩けるかをあらかじめ測った「歩測」で測定させたり、距離を固定せずにメジャーで測定させたりと、生徒の状況に応じて実験方法を変えた。

3つの学校で実践したが、どの生徒も、外で実験をするという新鮮さと、簡単な道具だけで校舎の高さが測れるという驚きから、生徒は数学の有用性を感じることができ、数学を身近に感じる事ができたと考える。

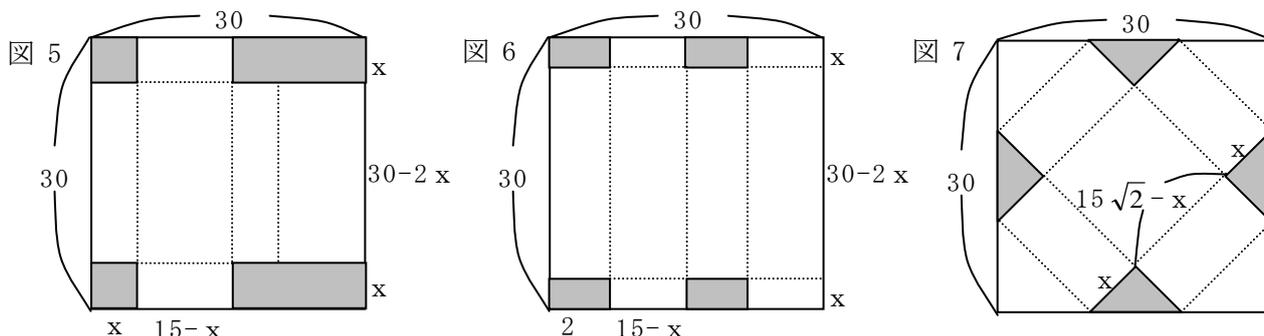


(参考文献：何森仁，小沢健一，近藤年示，時永晃 共著(1987)，「角度測定器」，『生き生き数学』，三省堂.)

(4) コラボレーションを取り入れた教材例「最大容積の箱を作ろう」(数学Ⅱ微分法)
(埼玉県立浦和西高等学校で実践)

生徒を6~7人の6つの班に分け、30cm×30cmの厚紙を配り、生徒はこれを使って容積が最大になるような直方体を話し合いながら作る。図5の一般的な展開図から作る箱の容積の最大値を求めるのに微分法を使うことが目的となるが、厚紙の使い方によっては一般的な展開図よりもさらに大きな容積の箱を作ることができる。例えば図6の展開図は段ボールの展開図であるが、図5の展開図の最大容積が 1000 cm^2 なのに対し、図6の展開図での最大容積は $750\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 1299 \text{ cm}^2$ となり、より大きい容積を作ることができる。さらに図7の展開図はお菓子の箱によく見られる展開図であるが、このように厚紙を斜めに使うことによって図7の展開図での最大容積は $1000\sqrt{2} \text{ cm}^2 \approx 1414 \text{ cm}^2$ となり、容積が最大となる直方体を作ることができる。このような展開図を発想する生徒、微分法を使って計算する生徒、実際に厚紙で直方体を作って確かめる生徒と、分担し議論・協力しながらひとつの課題を解決する「コラボレーション」をすることにより、生徒が主体的に取り組み、興味をもち学習意欲を高めることができたと考える。

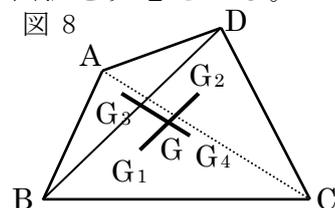
(参考文献：黒田俊郎(1977)，『微分のひみつ』，三省堂.)



(5) 発展を取り入れた教材例「埼玉県の重心」(数学A三角形の重心)

「埼玉県の重心はどこだろう」という発問から、生徒から埼玉県を四角形(台形)に近似する発想を引き出し、三角形の重心の作図から四角形の重心の作図法を発想させる。四角形の重心は図8のように作図できる。実際に埼玉県を四角形に近似して重心を作図してみると、重心は鳩山町になる。

なお、国土地理院で計算して発表している埼玉県の重心は、北緯 $35^\circ 59' 59''$ ，東経 $139^\circ 20' 40''$ 、鳩山町奥田(鳩山

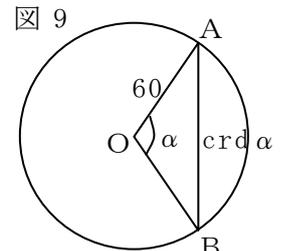


カントリークラブの北側の山中)で、簡単な作図で近い地点を求めることができる。

(6) 数学史を取り入れた教材例「円の弦と三角比の歴史」(数学 I 三角比)

(埼玉県立大宮武蔵野高等学校で実践)

ギリシャのトレミー(プトレマイオス)は紀元後 150 年に著書「アルmageスト」で、弦の計算の仕方と、 0.5° おきのくわしい弦の表を掲げている。これによるとトレミーは、図 9 のように半径 60 の円の中心角 α の弦を $\text{crd } \alpha$ とし、その値を測って表にまとめている。



$\text{crd } \alpha$ は半径 60 で角度 $\frac{\alpha}{2}$ の正弦の 2 倍になるので、 $\frac{1}{2} \text{crd } \alpha = 60 \sin \frac{\alpha}{2}$

となり、これが正弦のおこりだといわれている。導入場面でこの話をするこゝで三角比への興味が広がると考える。

(参考文献: 大矢真一, 片野善一郎(1978), 『数学と数学記号の歴史』, 裳華房.)

(7) 数学史を取り入れた実践例「数学史を継続的に紹介する授業」

(埼玉県立浦和西高等学校 1 学年で実践)

授業の最初の 5 分を利用して、数学史を授業の単元とは関係なく年代に沿って 1 年間継続的に紹介した。毎日連載といった形で年代順に継続的に話をし、その中であるときは発見物語や数学者の逸話、あるときは日常生活とのつながり、またあるときは昔の数学的な考え方や発想、未学習である新しい分野の考え方にふれるなど、様々な角度から話をした。様々な興味を持った生徒が、全体を通して何か得られるものがあり、数学に目を向けてくれればよいと考え、実践した。生徒は数学史を紹介する授業を通じて、数学の違う一面を知ることができ、身のまわりや他教科などとのつながりを知ること、数学に対する興味を広げることができたと考えた。

(参考文献: 塚原久美子(2002), 『数学史をどう教えるか』, 東洋書店.)

4. 研究のまとめ

以上のような数学的モデリングを取り入れた授業を、単元に合わせて継続的に行うことによって、生徒の反応や感想から、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めることができたと考えられる。

なお、数学的モデリングを取り入れた教材を開発し、授業実践するにあたっては、以下の点に留意する必要があると考える。

- ① 現実事象を理想化して現実モデルを作るときに、数学的解決を図るために理想化しすぎてしまうと、生徒にとっては現実離れをしてしまい、興味をもちにくくなる。
- ② 逆に、現実事象の理想化を少なくすると、条件等が煩雑で数学的解決が難しくなり、また数学の単元内容から離れてしまう。

よって、題材となる現実事象をどの段階まで理想化すればよいかを、生徒の状況もふまえながら十分検討してから授業実践をしていく必要があると考える。

今後の課題は、授業者が興味をもつような現実事象であっても、生徒にとっては非現実的な内容であることも考えられることから、生徒がどのような現実事象に興味をもっているかを調査し、より効果的な新たな教材を開発することである。そして、今後も限られた授業時間の中で効果的に数学的モデリングを取り入れた授業を実践し、生徒が数学により興味をもち学習意欲を高めることができるように努めていきたいと考える。