４－②（第四部会）

教科書の例題を使って生徒が主体的に活動できるような指導法の研究
～ペア・アクティブラーニングを活用して～

さいたま市立浦和南高等学校　太田　敏之

＜要旨＞

２人組で机をくっつけて相談したり説明したり教えあったりするペア・アクティブラーニングの方法をもとに,教科書の例題の内容やねらいなどから授業方法を分類し,教科書の例題を使い,生徒が主体的に活動できるような指導法について研究する.

１．研究の動機

大学新入試や新学習指導要領実施に向けて,生徒が主体的に学び理解を深めることの重要性が大きくなっている．生徒が主体的に学び理解を深めるためには，生徒がわかったことを説明しあったり教えあったりする活動や,相談して問題を解決していく活動が必要であると考える.このような活動を取り入れたアクティブラーニングについては近年様々な研究や実践が行われ,多くの成果をあげている.しかし,実践が多いジグソー法やグループワークなどの授業形態は，授業に時間がかかり，準備も大変で,継続的に授業を行うことが大変なのが現状である．そこで，筆者はより容易で短時間に行えるアクティブラーニングの方法として，ペア・アクティブラーニングという手法を研究し提案してきた.

本研究は,単発的な授業ではなく,より継続的にアクティブラーニングを取り入れた授業が行えるように,教科書の例題を使い,ペア・アクティブラーニングの方法をもとに,生徒が主体的に活動できるような指導法について研究する。また,より効果的に授業が行えるように,授業で扱う教科書の例題の内容やねらいなどから授業方法を分類する。

２．ペア・アクティブラーニング

ペア・アクティブラーニングとは,生徒２人組で机をくっつけ,主に以下の３つのような活動を行う授業形態のことである.

①解法や概念の相談活動

発想が難しい解法や難しい概念について相談させる活動.「隣と相談してみよう」「ペアでわからなかったら他のペアと相談してみよう」といった指示で相談させ,協力して考えさせる.演習問題を相談して解かせる場合と,内容の説明や例題の解説の中で重要な概念の部分を相談させる場合がある.

②解法や概念の説明活動

問題の解法や考え方を説明させたり,重要な考え方や用語を説明させたりする活動.ペアそれぞれが理解しているかを確認し合い,理解している生徒がしていない生徒に説明する場合もあれば,説明の方向を一方通行に指定し,「ペアの窓側の人が廊下側の人に説明してごらん」といった具体的な指示を出して説明させることもある.

③演習の解答での説明活動

演習問題において,まず生徒がひとりで問題を解いた後，解答を教師が全体で説明したり，生徒に発表させたりする前に,ペアで解答が同じかどうかを確認させる活動．状況に応じて，問題を解けた生徒が解けなかった生徒に教える活動となる.

３．授業方法の分類

授業で扱う教科書の例題の内容やねらいなどから授業方法を以下の４つに分類する.

①例題読取型
②例題思考型
③例題解決型
④例題解説型

以下に，それぞれの方法と実践例について紹介する.

①例題読取型

自分で教科書を読み取って問を解き進めていく方法

＜内容＞

単元の最初の部分など,比較的簡単で,教科書を自分で読み取れる内容で行う.

＜利点＞

読み取る力がつき,授業を聞くより自分で読み取る方が集中して行うことができる.

＜流れ＞

(1)「教科書の説明」,「例・例題」を読ませる.
(2) 教科書の内容を自分でノートにまとめさせる.
(3)「問」を解かせる.
(4) ペアで答え合わせ,教え合いを行う.
(5) ポイントを提示して話し合いをさせる.

(6) 「問」の答えを指導者が黒板にかき，要点と注意点の解説をする．

＜実践例１＞

数学Ⅲ定積分（１時間目）教科書 p193-195

(例1) $\displaystyle\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$

(例2)(1) $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x+3}{x^2}\,dx$ (2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx$

(例題1) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\pi} |\cos x|\,dx$ を求めよ.

※数学Ⅲの不定積分と数学Ⅱの定積分の既習概念から理解でき，数学Ⅱの定積分の拡張で理解しやすいため．

※ポイントの提示・・(例題１）の絶対値のはずし方

＜実践例２＞

数学Ⅲ複素数平面（１時間目）教科書 p38-41

(例１) 右の図で，点 $A(3,\ 2)$, $B(0,\ -4)$, $C(-2,\ -1)$ はそれぞれ $3+2i$, $-4i$, $-2-i$ を表す．(図は略)

(問２) ４点 $-1+i$, $2-3i$, $2i$, -1 をそれぞれ複素数平面上に示せ，

(問３) 複素数 $2-3i$ を表す点と実軸，原点，虚軸に関して対称な点が表す複素数をそれぞれ求めよ．

(例２) $z=-3+2i$ であるとき

$$|z|=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$$

(例３) 点 $z=4-i$ を $w=-1+2i$ だけ平行移動した点は $z+w=(4-i)+(-1+2i)=3+i$

(例４) $z=4+i$, $w=-1-2i$ のとき $z+w=3-i$ であり，4点 O, z, $z+w$, w は右の図のような平行四辺形をつくる．(図は略)

(例５) $z=-1+i$, $w=2+3i$ のとき $z-w=-3-2i$ であり，4点 O, $z-w$, z, w は右の図のような平行四辺形をつくる．(図は略)

(問７) 次の2点 z, w の距離を求めよ．

(1) $z=5+2i$, $w=1-i$

(2) $z=2-5i$, $w=7+7i$

※概念が数学Ｂのベクトルと類似し，内容も比較的簡単で，生徒が教科書を読み進めることができるため．

②例題思考型

$\boxed{\text{例や例題の解法の一部分を考えさせて説明する方法}}$

＜内容＞

例や例題の解法の重要部分を考えさせたい内容で行う．

＜利点＞

教科書の例や例題の解答の重要部分をじっくり考えさせ，定着させることができる．

＜流れ＞

(1)「例・例題」を黒板にかく．

(2)「例・例題」の重要部分を説明し，考えさせたりお互いに説明させたりする．

(3)「問」を解かせる．

(4) ペアで答え合わせ，教え合いを行う．

(5) 「問」の答えを指導者が黒板にかくなどして，答え合わせを行う．

＜実践例１＞

数学Ⅲいろいろな関数の不定積分（２時間目）

教科書 p190

(例題5) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{x^2+3}{x+1}\,dx$ を求めよ.

$$\int \frac{x^2+3}{x+1}\,dx=\int\left(x-1+\frac{4}{x+1}\right)dx$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{2}x^2-x+4\log|x+1|+C}$$

$$\boxed{\begin{array}{r} x-1 \\ x+1\,\big)\overline{x^2 \qquad +3} \\ \underline{x^2+x} \\ -x+3 \\ \underline{-x-1} \\ 4 \end{array}}$$

※考えさせたい部分

★どうすれば解けるか？

→既習した解ける分数関数パターンではないので，解ける分数関数パターンに変形すればよい．どういう変形をすればよいか考えさせる．

★なぜ $(x^2+3)\div(x+1)$ の計算を行うのか？

→ $\dfrac{(\text{定数})}{(1\text{次式})}$ の形にすると簡単に積分できるから.

★他に方法はないか？

→ $x+1=t$ とおいて、$\dfrac{(\text{多項式})}{(\text{単項式})}$ の形にしても積分できる．ただし，計算は大変．

＜実践例２＞

数学Ⅲいろいろな関数の不定積分（２時間目）

教科書 p191

(例題7) (1) 不定積分 $\displaystyle\int \sin^2 x\,dx$ を求めよ.

$$\int \sin^2 x\,dx=\int\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx=\frac{1}{2}\int(1-\cos 2x)\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C=\boldsymbol{\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+C}$$

※考えさせたい部分

★問題が，$\displaystyle\int \sin^2 x\cos x\,dx$ だとどうなるか？

→ $\sin x=t$ とおくと、$\cos x\,dx=dt$ より，

$$\int \sin^2 x\cos x\,dx=\int t^2\,dt$$

$$=\frac{1}{3}t^3+C=\boldsymbol{\frac{1}{3}\sin^3 x+C}$$ となる。

★問題が,(A)$\int \sin^3 x dx$ (B)$\int \sin^4 x dx$ になると

それぞれどうなるか？

→(A)は$\int \sin^3 x dx = \int \sin x(1-\cos^2 x)dx$

と変形し, $\cos x = t$ と置く

→(B)は$\int \sin^4 x dx = \int (\sin^2 x)^2 dx$ と考え,

$\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$と変形して計算する.

③例題解決型

$\boxed{\text{例・例題の解法を最初に考えさせる方法}}$

＜内容＞

例・例題が, 既習事項を使って生徒自らの発想で解かせたい内容や,既習事項でも解けるが新しく学習する内容を使うと求めやすくなるような内容で行う.

＜利点＞

教科書の例・例題の解答を見れば解法はわかるが, なぜその解法を用いるかが大切な問題の場合は, それを意識させることができる. また, 既習事項でも解けるが新しく学習する内容を使うと求めやすくなるような問題の場合は, 新しく学習する内容を習得する意義を感じさせることができる.

＜流れ＞

(1) 教科書を閉じさせて「例・例題」を黒板にかく.

(2) ヒントを与えながら生徒自ら解法を発想させて「例・例題」を解かせる. また, 解法をお互いに説明させる.

(3) 教科書の「例・例題」の解説を確認させる.

(4)「問」を解かせる.

(5) ペアで答え合わせ, 教え合いを行う.

(6)「問」の答えを指導者が黒板にかくなどして, 答え合わせを行う.

＜実践例１＞

数学Ⅲ最大・最小（１時間目）教科書 p162

（例題１）次の関数の最大値と最小値を求めよ.

$y=\sin x(1-\cos x)$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$

$y' = \cos x(1-\cos x)+\sin x \cdot \sin x$

$= -2\cos^2 x + \cos x + 1$

$= -(2\cos x + 1)(\cos x - 1)$

$0 \leqq x \leqq \pi$において、$y'=0$となるxの値を求めると

$\cos x = -\dfrac{1}{2}$のとき、$x=\dfrac{2}{3}\pi$

$\cos x = 1$のとき、$x=0$

したがって, 増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}\pi$	$\cdots$	π
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	極大 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$	↘	0

ゆえに **$x=\dfrac{2}{3}\pi$** のとき、最大値 **$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$**

$x=0, \pi$ のとき、最小値 **0**

※この問題は, 既習事項を組み合わせれば解くことができる. この例題の前まではグラフの凹凸まで調べてグラフをかく問題を解いていたが, この問題は最大値・最小値を求める問題なので, グラフをかかなくても増減表が書ければよいことと, 曲線の凹凸は考える必要がないので２次導関数を求める必要がないことなどを考察することができる.

＜実践例２＞

数学Ⅲ定積分の応用（２時間目）教科書 p206

(例題2) 放物線 $y^2=x$ と直線 $y=x$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

放物線と直線の交点は,

$y^2=y+2$の解であるから, $y=-1, 2$

区間$-1 \leqq y \leqq 2$において, $y^2 \leqq y+2$より,

$$\int_{-1}^{2}\{(y+2)-y^2\}dy = \left[-\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{2}y^2+2y\right]_{-1}^{2} = \frac{9}{2}$$

※この授業の前まではx 方向に積分する問題しか学習していないので, 最初に例題を提示すると,

$$\int_0^1\{\sqrt{x}-(-\sqrt{x})\}dx + \int_1^4\{\sqrt{x}-(x-2)\}dx$$

という式をたててしまう可能性があり, 計算が大変である. この計算が大変そうなことを感じさせた後に y 方向に積分する方法を教え, 最後は無理関数や対数関数で囲まれる面積を求める場合はy 方向に積分する方が, 計算が楽になる可能性が高いことまで考察できるとよい.

④例題解説型

$\boxed{\text{例・例題を授業者の勧める解法で解説していく方法}}$

＜内容＞

内容の性質上, 教科書の「例・例題」の解法の記述がわかりづらいか, 教科書通りに解くより速いかわかりやすい方法がある内容で行う.

＜利点＞

最初に教科書通りの解法でやってしまうと, 後でそれ以外の簡単な解法があってもそれを受け入れず教科書のやり方に固執して解いてしまう生徒も多いため, 最初に授業者の勧める解法で指導することで定着させることができる.

＜流れ＞

(1) 教科書を閉じさせて「例・例題」を黒板にかく.

(2) 生徒に考えさせながら「例・例題」を授業者の勧める解法で解説する。また、要点や注意点を議論させたり、お互いに説明させたりする.

(3)「問」を解かせる.

(4) ペアで答え合わせ,教え合いを行う.

(5)「問」の答えを指導者が黒板にかくなどして、答え合わせを行う.

＜実践例１＞

数学Ⅲ置換積分法（１時間目後半）教科書 p186

(例題2)(1)不定積分$\int 2x(x^2+1)^3\,dx$を求めよ.

【教科書解法の記述】

$2x=(x^2+1)'$ であるから, $x^2+1=u$ とおくと,

$$\int 2x(x^2+1)^3\,dx=\int (x^2+1)^3\cdot 2x\,dx$$

$$=\int (x^2+1)^3(x^2+1)'\,dx=\int u^3\,du$$

$$=\frac{1}{4}u^4+C=\boldsymbol{\frac{1}{4}(x^2+1)^4+C}$$

【授業での記述】

$x^2+1=t$ とおくと, $2xdx=dt$ より,

$$\int 2x(x^2+1)^3\,dx=\int (x^2+1)^3\cdot 2x\,dx$$

$$=\int t^3\,dt=\frac{1}{4}t^4+C$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{4}(x^2+1)^4+C}$$

※$x^2+1=t$ とおくと,

両辺をxで微分して,$2x=\dfrac{dt}{dx}$ より,

$2xdx=dt$ となることを説明したうえで,

$x^2+1=t$ の左辺をxで微分してdxをつけ,

右辺をtで微分してdtをつけて,$2xdx=dt$ を作るようにする.

＜実践例２＞

数学Ⅲ部分積分法（１時間目）教科書 p189

(例題3) 不定積分$\int x\cos 2x dx$ を求めよ.

【教科書解法の記述】

$$\int x\cos 2x\,dx=\int x\cdot\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)'\,dx$$

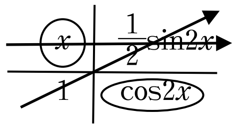
$$=x\cdot\frac{1}{2}\sin 2x-\int (x)'\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}x\sin 2x-\int 1\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)+C$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C}$$

【授業での記述】



$$\int x\cos 2x\,dx=\frac{1}{2}x\sin 2x-\int 1\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)+C$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C}$$

※公式に当てはめるのではなく,たすきがけの図のような，工夫した図を利用して計算する方法を紹介する.

４．まとめと今後の課題

本論では,準備や教材選びが大変で授業時間もかかるために継続的に行うことが大変なアクティブラーニングではなく，教科書の例題・例を利用してより手軽に継続的に行えるペア・アクティブラーニングについて述べた．そして，教科書の例題の内容やねらいなどから分類した４つの授業方法を提案し,数学Ⅲの教科書の内容をもとに実践し,実践例を紹介した.しかし,数学Ⅲの内容は難しく,さらにまだ実践期間も短いため,わかりやすい実践例も少なくて,成果もまだ検証することができていない.よって,今後はペア・アクティブラーニングの方法をもとにして,数学ⅠＡや数学ⅡＢの教科書の内容を本論で述べた分類をもとに授業実践を行い,適した実践例を紹介できるようにするとともに,アンケートを実施して分析したり，考査等から理解度をはかったりして,効果を検証していきたい.

＜引用文献＞

［1］教科書,「新編数学Ⅲ」,東京書籍.

［2］太田敏之，「生徒が能動的に活動できるような授業構成」,『高数学県数学教育研究会誌』，埼玉県高等学校数学教育研究会, 2019 年，pp. 159−162