

数学的モデリングを取り入れた指導法とその教材 — 「渦巻」を題材にした教材の提案—

埼玉県立浦和西高等学校 太田 敏之

<要旨>

現実事象を分析して数理的に考察していく数学的モデリングを取り入れた学習は、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めるだけでなく、主体的に学ぶ力を育むことができると考える。そこで本論では「渦巻」を題材にした数学的モデリングを取り入れた教材を提案する。

1. 研究の動機

近年、高等学校の現場で生徒の数学離れを感じることが多い。所属校でも3年の選択科目で数学Ⅲ・数学Cを選択する生徒が減少傾向にあり、生徒の「数学が嫌い」という声を耳にする。また、1999年の第3回国際数学・理科教育調査—第2段階調査—(TIMSS-R)においても、日本は諸外国に比べて学力は高いものの数学が嫌いな生徒が多いという結果がでていいる。このような現状の中で、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めるようにすることが今日の数学教育の大きな課題であると考えられる。

今年度から高等学校でも新教育課程がスタートした。教育課程審議会の答申の算数・数学科の改善の基本方針には、「実生活における様々な事象との関連を考慮しつつ、ゆとりをもって自ら課題を見つけ、主体的に問題を解決する活動を通して、学ぶことの楽しさや充実感を味わいながら学習を進める」とある。

さらに、今日の社会は工業化社会から高度情報通信社会への急激な変容の過程にあるといわれている。町田(1998)は、「今日の変容する社会にあつては、現状を変革し切り開いていくだけの創造性や主体的な学習態度の育成がうたわれているが、こうした時期にあつて、与えられた概念や問題を受け身的に理解するだけの教育から、事象を積極的に表現し解決していく数学教育へとパラダイムを変換していくことが必要である」と述べている。

また、数学教育の目標の中に、形式陶冶、文化の継承と共に、「数学が実生活で役立つから」という実用的側面が考えられる。しかしながら、生徒の多くは「数学は実生活にはあまり役に立たない」と感じているように思う。小・中学校の教科書には文章題の形で実生活にかかわりのある問題を多少ながら見ることができるが、高等学校の教科書には実生活にかかわりのある問題は少なく、生徒が現実場面を想定して問題解決をしたり、実生活とのかかわりを感じたりすることが少ないのが現状である。

以上のことから、本論では数学的モデリングを取り入れた指導法に注目した。現実事象を分析し

て数理的に考察していく数学的モデリングを取り入れた学習は、生徒が数学に興味をもち学習意欲を高めるだけにとどまらず、自ら考え主体的に学ぶ力や思考力、判断力など、今日の社会を生きるために必要な力を育むことにもなると考える。

2. 数学的モデリング

2.1 本論における数学的モデリングの捉え方

「数学的モデリングの見方・考え方」や「数学的モデルの理解」は、今日の教育にとって重要な教育目標となり得ると思われる。しかしながら、高等学校の授業においては、授業時数に余裕がないために、教科書の単元内容に関係のない現実事象を扱うだけの授業を行うことは難しいと考える。

そこで本論では、数学的モデリングを取り入れた授業を、「現実事象を扱うことで生徒が数学に興味をもち、学習意欲を高め、高等学校数学の各単元の中に実生活への有用性を感じ、その内容の理解を深める授業」とする。よって、単元内容の理解とともに、「現実場面を積極的に用いて数学に興味・関心をもつこと」、「数学の有用性を感得すること」、「数学と、社会や生活、他教科とが密接に関連していることを理解すること」を指導目標とした授業を開発する。そして、「数学的モデリングの見方・考え方」や「数学的モデルの理解」は、こうした授業を継続的にするにつれて身につけていくと考える。

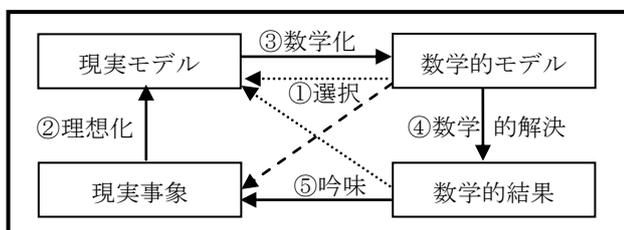
2.2 本論における数学的モデリングの過程

高等学校数学の単元内容の理解を目的と考えたとき、生徒が興味をもつような現実事象を解析することを目標として授業を展開するのではなく、授業者がその単元内容の理解の援助となるような現実事象を選択する過程から始まると考える。

町田(1998)は、「現象と数学との間の相互作用について、現象を解析するのに数学の力を借りる場合と数学を理解するためにうまく現実モデルの力を借りる場合とがある。」と述べている。

そのことを含め、本論では、町田(2003a)、西谷(1998)の見解を基にした数学的モデリングの過程に、①の選択の過程を加え、その過程を以下のように広く捉えることとする。

- ①選択；数学的内容を理解するために適した数学的モデルを考え、それが適用可能な現実事象(または現実モデル)を選択する。
- ②理想化；現実事象を分析し、数学的内容の理解に必要な変数の抽出を行い、条件を整理して抽象化を行って、現実モデルを作成する。
- ③数学化；現実モデルを数学的内容に翻訳して数学的モデルを作成するか、またはあらかじめ作成した数学的モデルに適用できるかを検討し、修正する。
- ④数学的解決；数学的モデルを、理解を目指した単元内容に沿って数学的に処理し、解を求めて数学的結果を得る。
- ⑤吟味；数学的に処理して得られた数学的結果を現実事象(または現実モデル)に適用し具体化することで、何がわかったのかを考え、数学的結果を検討し、修正する。



【 図 1 】

実際の授業展開は、現実事象から始めて図1の②→③→④→⑤の過程をたどる流れが中心となるが、主体的に現実事象と数学との関連性を感じさせるために、生徒が数学から現実事象を探させる形態、つまり数学的モデルから始めて生徒に現実事象を探させて生徒が見つけた現実事象を題材にする、図1の①→②→③→④→⑤の過程をたどる授業も考える。

また、現実事象を扱わずに現実モデルから始めるか、または数学的モデルから始め、現実モデルを選択して数学化し、数学的結果を現実モデルに適用して吟味する過程の授業も考える。このような過程は今までも文章題として登場しているものである。

本論では、以上のような過程を基にした教材を開発していくこととする。

3. 数学的モデリングを取り入れた教材

本論では、数学的モデリングを取り入れた教材として、「渦巻」を題材にした教材を提案する。

3.1 「渦巻の分類」の教材

はじめに、数学Cの極方程式の有用性を感じる教材を提案する。

身の回りにある渦巻を調べると、アルキメデスの渦巻線と等角らせんのどちらかに分類できるも

のが多い。アルキメデスの渦巻線は、極方程式で表すと $r = a\theta$ となる、渦巻が等間隔で広がっていく渦巻線で、蚊取線香やソフトクリームなど人工的なものにみられる渦巻線である。それに対して、等角らせんは、極方程式で表すと $r = ae^{b\theta}$ となる、渦巻の中心からの距離が中心から離れるにつれて指数関数的に大きくなっていく渦巻線で、オウム貝、銀河系の渦、台風、竜巻、お風呂の水を流すときにできる渦など生物界や自然界にみられる渦巻線である。

ここで、実際に生物界や自然界にある渦巻線が等角らせんになっているかどうかを調べると、例えばあるオウム貝は、中心からの距離の比を黄金比にしたときに、回転角が $\frac{8}{9}\pi$ で広がっていく

$r = k\alpha^{\frac{9}{8\pi}\theta}$ で表される等角らせんに近似できることがわかる。また、ある銀河系の渦やある台風も等角らせんに近似できることがわかる。以上のように、生物界や自然界にある渦巻線は、等角らせんに近似できるものが多いことがわかる。

よって、生徒が身の回りから渦巻を探して、(①選択)、渦巻部分をなめらかな渦巻線と考慮して(②理想化)、渦巻線を図に書き出し(③数学化)、アルキメデスの渦巻線か等角らせんかを調べて極方程式に表し(④数学的解決)、それが正しいかを検討し修正する(⑤吟味)という授業展開で、数学的モデリングの過程の中で述べた、「①選択」から始まる過程に基づく授業展開が考えられる。

3.2 「等角らせんと黄金比」の教材

次に、新教育課程で高等学校に移ってきた数学Aの平面幾何の有用性を感じる教材を提案する。また、極方程式を扱うと数学Cの教材となる。

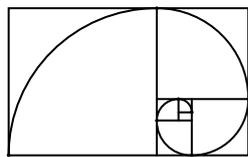
$$x^2 = x + 1 \text{ の正の解 } \alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ において、 } 1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

すなわち $1 : \alpha$ のことを黄金比というが、一般に、図2のように、縦と横の辺の比が黄金比になっている長方形上に描いた黄金らせんがオウム貝の渦巻線に近似できるといわれている。

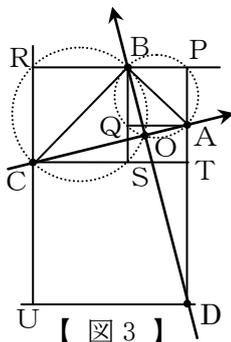
ここで、図3において、正方形APBQと正方形BRCSの外接円の交点をOとすると、 $\angle AQB = \angle BSC = 90^\circ$ で円周角は等しいことから、 $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$ となる。よって、 $\triangle OAB \sim \triangle OBC$ で相似比が $1 : \alpha$ であることがわかる。

以上のことからこの渦巻線は、AOをx軸として引くとBOがy軸となり、図4のようにOAを 90° 回転させて α 倍したものがOB、OBを 90° 回転させて α 倍したものがOCになる等角らせんであることがわかる。

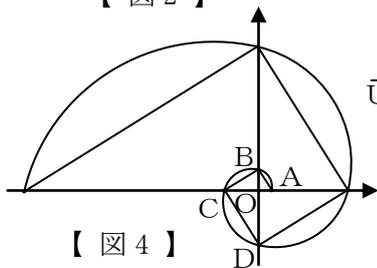
この曲線を極方程式で表すと、比を α としたときの回転角が $\frac{\pi}{2}$ なので、 $r = k\alpha^{\frac{2}{\theta}}$ の形で表すことができる。



【図2】



【図3】



【図4】

この数学的モデルを利用して (①選択)、次のような数学的モデリングの過程を利用した授業を提案する。事前に、『黄金比』についてと 3.1 の「渦巻の分類」の教材等で『等角らせん』について学習しておくこととする。

オウム貝の断面に見られる渦巻部分をなめらかな渦巻線と考えると現実モデルを作ると (②理想化)、図 2 の黄金らせんの数学的モデルに近似できる (③数学化) といわれているので、これを数学的に解決すると、比を α としたときに回転角が 90° になる等角らせんになることが円周角の定理を利用してわかる (④数学的解決) が、実際にオウム貝を調べてみると、等角らせんに近似することはできるが、比を α としたときの回転角は $150^\circ \sim 160^\circ$ のものが多く、黄金らせんではないことがわかる (⑤吟味)。

3.3 「二等辺三角形と等角らせん」の教材

次に、「等角らせんと黄金比」の教材の演習・課題として利用できる教材を提案する。

等角らせんは、縦と横の辺の比が黄金比になっている長方形に限らずいろいろな図形を使って書くことができる。例えば、町田(2003b)は、M51 星雲の写真の光が強い部分を渦巻線と考えると (②理想化)、底角が 72° の二等辺三角形を組み合わせて書ける図 5 のような渦巻線に近似できる (③数学化) と述べている。この二等辺三角形は、正五角形の中に登場する三角形で、辺の比が黄金比になっている三角形である。

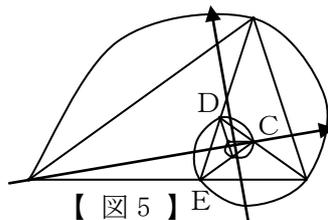
ここで、図 6 において、 $\triangle ACD$ の外接円と $\triangle BDE$ の外接円の交点を O とすると、 $\angle CAD = \angle DBE = 108^\circ$ で円周角は等しいことから、 $\angle COD = \angle DOE = 108^\circ$ となる。よって、 $\triangle OCD \sim \triangle ODE$ で相似比が $1 : \alpha$ であることがわかる。

以上のことから、 CO を x 軸として引くと、この渦巻線も、図 7 のように、比を α としたときの回転角が 108° の等角らせんであることがわかる (④数学的解決)。

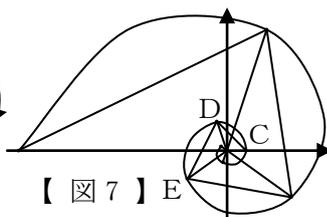
この曲線を極方程式で表すと、回転角が $\frac{3}{5}\pi$ なる

ので、 $r = k\alpha^{\frac{5}{3\pi}\theta}$ の形で表すことができる。

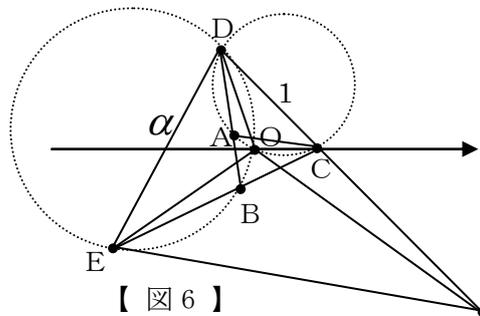
実際に調べると、M51 星雲の渦巻線は、回転方向は逆であるが、同じ形の $r = k\alpha^{-\frac{5}{3\pi}\theta}$ で表される等角らせんに近似できることがわかる (⑤吟味)。



【図5】E



【図7】E



【図6】

3.4 「正三角形と等角らせん」の教材

次に、「等角らせんと黄金比」と「二等辺三角形と等角らせん」の発展で、数学 A の平面図形の円に内接する四角形の性質の有用性を感じる教材を提案する。

2003 年 8 月 7 日の台風 10 号の写真の雲を渦巻線と考えると (②理想化)、相似比が $1 : \alpha$ の正三角形を組み合わせて書ける図 8 のような渦巻線に近似できる (③数学化)。この図形は、黄金比の性質である $\alpha^2 = \alpha + 1$ を利用して描ける面白い図形である。ここで、図 9 において、 CD を一辺とする正三角形を外側に書いてその頂点を R 、同様に DE を一辺とする正三角形の頂点を S としたときに、 $\triangle CDR$ の外接円と $\triangle DES$ の外接円の交点を O とすると、 $\angle CRD = \angle DSE = 60^\circ$ で円に内接する四角形の対角の和が 180° であることから、 $\angle COD = \angle DOE = 120^\circ$ となる。よって、 $\triangle OCD \sim \triangle ODE$ で相似比が $1 : \alpha$ であることがわかる。

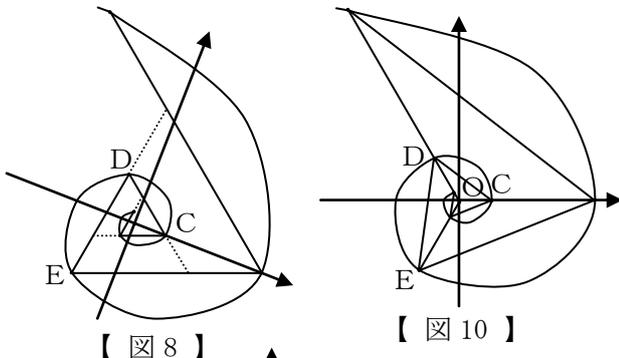
以上のことから、 CO を x 軸として引くと、この渦巻線も、図 10 のように、比を α としたときの回転角が 120° の等角らせんであることがわかる (④数学的解決)。

この曲線を極方程式で表すと、回転角が $\frac{2}{3}\pi$ なる

ので、 $r = k\alpha^{\frac{3}{2\pi}\theta}$ の形で表すことができる。

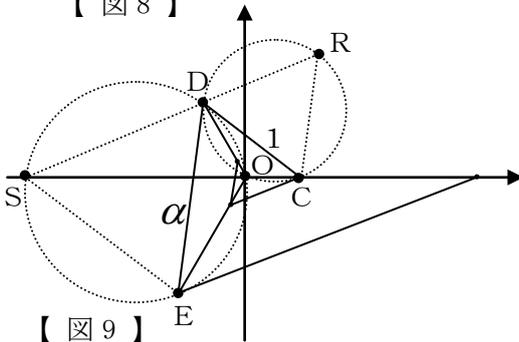
実際に、台風 10 号の雲の渦巻線は、回転方向は

逆であるが、同じ形の $r = k\alpha^{-\frac{3}{2\pi}\theta}$ で表される等角らせんに近似できることがわかる (⑤吟味)。



【図 8】

【図 10】



【図 9】

3.5 「台風と等角らせん」の教材

最後に、数学 C の極方程式の単元で、微分法等を総合的に使って台風を分析する教材を提案する。台風の風は等圧線に対して一定の角度を保ちながら吹き込むといわれている。ここで等圧線を円と仮定する (②理想化) と、図 11 のようなモデルとなる (③数学化)。このとき、台風の渦巻が等角らせんになることを証明する。

風が等圧線となす角を φ とする。 $\Delta\theta$ だけ微小回

転したときの半径の増分を Δr とすると、図 12 の

ようになり、 $\angle OBA = \frac{\pi}{2} + \varphi$ なので、三角形 OAB について正弦定理を使って、

$$\frac{r + \Delta r}{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)} = \frac{r}{\sin\{\frac{\pi}{2} - (\Delta\theta + \varphi)\}}$$

$$\Delta r = r \cdot \frac{\cos \varphi - \cos(\Delta\theta + \varphi)}{\cos(\Delta\theta + \varphi)}$$

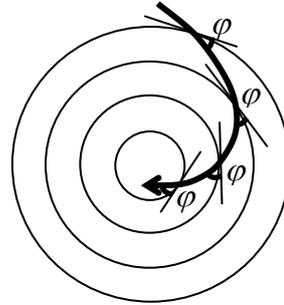
$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta\theta} = r \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\theta} \cdot \frac{2 \sin \frac{\Delta\theta + 2\varphi}{2} \sin \frac{\Delta\theta}{2}}{\cos(\Delta\theta + \varphi)}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = r \tan \varphi \text{ より、 } \boxed{r = ke^{(\tan \varphi)\theta}} \quad (k \text{ は定数})$$

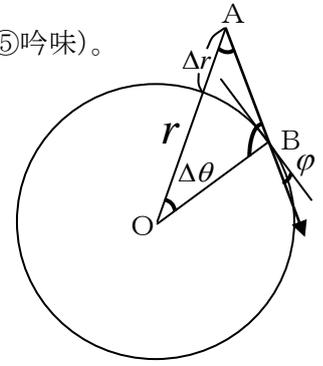
となり (④数学的解決)、台風 10 号の風は等角らせんに近似できることがわかる。また、3.4 の台風 10 号の極方程式と向きをそろえて比較してみると、

$$e^{(\tan \varphi)\theta} = \alpha^{\frac{3}{2\pi}\theta} \text{ より、 } \tan \varphi = \frac{3}{2\pi} \log \alpha \text{ から、}$$

$\varphi \doteq 12.9^\circ$ となり、台風 10 号の吹きこむ風の角度を求めることができる (⑤吟味)。



【図 11】



【図 12】

4. 今後の課題

本論では数学的モデリングを取り入れた教材を提案したが、今後はさらに多くの教材を開発するとともに、授業実践を行って開発した教材の効果的な利用法について考察し、教材をよりよいものにしていきたいと考える。

5. 引用・参考文献

- [1] 町田彰一郎 (1998), 「モデリングの事例的研究」, 『新版 21 世紀への学校数学の展望』, 誠文堂新光社, pp. 296-304.
- [2] 町田彰一郎 (2003a), 埼玉大学教育学部数学教育学特論 A.
- [3] 西谷泉 (1998), 「数学的モデリング」, 『新版 21 世紀への学校数学の展望』, 誠文堂新光社, p. 287.
- [4] 池田敏和 (1999), 「数学的モデリングを促進する考え方に関する研究」, 『日本数学教育学会誌 数学教育学論究 vol171.72』, pp. 3-18.
- [5] 池田敏和 (2002), 「中等数学科における数学的モデリング・応用の指導目標に関する一考察」, 日本における 1990 年代の文献調査を通じて」, 『日本数学教育学会誌 数学教育 56-3』, pp. 2-12.
- [6] 村本健一 (2002), 「主体的に学ぶ力の育成から見たモデリング指導の一考察」, 埼玉大学大学院修士論文, pp. 9-18.
- [7] 町田彰一郎, 中里孝 (2003b), 「学習指導案「自然の不思議・数学の不思議」」, 『第 85 回全国算数・数学教育研究 (愛知) 大会公開授業学習指導案集』, pp. 103-108.

1. 「渦巻の分類」の教材

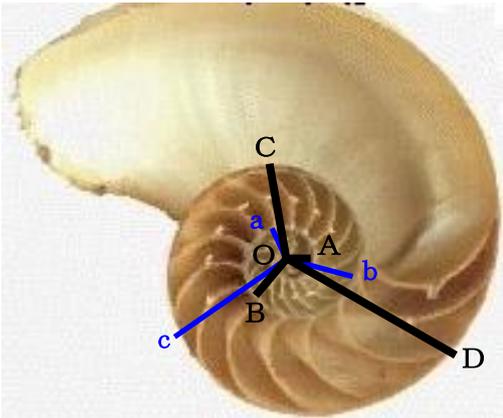
1. 単元 極方程式の導入または利用

2. 本時の学習活動

(1) ねらい

- ① 身近にある渦巻線と数学とのつながりに興味・関心をもち、身の回りにある渦巻を極方程式で表すことで極方程式の有用性を感じ、主体的に課題に取り組むことができるようにする。(関心・意欲・態度)
- ② 渦巻の各点を中心からの距離と回転角の変化で連続的にとらえ、図形を極座標的にとらえることができるようにする。(数学的な見方・考え方)
- ③ 等角らせんやアルキメデスの渦巻線を、極方程式で表すことができるようにする。(表現・処理)
- ④ 極方程式が、回転角に対する中心からの距離の変化を表す式であることがわかるようにする。また、等角らせんやアルキメデスの渦巻線の性質を理解できるようにする。(知識・理解)

(2) 学習過程例

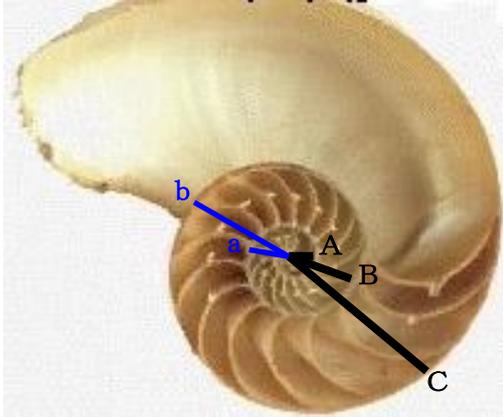
| 学習活動 | 指導上の留意点 |
|--|--|
| <p>1. 導入 宿題として、身の回りの渦巻を探させておき、生徒に答えさせる。 (予想される生徒の答え) 蚊取り線香、ソフトクリーム、台風、竜巻、星雲、巻貝など</p> | <p>何日か前に、身の回りの渦巻を探してくる宿題を出しておく。</p> |
| <p>展開 1) 宿題で生徒から出た渦巻を、等角らせんとアルキメデスの渦巻線に分類させ、違いを発見させる。 2) 等角らせんとアルキメデスの渦巻線の説明をする。</p> | <p>どのように分類すればよいかをしばらく考えさせたあと、渦巻の間隔に着目するように助言する。 性質だけを説明し、極方程式は示さない。</p> |
| <p>3. 課題① 資料①のオウム貝の写真を配る。 ① 相似比を1:2にして、オウム貝が等角らせんであるかを調べてみよう。 点Aと点Bの間の渦巻線について考え、点aについて、OAとOaの相似比はいくつになるか考え、図に書いてみよう。 オウム貝の渦巻線を極方程式で表すと、どのような式になるか。 資料①</p>  | <p>定規と分度器を使って作図させる。 資料①の点Aを与えておいて、点B, C, Dを書かせて、渦巻上にくることを確認させる。 点A, B…だけでなく、渦巻を連続的にとらえさせる。 中心Oからの距離と、回転角の2つの変数に注目させる。 回転角が $\frac{23}{18}\pi$ で、 $r = k \cdot 2^{\frac{18}{23}\theta}$ で表される等角らせんに近似できる。</p> |

4. 課題②

① 資料②で、相似比を $1:e$ にして、課題①と同様に調べてみよう。

② オウム貝の渦巻線を、 e を使って極方程式で表すと、どのような式になるか。

資料②



相似比を変えると回転角が変わることに気づかせる。

$e \doteq 2.7$ 、 $\sqrt{e} \doteq 1.65$ で計算させる。

回転角が $\frac{17}{9}\pi$ で、 $r = ke^{\frac{17}{9}\theta}$ で表される
等角らせんに近似できる。

相似比を変えると式も変わること気づかせる。この後は相似比を e に固定することをいう。

5. 課題③

資料③の星雲と資料④の台風の写真を配る。

星雲と台風が等角らせんであるかを、相似比を $1:e$ にして調べ、極方程式で表すと、どのような式になるかを考えよ。

資料③

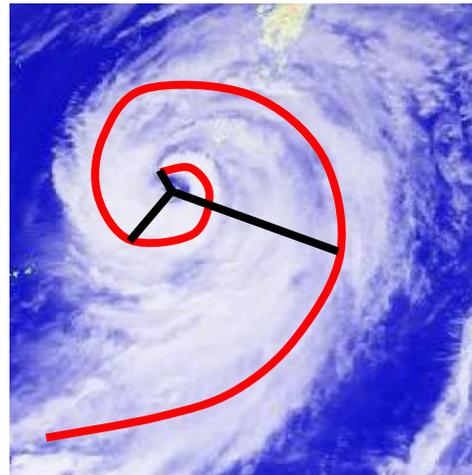


星雲と台風の渦巻線を書き出した図を与えて、作業させてもよい。

星雲は、回転方向は逆なので、回転角が $-\frac{113}{90}\pi$ で、 $r = ke^{-\frac{90}{113}\theta}$ で表されることがわかる。

台風の雲の写真も、回転方向が逆なので、回転角が $-\frac{25}{18}\pi$ で、 $r = ke^{-\frac{18}{25}\theta}$ で表されることがわかる。

資料④

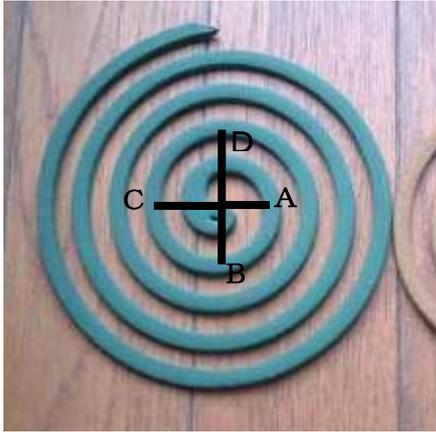


6. 課題④

資料⑤の蚊取り線香の写真を配る。

蚊取り線香がアルキメデスの渦巻線であるかを調べ、アルキメデスの渦巻線を極方程式で表すとどのような式になるかを考えよ。

極方程式に表すことによって、回転角に対する中心からの距離の変化がよくわかるようになることを説明する。

| | |
|---|--|
|  | <p>蚊取り線香は、中心からの距離が、π回転するごとに6ずつ増えていくが、回転方向が逆なので、$r = -\frac{6}{\pi}\theta + 17$で表されるアルキメデスの渦巻線に近似できることがわかる。</p> <p>自然界にある渦巻は等角らせんが多く、アルキメデスの渦巻線は人工的なものに多いことを話す。</p> |
|---|--|

2. 「等角らせんと黄金比」「二等辺三角形と等角らせん」「正三角形と等角らせん」の教材

単元 円周角の定理の利用

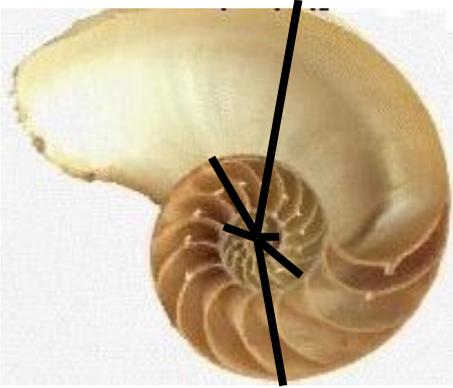
2. 本時の学習活動

(1) ねらい

- ① 身近にある渦巻線と数学とのつながりに興味・関心をもち、平面図形の意義を感じ、主体的に課題に取り組むことができるようにする。(関心・意欲・態度)
- ② 円周角の定理や円に内接する四角形の性質を用いて、中心を作図のしかたに気づくことができるようにする。(数学的な見方・考え方)
- ③ 円周角の定理や円に内接する四角形の性質を用いた作図や証明が書けるようにする。(表現・処理)
- ④ 円周角の定理や円に内接する四角形の性質の有用性と等角らせんのしくみについて理解できるようにする。(知識・理解)

(2) 学習過程例

| 学習活動 | 指導上の留意点 |
|--|--|
| <p>1. 導入 宿題として、身の回りの渦巻を探させておき、生徒に答えさせる。</p> | <p>何日か前に、身の回りの渦巻を探してくる宿題を出しておく。</p> |
| <p>2. 展開 1) 資料⑥のオウム貝の写真を見せ、オウム貝の断面に見られる渦巻部分をなめらかな渦巻線と考え、図2に近似できるといわれていることを説明する。 2) 図4の等角らせんについて説明する。</p> | <p>理想化の部分はきちんと説明する。 黄金比については、事前に説明しておく。 等角らせんは簡単に説明する。</p> |

| | |
|---|---|
| <p>3. 課題①</p> <p>図2は、図4の等角らせんと同じである。 図2に中心0をどのように作図したらよいでしょう。</p> <p>② 資料⑥の実際のオウム貝の写真を調べ、図4の等角らせんと同じかどうかを調べてみよう。</p> <p>1) このオウム貝は回転角 160° で、図2の黄金らせんではないことに気づかせる。</p> <p>2) その他のオウム貝の回転角も $150^\circ \sim 160^\circ$ のものが多いことを話す。</p> | <p>中心0をどうやって作図するかは焦点におき、相似の証明は余裕があれば考えさせる。 資料⑥</p>  |
| <p>4. 課題②</p> <p>1) M51 星雲 (資料③) と台風 10 号 (資料④) の写真を見せ、図5と図8から、それぞれ中心を作図させ、等角らせんになることを証明させる。</p> <p>2) 中心0の作図のしかたをそれぞれ発表させる。</p> <p>3) 資料③ (M51 星雲)、資料④ (台風 10 号) で、等角らせんであることを確かめる。</p> | <p>中心0をどうやって作図するかは焦点におき、終わった生徒には証明を書かせるようにする。</p> |

3. 「台風と等角らせん」の教材

単元 極方程式

2. 本時の学習活動

(1) ねらい

- ① 身近にある渦巻線と数学とのつながりに興味・関心をもつことができるようにする。(関心・意欲・態度)
- ② 微分の定義に基づいて角度の微小変化を考えることで、極方程式を求められることがわかるようにする。(数学的な見方・考え方)
- ③ 正弦定理、三角比の性質 (数学Ⅰ)、加法定理の和積の公式 (数学Ⅱ)、三角関数の極限、微分の定義、指数関数の微分法 (数学Ⅲ) などを総合的に使い、式をたてて計算することができるようにする。(表現・処理)
- ④ 極方程式を微分の定義から導くことができることを理解できるようにする。(知識・理解)

(2) 学習過程例

| 学習活動 | 指導上の留意点 |
|---|--|
| <p>1. 課題①</p> <p>等角らせんの説明を簡単にしてから、資料④の台風の写真を配る。</p> <p>台風の雲が等角らせんに近似できることを、定規と分度器で測って確かめ、極方程式を求めよ。</p> | <p>比を $1:e$ に決め、回転角が等しいことを測らせて確かめさせてから、説明する。</p> |
| <p>2. 展開</p> <p>台風の風は等圧線に対して一定の角度を保ちながら吹き込み、等圧線を円と仮定すると、図11のようなモデルとなる。台風の渦巻が等角らせんになることを、図12を使い、考えさせながら説明する。</p> | <p>なるべく生徒に考えさせ、生徒に聞きながら、少しずつ誘導して式を立てていく。</p> <p>最後に微分方程式を解く部分は深入りをしない。</p> |

| | |
|---|--|
| <p>3. 課題②</p> <p>台風渦巻線の極方程式から、台風に吹き込む風の角度を求めよ。</p> | <p>三角比表を利用して、$\varphi \doteq 13^\circ$ と答えさせる。電卓を使わせてもよい。</p> |
| <p>4. 課題③</p> <p>もし等圧線に吹き込む角度 φ が 0 だったらどういう式になり、どのような風の運動になるだろうか。</p> <p>生徒に予想させ、計算して答えを出させる。 (予想される生徒の答え) 円になる。直線(接線)になる。</p> | <p>予想し、確かめる体験をねらいとする。</p> |