

生徒に考えさせる授業の実現

浦和西高校 太田 敏之

1. はじめに

授業で生徒に考えさせることで、生徒の考える力や発想力をつけるとともに、生徒が積極的に授業に参加するという意識を作り出すことができるのではないか。このことから、今年度の研究は「生徒に考えさせる授業の実現」を考えてみることにした。

2. 原理

従来の授業では、生徒に公式を教え、その公式を使って演習を行なうケースが多かった。最初に公式を与え、それを使ってから公式を証明したり、またその逆で、公式を導き出してから、それを使ったりする授業というパターンで進むことが多かった。つまり、一般的から具体的といった図式である。そのため、生徒の中に公式のなりたちや意味を理解できず、機械的に使うだけにとどまり、問題は解けても意味がわからないケースが多かったように思う。

そこで、今回の授業では、具体的から一般的という図式をとり、最初に具体的な問題を与え、それを考えさせて解かせてから、一般的な公式を同様な方法で導き出すという方法をとってみることにした。最初に具体的な問題にあたることから、生徒は問題をイメージしやすく、自分の力で考え、解くこともできる。また、具体的な問題で、公式を導く手順と同じような思考をしていることから、公式のなりたちも理解しやすく、公式を思い出せないときでも、解答に到達しやすくなるのではないかと考えた。

具体的な問題に関しては、生徒の興味を引き、解く意欲を持たせるために、出来る限り実生活にかかわりを持たせた話題につなげて問題を設定してみることにした。

授業での時間配分は、その思考手順を確立できるようにするため、導入での具体的な問題を考える時間を多くとれるよう設定する。そのため、公式を使って演習をするという時間がほとんど設定できないという欠点が生じるので、考察の必要がありそうだ。

3. 授業展開

数学Ⅱの「図形と方程式」の単元で、以下のような話題で、「考えさせる授業」を行なってみた。この具体的な話題を解決することを目標に、解法を発想させ、方針を立てさせ、これまでの既習事項を使わせて解答させた。そしてこの具体的問題で解答に至ったら、その方法を用い、今度は文字で問題を与え、同じ方法で解き、内容によっては公式まで到達させた。

① 直線上の2点間の距離

問題) 「京浜東北線の与野駅と蕨駅の距離を求めよ。」

教材) 時刻表の大宮駅からの累積距離表示部分
(大宮駅を原点とする距離に関する数直線とみたてる。)

② 直線上の内分点、外分点

問題1) 「西川口在住2人、川崎在住1人の計3人で集まるとき、西川口駅と川崎駅を1:2に内分する駅で集まることにした。この駅を求めよ。」

問題2) 「北浦和在住2人、蕨駅在住3人の計5人で出かけるとき、北浦和駅と蕨駅を3:2に外分する駅に買い物に行くことにした。この駅を求めよ。」

教材) ①と同様

③ 平面上の2点間の距離、内分点、外分点

問題1) 「第1ワシントンホテルでは、時計台が見えるように、展望室を設けることにした。この2地点間の距離を求めよ。」

問題2) 「北海道庁と札幌市役所の間にネットワークを組むことにした。その2地点の間を2:1に内分する点の地下に管理システムを埋め込みたい。どの建物にお願いすればよいか。」

問題3) 「HBC北海道放送とSTV札幌テレビでは、出力の関係でこの2地点を2:3に外分する点の建物の屋上に、共同アン

テナを立てることにした。どの建物にお願いすればよいか。」

教材) 札幌市の地図

(格子状になっている札幌市の性質を利用し、XY座標にみたてる。)

④ 直線の方程式、2直線の平行と垂直、定直線に関して対称な点、2直線の交点を通る直線群、点と直線の距離

問題1) 「点P(0, -2)を駅の予定地として、既存の $2x - y + 3 = 0$ の道路に平行な線路を建設せよ。」

問題2) 「(0, 3)を交差点として、上の線路に垂直な道路を建設せよ。」

問題3) 「駅前の計画整備のため、 $2x - y + 3 = 0$ の道路に関して、駅(0, -2)に対して対称な点にデパートを建設せよ。」

問題4) 「問題2で建設した $x + 2y - 6 = 0$ の道路と、既存の $3x + y - 13 = 0$ の道路の交差点を通り、なおかつ(2, -3)を通る道路を建設せよ。」

問題5) 「デパートの北側の地点(-4, 1)から、 $x + 2y - 6 = 0$ の道路に向かって、歩道橋を作る計画がある。この地点と道路までの距離を求めよ。」

教材) 方眼紙(これを土地開発事業シートとして、書きこみながら、幾何的見地と代数的見地の両方で問題にあたる。)

⑤ 円の方程式、円と直線の関係、円と円の関係

問題1) 「(0, 0)の地点と(-2, 5)の地点に、それぞれ半径 $\sqrt{5}$ と半径3の範囲に電波が届くPHSのアンテナを立てたい。その電波の届く範囲を図示せよ。」

問題2) 「駅予定地(-1, 7)、(2, 2)、(6, 0)を通る環状線の線路を建設せよ。」

問題3) 「道路 $x - y - 3 = 0$ を建設する予定があるが、この道路上に問題1で立てたPHSのアンテナの電波が届く範囲があるか。また道路上に電波が届く範囲を作るためには、道路 $x - y + k = 0$ のkをどんな範囲にすればよいか。」

問題4) 「問題1で立てたアンテナの電波が届く範囲の円どうしの中に、電波が届かない隙間があるか。」

教材) 方眼紙2(同④)

⑥ 円の接線、領域

問題1) 「山手線上の駅である東京駅(1, -2)を通り、山手線 $x^2 + y^2 = 5$ に接する線路、東海道線と京葉線を建設せよ。」

問題2) 「山手線上の駅でない赤羽駅(1, 3)を通り、山手線 $x^2 + y^2 = 5$ に接する線路、京浜東北線と埼京線(赤羽、池袋間)を建設せよ。」

問題3) 「中央線($x + 2y = 0$)を建設し、各線路の間の領域において、文京区などの位置を不等式から考えよ。」

教材) 方眼紙3(実際の東京の鉄道網に似せて土地計画をしていく。)

⑦ 領域と最大・最小(線形計画法)

問題) ・テレビを1台作るのに、部品Aが2個、部品Bが2個必要
・ビデオを1台作るのに、部品Aが3個、部品Bが1個必要
・部品Aは12個しかなく、部品Bは8個しかない。他の部品は十分にあるとする。
(1) テレビとビデオの総生産台数を最も多くするにはどうしたらよいか。
(2) テレビを3万円、ビデオを5万円で売るとき、最も売上げを多くするためにはどうしたらよいか。

4. 今後の展望と課題

最初に導入して考えさせる問題が、ただ数学の問題ではなく、実生活に即したような話題の中から問題を設定すると生徒は考える気をおこしやすいのではないかと考えた。確率などの単元はそのような問題を設定しやすいが、設定しづらい単元も多い。今回の「図形と方程式」の単元での問題設定は多少こじつけなところもあったようにも思うが、生徒のアンケートを分析して、そのよしあしを検討してみたいと思う。

今回の授業は、具体的な問題を考えて、その問題を解かせてから、公式を導く授業方針である。それによって考える力や応用力が養われたと思うのだが、公式を使った演習などの時間があまりなかったので、それによって理解度がどうだったか、アンケートやテストなどをみて分析してみたいと思う。

今後、数学Ⅱのこれ以降の単元や数学Bの単元でも同様な授業ができるか検討してみたいと思う。