

新学習指導要領における数学 ・ 数学Aの指導上の留意点について

埼玉県立大宮武蔵野高等学校 太田 敏之

< 要旨 >

平成24年度から新学習指導要領が先行実施される。そこで、新学習指導要領の数学 ・ 数学Aにおいて、「現学習指導要領との変更点」と「指導上の留意点」について考察する。また、新学習指導要領から新しく加わった単元の指導法についても考察する。

1. はじめに

高等学校の数学については、平成24年度から新学習指導要領が先行実施される。数学 に「データの分析」という統計分野が新しく入り、数学Aには「整数の性質」や「作図」が新しく入ってきて、指導法の研究が必要であると感じる。また、数学 と数学Aの両方で「課題学習」を取り入れなければならないとあり、こちらも研究の必要があると感じる。

そこで本論では、新学習指導要領の数学 ・ 数学Aにおいて、「現学習指導要領との変更点」と「指導上の留意点」について考察する。また、新学習指導要領から新しく加わった単元の指導法についても考察する。

2. 研究の内容

(1) 数学 の変更点と指導上の留意点

数学 について埼玉県教育委員会(2010)は、「この科目は、今回の改訂で数学科の共通必修科目となった。したがって、この科目だけで高等学校数学の履修を終える生徒と引き続き他の科目を履修する生徒の双方に配慮し、高等学校数学としてまとまりをもつとともに他の科目を履修するための基礎となるよう、「(ア)数と式」、「(イ)図形と計量」、「(ウ)二次関数」及び「(エ)データの分析」の四つの内容で構成されている。これらの内容は、生徒が学習する際、中学校数学と円滑に接続できるよう、中学校数学の4領域構成を継承したものである。」と述べている。

学習指導要領では上記の(ア)～(エ)の順になっているが、各社の教科書順は現学習指導要領と変わらず、「数と式」「二次関数」「図形と計量」の順で、最後に「データの分析」が加わる形が多いだろう。

各単元の内容については以下の通りである。

数と式	式の計算	「三次式の展開と因数分解」は数学 へ
	実数	
	1次不等式	「不等号」は中学校へ
集合	集合	< 数学Aから移行 >
	命題と論証	< 数学Aから移行 >

2次関数	2次関数とそのグラフ	「いろいろな事象と関数」は中学校へ
	2次方程式と2次不等式	「二次方程式の解の公式」は中学校へ
図形と計量	鋭角の三角比	
	三角比の拡張	
	三角形への応用	「相似形の面積比・体積比」は中学校へ 「球の表面積・体積」は中学校へ
データの分析	データの散らばり	< 新設 >
	データの相関	< 新設 >

標準単位数は3単位と現行と変わらず、移行する内容よりも新設や移行してくる内容の方が多いため、指導時間の不足が予想される。特に新設される「データの分析」の単元の指導にどれだけ時間がかけられるかが問題である。また、「データの分析」の単元は初めて指導する教員も多い内容であるため、指導法の研究が今後の課題である。

(2) 数学 「データの分析」の指導法

「データの分析」の単元の内容は大きく分けて、「データの散らばり」と「データの相関」がある。

「データの散らばり」では、度数分布表、ヒストグラム、相対度数、平均値、中央値(メジアン)、最頻値(モード)、四分位数、箱ひげ図、範囲(レンジ)、分散、標準偏差といった内容を学習する。

また、「データの相関」では、散布図、共分散、相関係数といった内容を学習する。

身近にあるようなデータを分析するので、生徒の興味をひきやすい単元ではあるが、数値計算が多いのでコンピュータや電卓等を利用する、データを分析してわかることを生徒が議論するなど、今後教材や指導法の研究が必要である。

ここでは、「データの散らばり」から、四分位数、箱ひげ図、範囲(レンジ)について、「データの相関」から、共分散、相関係数についての問題例を紹介する。

(問題例1)

次のデータは、Aさんが最近10試合のバスケットボールの試合で挙げた点数を低い順に並べたものである。

10 10 12 14 16 18 20 20 20 24

(1) このデータについて、次の値を求めよ。

第2四分位数

第1四分位数

第3四分位数

(2) Aさんが挙げた点数の箱ひげ図をかけ。

(3) このデータについて、次の値を求めよ。

範囲(レンジ)

四分位範囲

四分位偏差

(解答)

(1) 第2四分位数は、データ全体の中央値より

$$\frac{16+18}{2}=17 \text{ (点)}$$

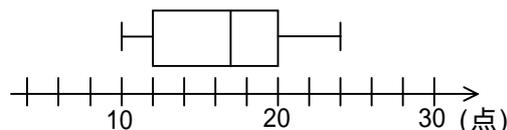
第1四分位数は、10, 10, 12, 14, 16の中央値より

12点

第3四分位数は、18, 20, 20, 20, 24の中央値より

20点

(2) Aさんが挙げた点数の箱ひげ図をかくと、



(3) 範囲は(最大値) - (最小値)より、24 - 10 = 14(点)

四分位範囲は(第3四分位数) - (第1四分位数)

より、20 - 12 = 8(点)

四分位偏差は(四分位範囲) ÷ 2より、8 ÷ 2 = 4(点)

(問題例2)

下の表は、ある年の8月の10日間の最高気温とあるアイスクリーム店の売り上げの表である。このデータの最高気温(x)とアイスクリームの売り上げ(y万円)の相関係数rを、小数第3位を四捨五入して答えよ。

x	30	32	33	35	36	34	32	31	33	34
y 万円	19	24	25	29	31	26	23	21	24	28

(解答)

$$\text{平均値: } \bar{x} = \frac{30 + 32 + \dots + 33 + 34}{10} = \frac{330}{10} = 33$$

$$\text{平均値: } \bar{y} = \frac{19 + 24 + \dots + 24 + 28}{10} = \frac{250}{10} = 25$$

xの標準偏差 s_x , yの標準偏差 s_y は、

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{10} \{ (30-33)^2 + (32-33)^2 + \dots + (34-33)^2 \}} = \sqrt{3}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{10} \{ (19-25)^2 + (24-25)^2 + \dots + (28-25)^2 \}} = 2\sqrt{3}$$

$$x, y \text{ の共分散: } s_{xy} = \frac{1}{10} \{ (30-33)(19-25) + (32-33)(24-25) + \dots + (34-33)(28-25) \} = \frac{59}{10}$$

$$\text{よって相関係数は、} r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\frac{59}{10}}{\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{59}{60} = 0.983\cdots \approx 0.98$$

(3) 数学Aの変更点と指導上の留意点

数学Aについて埼玉県教育委員会(2010)は、「この科目は、中学校の内容を踏まえ「数学」の内容等を補完するとともに、事象を数学的に考察する能力を養い、数学のよさを認識できるようにするため、「(ア)場合の数と確率」、「(イ)整数の性質」及び「(ウ)図形の性質」の三つの内容で構成されている。従前の「数学A」とは異なり、生徒の実態等に応じて三つの内容からその内容を適宜選択して履修させることとした。」と述べている。

各単元の内容については以下の通りである。

場合の数と確率	集合と場合の数	「集合」は数学へ 「集合の要素の個数」は数学Aに残る。 「二項定理」は数学へ
	確率とその基本性質	
整数の性質	独立な試行と確率 条件付き確率	「期待値」は数学Bへ <「条件付き確率」は数学Cから移行>
	約数と倍数	<新設>
	ユークリッドの互除法	<新設>
図形の性質	整数の性質の活用	<新設>
	三角形と比	
	円の性質	「円周角の定理の逆」は中学校へ
	作図	<新設>
	空間図形	<数学Bから移行>

「集合と論理」が数学に移行したが、「場合の数と確率」を学習する準備のためか「集合の要素の個数」だけは数学Aの最初に残っていて、数学と数学Aを並行で履修させる場合、順番通りで学習すると、数学で「集合」を学習する前に数学Aで「集合の要素の個数」を学習することになってしまうことが予想される。前章で述べた数学の指導時間の不足が懸念されることから、「集合と論理」は数学Aの時間に「集合の要素の個数」を行う前に学習する

措置も考えられるのではないだろうか。

「場合の数と確率」では「条件付き確率」が数学Cから移行してきて求められる確率の幅が広がった。しかし、数学の分野の中でも特に現実事象とのつながりが強い内容と考えられる「期待値」が、数学Bの「確率分布と統計的推測」に移行されることとなった。数学Bを学習する場合でも、おそらく「数列」と「ベクトル」を選択するケースが多いと考えられ、ほとんどの生徒が「期待値」の概念を高校で学ばない可能性が高くなる。これは問題点ではないだろうか。そこで数学Aの課題学習等を通じて、考えただけでも教えておいてもよいのではないかと考える。

「図形の性質」が数学Aの必修単元ではなくなったため、従前ではセンター試験の数学I・Aの試験では三角比と図形の性質の融合問題が出題されていたが、それができなくなる可能性が高い。

また、数学Aは三つの単元から二つ選択する内容になっていて、その影響は大きい。「場合の数と確率」はほとんどの学校で選択されると考えられるが、もう一つは「整数の性質」と「図形の性質」のどちらの単元を選択させるかを考える必要がある。今までの数学Aの年間計画の流れから考えると「図形の性質」を選択するとスムーズであるが、「整数の性質」は大学入試でもよく出題されているので、選択が難しい。学校によっては、三つの単元すべてを学習させるところも出てくるであろうが、内容が多く標準単位である2単位で学習するのは大変であると考えられる。

「整数の性質」や「作図」の単元は初めて指導する教員も多い内容であるため、指導法の研究が今後の課題である。

(4) 数学A「整数の性質」の指導法

単元の内容は大きく分けて、「約数と倍数」と「ユークリッドの互除法」、「整数の性質の応用」がある。

「約数と倍数」では、倍数の判定、素因数分解、 $(a - 2)(b - 3) = 6$ のような形の整数解の方程式、最大公約数と最小公倍数といった内容を学習する。

「ユークリッドの互除法」では、除法の性質、整数の分類、ユークリッドの互除法、2元1次不定方程式といった内容を学習する。

また、「整数の性質と応用」では、n進法、小数と分数の関係といった内容を学習する。

授業で初めて扱う内容も多いため、今後教材や指導法の研究が必要である。

ここでは、「ユークリッドの互除法」の単元と「整数の性質の応用」から2進法の計算についての問題例を紹介する。

(問題例3)

ユークリッドの互除法を用いて、595と408の最大公約数を求めよ。

(解答)

595 ÷ 408 の商は1、余りは187

408 ÷ 187 の商は2、余りは34

187 ÷ 34 の商は5、余りは17

34 ÷ 17 の商は2で、割り切れる。

よって、34と17の最大公約数は17である。

したがって、595と408の最大公約数は17。

(問題例4)

2進数で表された数の次の計算をせよ

(1) 1100 + 1101

(2) 10110 - 1100

(解答)

(1) 右の計算から $1100 + 1101 = 11001$

10進法では $12 + 13 = 25$ を表す。

1100
+ 1101
11001

(2) 右の計算から $10110 - 1100 = 1010$

10進法では $22 - 12 = 10$ を表す。

10110
- 1100
1010

(5) 数学A「図形の性質」の指導法

後半部分に、コンパスなどを用いた「作図」と、数学Bから移行してきた「空間図形」が新たに加わった内容となった。

「作図」では、垂直二等分線、角の二等分線、円外から引いた円の接線、平行線、長さ(分数、平方根)の作図といった内容を学習する。

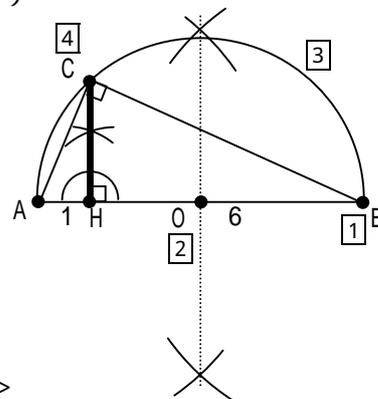
コンパスを用いた作図の授業を行う必要があるため、今後教材や指導法の研究が必要である。

ここでは、「作図」についての問題例を紹介する。

(問題例5)

長さが1と長さが6の線分が与えられたとして、長さが $\sqrt{6}$ の線分を作図せよ。

(解答)



<手順>

① 1つの直線上に、AH=1、HB=6となる3点A,H,Bをこの順にとる。

② 線分ABの中点Oをとる。

- 3 0を中心とする半径OAの半円をかく。
 4 点Hを通り線分ABに垂直な直線を引き、半円との交点をCとする。CHが求める長さ $\sqrt{6}$ の線分である。

(6) 数学 ・数学A「課題学習」の指導法

課題学習について、埼玉県教育委員会(2010)は、「この科目には課題学習を位置付けて数学的学習を一層重視し、生徒の主体的な活動を促すとともに、数学のよさを認識できるようにしている。」内容との関連を踏まえ、適切な時期や場面を考慮することが大切である。一方的に知識を与えるのではなく、数学的活動を一層重視することが大切である。必要な場面で適切な指導を工夫するとともに、適宜自分の考えを発表したり議論したりするなどの活動を取り入れるように配慮する。課題については、日頃から生徒が関心をもちそうな話題や生徒に育てたい能力とその能力を育てるために相応しい話題などを考えておくこと、生徒の疑問を課題として設定させるなどが大切である。」と述べている。

課題学習について、文部科学省(2009)は次のような例を挙げている。

生徒の身近にある無理数として黄金比やコピー用の用紙の横と縦の長さの比を取り上げ、無理数に関する理解を深める。(数学、数と式)

身近な事象として、文化祭で模擬店を開設したとき、食品の値段を上げると売れる食品の数は一定の割合で減少すると仮定して、純利益と食品の値段の関係を二次関数で表し、純利益が最大になるように値段を決定する。(数学、二次関数)

正の整数を9で割ったときの余りに関する性質を考察する活動をする。(数学A、整数の性質)

江戸時代に吉田光由が著した「塵劫記」の油分け算について考察する。(数学A、整数の性質)

「課題学習」の内容については、生徒の身近な事象から題材を設定する「数学的モデリング」を取り入れた授業や、「数学史」を取り入れた授業、現在の教育課程の「数学基礎」にあるような内容を取り入れた授業など、あらゆる題材が考えられる。

教科書の内容に加えて、「課題学習」を行うためには、授業時間の確保が大変である。筆者は以前からこのような授業を取り入れているが、どの程度「課題学習」を行う必要があり、そしてどのように行えばよいかの考察や研究が今後の課題である。

筆者は題材を集めてホームページを作成しているので、ご覧いただければ幸いです。

アドレス

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~math-tota> です。

最後に、上記の の内容の教材例をホームページから一部抜粋して紹介する。

(教材例)

あらかじめ、名刺、スイカ(JR)など、身のまわりにある長方形の例をあげ、長方形を探して持ってくるように言うておく。授業で、用意してきた長方形の辺の長さを定規で測らせて、その辺の比を求める。(以下は測定例)

長方形	短い辺の長さ	長い辺の長さ	比
教科書	14.8 (cm)	21.0 (cm)	1:1.42
文庫本	10.5	15.0	1:1.43
B4紙	25.7	36.4	1:1.41
名刺	5.5	9.1	1:1.65
スイカ	5.4	8.7	1:1.61
新書本	10.5	17.1	1:1.63

はじめに、紙を半分折っても形がかわらない白銀比の原理について説明し、その比を求める。

右図より $1 : x = \frac{x}{2} : 1$ から、

$x^2 = 2$ より、 $x = \sqrt{2} \approx 1.41$ となる。

白銀比の長方形は、半分折ると2つの相似な長方形ができるため、教科書やノート、プリントなどの印刷物は、紙の無駄を少なくするために白銀比になっていると考えられる。また、文庫本は後で増刷するので、これも紙を効率的に利用できるように、白銀比になっていると考えられる。

次に長方形から正方形を切り取って残った長方形が元の長方形と相似である黄金比の原理について説明し、2次方程式を利用してその比を求める。

右図より、 $1 : x = (x - 1) : 1$ から、

$x^2 - x - 1 = 0$ なので、

$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.62$ となる。

黄金比の長方形は、古代から伝わる最も美しい長方形といわれていて、パルテノン宮殿、ミロのビーナスなど、西洋の建築物や美術などにも、その比が登場している。

また、生物の成長や人間の感覚(株式)正五角形の対角線などにも、その比を見ることができる。名刺、スイカ(JR)が黄金比の長方形になっているのは、その形が美しいからだと考えられる。また、新書本も最初に売り出すために、美しい形にしていると考えられる。

<参考・引用文献>

[1]埼玉県教育委員会(2010),「埼玉県高等学校教育課程編成要領」.

[2]文部科学省(2009),「高等学校学習指導要領解説(数学編)」.