Ｈ８・11・19
平成８年度第６回高数研一般研究部会

# こんな確率がわかったらおもしろい

川口工業高校定時制　太田　敏之

## １．　はじめに

確率は身近に存在しているようであるが、生徒にとってはやはり「確率を勉強して何の役に立つの？」という疑問が大きいようである。実際、教科書にのっているさいころやトランプの確率は、わかった所で何の役に立つのかをあまり実感できないので、この疑問への解答に困る所である。そこで、生徒に確率を学ぶ意義を感じさせるために、「この確率がわかったら便利だ」という具体例を研究し、授業に生かしていこうと思い、この研究をはじめた。

## ２．　目的

生徒にとって、こんな確率がわかれば便利だ、またはおもしろいという事例を研究し、授業に生かすことによって、生徒に確率を勉強させる意義を感じさせる。

## ３．　事例

### （１）ナンバーズの買い方

最近普通の宝くじよりも手軽に買える、ナンバーズという宝くじが流行っている。これは、４ケタ（３ケタ版もある）の好きな数字を書いて投票し、当たったら配当総額を当たったひと全員で割ったものが当選金になるというしくみのくじである。買い方には大きくわけて、数字の順番も当てなくてはならないストレートと、４つの数字の組合せだけを当てるボックスとがある。

さて当選番号は４つとも違う数字の番号になることもあれば、同じ数が２つある４ケタの番号だったり、場合によっては４つ全部同じ数字の番号だってありうるのである。ストレートで買う分にはその番号をぴたり当てるわけだから問題ないが、ボックスで買うとなると書く番号の種類によって何か違ってきそうである。

①ある日の配当金額

| | |
|---|---|
| A)○月×日 | |
| 当選番号 | ３１７６ |
| ストレート | 720,000円 |
| ボックス | 30,000円 |
| B)○月△日 | |
| 当選番号 | ２４５２ |
| ストレート | 720,000円 |
| ボックス | 60,000円 |

左表は、ある日の当選番号と配当金額である。ストレートの金額は偶然にも同じ（当たった人数によって変動するのだが）であるが、ボックスの金額はB)の方が高い。どうしてだろうか？

ナンバーズ

②当たる確率

(ストレートで当たる確率)

４ケタの数は００００～９９９９まで１００００通りあるから、当たる確率は $\dfrac{1}{10000}$ である。

(ボックスで当たる確率)

ボックスの当たる確率は、実は４ケタの数の種類で違ってくるのである。その種類は以下の５つが考えられる。

a)４つの数字とも違う数（例１２３４）
　１２３４で買うと、１２３４，１２４３・・・４３２１と
４！＝４×３×２×１＝２４通りのどれがきても当たり！
よって当たる確率は、$\frac{24}{10000}$
b)４つの数字のうち２つ数字が同じ（例１２３３）
　１２３３で買うと、１２３３，１３２３，１３３２・・・３３２１とあり、
${}_4C_1 \times {}_3C_1 = 4 \times 3 = 12$通りのどれがきても当たり！
（４つのケタからまず１の数字がくる位置を選び、次に残りの３つの位置から
　２の数字がくる位置を選ぶという考え方。
$\frac{4!}{1!1!2}$＝１２という同じ物を含む順列の公式を使ってもよい。）
よって当たる確率は、$\frac{12}{10000}$
c)４つのうち２つ数字が同じで、もう２つの数字も同じ（例１１２２）
　１１２２で買うと、１１２２，１２１２，１２２１・・・２２１１とあり、
${}_4C_2 = \frac{{}_4P_2}{2!} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$　通りのどれがきても当たり！
（４つのケタから１の数字がくる２ヵ所を選ぶという考え方。$\frac{4!}{2!2!}$＝６でもよい。）
よって当たる確率は、$\frac{6}{10000}$
d)４つのうち３つの数字が同じ（例１２２２）
　１２２２で買うと、１２２２，２１２２，２２１２，２２２１とあり、
${}_4C_1$＝４通り。よって当たる確率は、$\frac{4}{10000}$
e)４つとも数字が同じ（例１１１１）
　１１１１で買うと、ボックスでも１通り。
よって当たる確率は、$\frac{1}{10000}$

③ナンバーズのボックスの買い方
a)の数を、ストレートで買うと当たる確率が$\frac{1}{10000}$だったのが、ボックスで買うと、$\frac{24}{10000}$
となり、確率は２４倍になるが、配当は表の(A)のように、$\frac{1}{24}$になる。
それに対して、ｂ）の数なら、$\frac{1}{10000} \to \frac{12}{10000}$と１２倍にしかならないが、配当は、$\frac{1}{12}$ですむ。
　このように考えていくと、同じボックスで買うにしても、当たる確率は低くても高い配当を狙いたければ、b)～e)の番号、つまり同じ数字を含めて買えばよく、逆に配当は低くても、当たる確率をあげたければ、a)の番号、つまり同じ数字を含めずに買えばよいことになる。

④各数字の全体的な出方
授業ではここまで触れられかったが、前述のa)～e)の数字の出方も考えてみるとおもしろい。
a)４つとも違う数（例１２３４）の出方
　４つとも違う数の組合せは全部で、
${}_{10}C_4 = \frac{{}_{10}P_4}{4!} = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}$＝２１０通りある。
よって４つとも違う数は全部で、２１０×２４＝５０４０通りあり、
４つとも違う数字が当選番号になる確率は、$\frac{5040}{10000} \fallingdotseq \frac{1}{2}$

b)４つのうち２つの数字が同じ（例１２３３）の出方

２種類の数字が１つずつと、１種類の数字が２つある組合せは全部で、

${}_{10}C_3 \times 3 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} \times 3 = 120 \times 3 = 360$通りある。

よって４つのうち２つ数字が同じ数は全部で、３６０×１２＝４３２０通りあり、

それが当選番号になる確率は、$\frac{4320}{10000}$

c)４つのうち、２つ数字同じで、もう２つの数字も同じ（例１１２２）

２種類の数字が２つある組合せは全部で、${}_{10}C_2 = \frac{10\times9}{2\times1} = 45$通りある。　よって、

そのような数は全部で、４５×６＝２７０通りあり、それが当選番号になる確率は、$\frac{270}{10000}$

d)４つのうち３つ数字が同じ（例１２２２）

１種類の数字が３つと１つある組合せは全部で、${}_{10}C_2 \times 2 = 45 \times 2 = 90$通りある。よって、

そのような数は全部で、９０×４＝３６０通りあり、それが当選番号になる確率は、$\frac{360}{10000}$

e)４つとも数字が同じ（例１１１１）

４つ同じ数字が０～９の１０通りあるので、それが当選番号になる確率は、$\frac{10}{10000}$

a)の番号、つまり同じ数字を含まない番号が当選番号になる確率が約半分なので、b)～e)の番号、つまり同じ数字を含む番号が当選番号になる確率が残り半分である。しかしなんとなく一般には、同じ数字を含まない番号を買いたがる傾向があるように思われる。でも実際は確率が半々ということから、a)のパターンのボックスを買うか、それとも b)～e)のパターンのボックスを買うかの選択、つまり同じ数字を含めるか含めないかの選択を考えるようにすると、さらにおもしろいと思う。また毎回、同じ数字があるか、ないかで注目してみるのもおもしろいはではないかと思う。

（考察）

この授業を実際にやってみて、ナンバーズを知っている生徒は興味深く聞いていてよかったように思われる。ただし、知らない生徒はボックスの意味がわかるのに時間がかかっていたので、もう少し丁寧にルールを教える必要があったのかなと思った。最初に３ケタのナンバーズゲームをしてから授業に入るのもおもしろいかもしれないと思った。とりあえず、普通の授業より生徒は興味を持ったように聞いていたので、よかったのではないかと思った。

## (2)　ＥＳＰカードを使った授業

独立な反復試行の単元で、単純にさいころではなく、何か目新しい物をということで、超能力の透視実験に使われるＥＳＰカードを使うことにした。

○、＋、∭　、□、☆の５種類のマークが書かれた５枚１組のＥＳＰカードがあり、その中から１枚のカードを抜き出し、それが５つのマークのどれかを当てる実験を行なう。授業では、まず数名の生徒に対し当てさせる実験を行なった。１０回当てさせる時間はなかったのだが、あるクラスでは、５人に当てさせて１人だけ１枚目を当てるとか、ある生徒がはずれてもやっきになってやりたいといってきて、５回目にやっとあたるなど、偶然当たる確率１／５を実感させるところもあったりして、導入としてのこの実験は、生徒の興味をひいて効果があったように思う。時間があれば、１０回実験を行なって、あとで結果と比較するのもおもしろいだろう。本当に超能力の素質を持っている生徒がいたらびっくりですが・・。

（問）「あなたは超能力者か？」

①１０回連続当てたら、超能力者として認めてよいか？

１０回連続当たる確率

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10}=\frac{1}{9765625}$$

これはすごく小さい確率だ。超能力の素質を認めてよいかも・・。

②１０回中９回当てたらどうだろうか？

１０回中９回当てる確率

$${}_{10}C_{1}\left(\frac{1}{5}\right)^{9}\left(\frac{4}{5}\right)^{1}=10\times\frac{4}{5^9\times5}=\frac{8}{5^9}=\frac{8}{1953125}$$

これも超能力の素質を認めていいと思う？

③１０回中８回ならどうだろう？

１０回中８回当てる確率

$${}_{10}C_{2}\left(\frac{1}{5}\right)^{8}\left(\frac{4}{5}\right)^{2}=45\times\frac{4^2}{5^8\times5^2}=\frac{144}{5^9}=\frac{144}{1953125}$$

これでは偶然もありえて、超能力とはいえない！？

授業ではこの後、演習をやって終わりにしたが、実験を行なった場合には、次のような数値をあたえて、自分の結果がどこに位置するかを見させるとおもしろいだろう。

以下１０回中、７回～０回当たる確率。

７回）$\frac{1536}{5^9}$≒０．０８％　　６回）$\frac{10752}{5^9}$≒０．６％

５回）$\frac{258048}{5^{10}}$≒２．６％　　４回）$\frac{172032}{5^9}$≒８．８％

３回）$\frac{393216}{5^9}$≒２０．１％　　２回）$\frac{589824}{5^9}$≒３０．２％

当たる確率が$\frac{1}{5}$なので、１０回中２回当たる確率が一番多いのはうなずける。

（考察）

独立な反復試行を、もうこの時点では何度も扱われていてあきられているだろうさいころを使わずに、別の教材を使うことは、生徒にとって真新しく、興味をひくものとなった。また、相手のカードを当てるというゲーム的要素が、生徒の授業への関心をひいたように思われ、うまくいったと思う。また、今回は本格的に実験を行なわなかったが、二人ペアになって、１０回中何回当たるかの実験を行い、理論値と比べることも、今まで単純作業的だった確率の実験を一味変えるものとなり、いいのではないかと思う。

**(3) 席順の話**

①カラオケＢＯＸで座る席

（例題）

Ａくん、Ｂくん、Ｃくん、Ｘさん、Ｙさん、Ｚさんは仲のよい６人グループで、よくみんなでカラオケに行くとする。Ａくんはひそかにｘさんのことが好きなので、カラオケに行った時はいつもＸさんのとなりに座りたいのだが、いつもとなりに座っていたのでは、みんなにＸさんが好きなことがばれてしまう。何回に１回の割合ですわれば、みんなにばれないだろうか？なお、カラオケＢＯＸの席は、横長の長いすとする。

（解）６つの席から、ＡくんとＸさんがすわる席を２つ選ぶと、その選び方は、

$${}_6C_2=\frac{{}_6P_2}{2!}=\frac{6\times 5}{2\times 1}=15$$ 通り。そのうち、となりあわせなのは、数えると５通り。

よって、ＡくんとＸさんがとなりあう確率は、$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ となる。

つまり、何の意識をしなくても、３回に１回くらいは偶然となりあうわけだから、意識していても３回に１回の割合でとなりに座るようにしていけば、みんなにばれないですむというわけである。

なお、人数をｍ人とした以下のような一般式を出させるのもよいだろう。

$$\frac{m-1}{{}_mC_2}=\frac{2(m-1)}{m(m-1)}=\frac{2}{m}$$

②席がえ

この話は、蕨高校で阿部先生が実践されたものを、本校レベルにあわせて編成しなおし、また斜めに並ぶなどのオリジナルも加えたものである。さきほどのカラオケＢＯＸの例と考え方は同じなので、続いて授業でとりあげることにした。

（例題）

席がえで、好きな子のとなりにならないかなと願うこともあると思う。席がえで好きな子のとなりに座れる確率を求めてみよう。

まず手始めにに３×３＝９人で考えてみよう。

（解）９つの席から、自分と好きな子がすわる席２つを選ぶと

$${}_9C_2=\frac{{}_9P_2}{2!}=\frac{9\times 8}{2\times 1}=36$$ 通り。そのうち、となりあわせなのは、６通り　だから、となりあう

確率は、$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ となる。

つまり、６回の席がえで１回くらいはとなりになる計算になる。

また、ちょっと妥協して、たてに並んでもいいということならば、たてにならぶ確率も同様に、

$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ なので、横またはたてに並ぶ確率は、加法定理より、$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ になる。

さらに、斜めに並んでもよいというようにもっと妥協すれば、斜めに並ぶのは８通りなので、

斜めに並ぶ確率は、$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ なので、横またはたて、または斜めに並ぶ確率は、

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}=\frac{3}{18}+\frac{3}{18}+\frac{4}{18}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$ となる。

この説明の後、授業では４×４＝１６人についてを、問題として演習させた。

（問１）４×４＝１６人の場合

（解）　横に並ぶ並び方は、横に（４－１）個、たてに３個あるので、以下の様になる。また斜めに並ぶ並び方は、外枠以外の交点×２個あるので、以下の様な式になる。単に数えさせてもよいのだが、その関係式に気づかせるのもよいだろう。

横）$\frac{(4-1)\times 3}{{}_{16}C_2}=\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

縦）横と同様に$\dfrac{1}{10}$

斜）$\dfrac{(4-1)\times(4-1)\times 2}{{}_{16}C_2}=\dfrac{18}{120}=\dfrac{3}{20}$

横または縦）$\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

横、縦または斜）$\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{20}=\dfrac{7}{20}$

（考察）

本校では、数学は１学年２単位なので、確率は２年生で行なう。確率をひととおり終えた後、試験終了後に行なった。これまでさいころやトランプなど、ちょっと実際の生活とあまりかかわりのない確率にたいくつを覚えていた生徒にとっては、この例はおもしろかったようだ。こころなしか、いつもの授業よりしっかりと聞いていたようで、またある生徒は、「今日の話はおもしろいですね」といってきたりと、なかなかうまくいったと思う。

指導上の注意としては、「自分と好きな人を並べるのに、なぜ順列${}_nP_r$を使わないのか」という質問があったので、場合の数ではなく確率を求めるため、分母分子とも組合せで考えるから問題ないし、この方が数値が小さくなるからだと解答したが、このあたりの説明もする配慮が必要だろうと思う。

さらに拡張として、実際のクラスに近い７×６＝４２人の場合と、一般式として、ｍ×ｎ＝ｍｎの場合をあげておく。本校では行なわなかったが、生徒のレベルによっては行なうとよいだろうと思う。

（問２）７×６＝４２人の場合

横）$\dfrac{(7-1)\times 6}{{}_{42}C_2}=\dfrac{6\times 6}{21\times 41}=\dfrac{12}{287}\fallingdotseq 0.04$

縦）$\dfrac{(6-1)\times 7}{{}_{42}C_2}=\dfrac{5\times 7}{21\times 41}=\dfrac{5}{123}\fallingdotseq 0.04$

斜）$\dfrac{(7-1)\times(6-1)\times 2}{{}_{42}C_2}=\dfrac{7\times 6\times 2}{21\times 41}=\dfrac{4}{41}\fallingdotseq 0.1$

横または縦）$\dfrac{12}{287}+\dfrac{5}{123}=\dfrac{36}{861}+\dfrac{35}{861}=\dfrac{71}{861}\fallingdotseq 0.08$

横、縦または斜）$\dfrac{12}{287}+\dfrac{5}{123}+\dfrac{4}{41}=\dfrac{155}{861}\fallingdotseq 0.18$

（問３）ｍ×ｎ＝ｍｎ人という一般式の場合

横）$\dfrac{(m-1)n}{{}_{mn}C_2}=\dfrac{2(m-1)n}{mn(mn-1)}=\dfrac{2(m-1)}{m(mn-1)}$

縦）$\dfrac{(n-1)m}{{}_{mn}C_2}=\dfrac{2(n-1)m}{mn(mn-1)}=\dfrac{2(n-1)}{n(mn-1)}$

斜） $\dfrac{2(m-1)(n-1)}{{}_{mn}\mathrm{C}_2} = \dfrac{4(m-1)(n-1)}{mn(mn-1)}$

横または縦） $\dfrac{2(m-1)}{m(mn-1)} + \dfrac{2(n-1)}{n(mn-1)} = \dfrac{4mn-2(m+n)}{mn(mn-1)}$

横、縦または斜） $\dfrac{4mn-2(m+n)}{mn(mn-1)} + \dfrac{4(m-1)(n-1)}{mn(mn-1)} = \dfrac{8mn-6(m+n)+4}{mn(mn-1)}$

③キャンプファイアーで手がつなげる確率

文化祭前などは、キャンプファイアーで円を作ったとき、好きな人と手がつなげる確率なんて話題もおもしろいだろう。①のカラオケの例に似ているのだが、円になっているという違いがある。６人で円を作るなら、となりあわせになる場合が横に一列に並ぶときより１つ多い６つだから、その確率は、$\dfrac{6}{{}_6\mathrm{C}_2} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$ となる。

一般式を出すと、ｍ人の場合の確率は、

$\dfrac{m}{{}_m\mathrm{C}_2} = \dfrac{2m}{m(m-1)} = \dfrac{2}{m-1}$ ととなり、円でなく横に並ぶ確率より、確率がアップしている。当たり前だが、話題としてはおもしろいと思う。

### (4) くじを引く順番

くじが当たる確率が、順番にかかわらず等しいということは、当たり前のようにも感じるが、生徒にとっては興味深い内容のようだ。また、予想の段階で議論をさせるのも非常におもしろい。以前はこの内容を使って、条件付確率を教えていたが、指導要領の改訂で条件付確率が数Ｉに含まれなくなったため、順列を使って教えるほかなくなった。このふたつの解法を比較検討しつつ、以下の事例を考えてみたいと思う。

①プロ野球のドラフト会議

これはまだ授業では実践していないのであるが、具体的に実在する例をと思い、この例を考えてみた。まあ近年は逆指名制のため、くじで盛り上がることは少なくなってきたのではあるが。

（問）

プロ野球のドラフト会議で、ある有望なＸ選手を８球団が指名したため、８球団でくじを引くことになった。Ａ球団から順に、Ｂ、Ｃ・・とＨ球団まで８球団がくじを引くことになったとして、どの球団が一番有利だろうか？

まず計算の前に予想させてみよう。当たりくじが１本だから予想もすんなり全球団同じだということがわかるだろう。後に当たり３本の例をあげるが、その時、予想で議論させたければ、この例はやらない方がいいかもしれない。しかし、生徒のレベルによっては、順列を使った解法が当たり１本でないと難しいすぎる場合もあるので、その場合はこの例がせいいっぱいのような気がする。

（順列を使った解法）

Ａ球団 $\dfrac{1}{8}$

Ｂ球団 ×○とくるしかないので、８本のくじから２本選んで並べる並べ方のうち、
１本目が×、２本目が○である場合を考える。
×は７本あるのでその中から１本選んで並べ、○は１本しかないので、１本選んで並べる。よって確率は、$\dfrac{{}_7\mathrm{P}_1 \times {}_1\mathrm{P}_1}{{}_8\mathrm{P}_2} = \dfrac{7\times 1}{8\times 7} = \dfrac{1}{8}$

C球団　××○とくるしかないので、同様に確率は、$\dfrac{{}_7P_2 \times {}_1P_1}{{}_8P_3} = \dfrac{7\times6\times1}{8\times7\times6} = \dfrac{1}{8}$

以下同様に、

D球団　$\dfrac{{}_7P_3 \times {}_1P_1}{{}_8P_4} = \dfrac{7\times6\times5\times1}{8\times7\times6\times5} = \dfrac{1}{8}$

・

・

H球団　$\dfrac{{}_7P_7 \times {}_1P_1}{{}_8P_8} = \dfrac{1}{8}$

よって、８球団すべて同じ確率となる。

一般に、ｎ球団あった場合、ｒ番目の球団が当たる確率は、$\dfrac{{}_{n-1}P_r \times {}_1P_1}{{}_nP_r}$と表わせる。

②ケーキを誰が食べるか？

次にくじの本数を増やした例を考えた。この例だと、生徒にとって予想が難しくおもしろいが、計算が難しいという欠点がある。

（問）

１０人でパーティをしていたところ、最後にケーキが３つあまり、誰が食べるかくじ引きで決めることにした。くじは１０本中当たりはもちろん３本である。

くじを引く順番はＡくん、Ｂさん、Ｃくん・・・Ｊさんとなった。さて誰が一番当たる可能性が高いだろうか？先に引くＡさんが一番得？それとも最後に引くＦさん？

（解）この解法には、順列を使った解法と、条件付確率を使った解法が考えられる。以下に示して、その長所、短所を考えてみたいと思う。

（順列をつかった解法）

①Ａくん）$\dfrac{3}{10}$

②Ｂさん）○○と×○が考えられるので、確率は、

$$\frac{{}_7P_0 \times {}_3P_2 \times {}_1C_1}{{}_{10}P_2} + \frac{{}_7P_1 \times {}_3P_1 \times {}_1C_0}{{}_{10}P_2} = \frac{3\times2}{10\times9} + \frac{7\times3}{10\times9} = \frac{2}{30} + \frac{7}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

③Ｃくん）○○○と×○○と××○が考えられるので、確率は、

$$\frac{{}_7P_0 \times {}_3P_3 \times {}_2C_2}{{}_{10}P_3} + \frac{{}_7P_1 \times {}_3P_2 \times {}_2C_1}{{}_{10}P_3} + \frac{{}_7P_2 \times {}_3P_1 \times {}_2C_0}{{}_{10}P_3}$$

$$= \frac{3\times2\times1}{10\times9\times8} + \frac{7\times3\times2\times2}{10\times9\times8} + \frac{7\times6\times3}{10\times9\times8} = \frac{1}{120} + \frac{4}{120} + \frac{21}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

（第２項の${}_2C_1$は、×○○と○×○とがあることから、前の人までの当たりの状況の組合せ数を求めている。）

以下Ｄさん～Ｊさんも同様にして求めることができる。

このような問題において一般式を作るならばこのようになる。

１０本中３本当たりで、ｒ人目（ｒ≧２）の当たる確率は、

$$\frac{{}_7P_{(r-3)} \times {}_3P_3 \times {}_{(r-1)}C_2}{{}_{10}P_r} + \frac{{}_7P_{(r-2)} \times {}_3P_2 \times {}_{(r-1)}C_1}{{}_{10}P_r} + \frac{{}_7P_{(r-1)} \times {}_3P_1 \times {}_{(r-1)}C_0}{{}_{10}P_r}$$

（ただしｓ≧ｔ＋１，ｔ＜０なる${}_sP_t$，${}_sC_t$がある項は計算しないこととする。）

また、ｎ本中ａ本当たり（ｎ＞ａ）の場合は、

$$\sum_{k=1}^{a} \frac{{}_{(n-a)}P_{(r-k)} \times {}_{a}P_{k} \times {}_{(r-1)}C_{(k-1)}}{{}_{n}P_{r}}$$ と表せる。

（条件付確率を使った解法）

①Ａくん） $\frac{3}{10}$

②Ｂさん） $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{30} + \frac{7}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

③Ｃくん）○○○、×○○、××○があるから、

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + {}_{2}C_{1} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{120} + \frac{14}{120} + \frac{21}{120}$$

$$= \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

以下、同様。

（考察）

本校の生徒にとって、順列を使っての解答の概念は少し難しいように感じ、それに対して条件付確率を用いた解答の概念は、実際にくじの本数が減っていくことが実感できるため、わかりやすいように感じた。そのため今回の授業では順列を使った解法での授業は行なわず、テスト範囲外として、条件付確率を使った解法での授業を行なった。現に生徒の反応はよかったと思う。ただ、条件付確率の解法は、４人目、５人目となると式が長くなったりもするので、順列を使った解法の方が、概念さえ理解できれば、解いていくのは楽な気もした。

今回、このテーマを授業で取り上げた理由は、先ほども述べた通り、くじを引く順番が同じということがおもしろい内容で、また予想の段階で議論できるテーマであるからである。本校では、予想させた後、条件付確率の解法で解説を行なったが、予想の中で生徒から、先に引いた方が有利とか、残り物に福があるから後が有利とかという意見もでてきて、おもしろくいい授業になったと思う。

最後に、なぜ条件付確率だけ数Ⅰから外されて数Ｂに入ったのかという疑問があることを述べておく。

## ４．まとめ

確率の単元にて、世の中にある確率や、わかったらおもしろい確率について、授業草案および実践をおこなってきたが、普段のさいころやトランプ等にかたよりがちな授業から目先をかえることによって、生徒の興味を引くことができたように思える。また、少しは確率が役に立つことを感じ取ってもらえたのではないかと思った。また今後も、世の中にあるいろいろな確率や、わかったらおもしろい確率についての授業を考え、実践していきたいと思う。

## ５．参考文献

「ＥＳＰカードの実験の授業」藤村　紀夫　数学教室№540 1996･11　国土社